



HÖGSKOLAN  
DALARNA

## **Examensarbete 2 för Grundlärarexamen inriktning F-3**

Avancerad nivå

### **Geometriundervisning enligt Van Hieles utvecklingsnivåer**

---

#### **En kvalitativ studie om överensstämmelsen mellan lärares planering, genomförande och uppfattning av geometriundervisning i årskurs 3**

Författare: Maja Sundelin

Handledare: Helén Sterner

Examinator: Eva Taflin

Ämne/huvudområde: Pedagogiskt arbete/Matematik

Kurskod: PG3037

Poäng: 15 HP

Examinationsdatum: 2016-11-09

Vid Högskolan Dalarna finns möjlighet att publicera examensarbetet i fulltext i DiVA. Publiceringen sker open access, vilket innebär att arbetet blir fritt tillgängligt att läsa och ladda ned på nätet. Därmed ökar spridningen och synligheten av examensarbetet.

Open access är på väg att bli norm för att sprida vetenskaplig information på nätet. Högskolan Dalarna rekommenderar såväl forskare som studenter att publicera sina arbeten open access.

Jag/vi medger publicering i fulltext (fritt tillgänglig på nätet, open access):

Ja

Nej

## **Sammanfattning**

Denna studie har undersökt överensstämmelsen mellan lärares planering, genomförande och uppfattning av geometriundervisning i årskurs 3. Bakgrunden till undersökningen är att elever i årskurs 4 uppvisar låga resultat i geometri. Bakgrunden är även att lärare som fokuserar på kommunikation, samarbete och utmaningar i geometriundervisningen kan se till att elever får arbeta med annat än enskilt räknande av rutinuppgifter, något som studier efterfrågar. Utifrån detta behövs en studie som undersöker lärares geometriundervisning närmare, gärna ur flera perspektiv. I denna studie samlades data om två lärares geometriundervisning in genom observationer, intervjuer och innehållsanalyser. Dataanalysen har utgått från Van Hieles utvecklingsnivåer. Resultatet visar att lärarna föredrar en balans mellan enskilt arbete med rutinuppgifter och alternativ till detta men har ett omedvetet fokus på olika geometriska aspekter vid varje stadie som tillhör undervisningen (planering, genomförande, uppfattning). Konsekvenserna blir exempelvis att en Van Hiele-nivå som ska bearbetas enligt planering inte alls berörs i genomförandet av lektionen, samt att nivåer hoppas över. Det finns även utmaningar i att skapa balans mellan matematik och aktivitet samt en avsaknad av geometriskt innehåll i en del läroböcker. Elever i årskurs 4 kanske har låga resultat i geometri för att nivåer av geometrilärande hoppas över i undervisningen?

**Nyckelord:** Van Hieles utvecklingsnivåer, geometri, matematikundervisning, aktivitet, lärare

## Innehållsförteckning

<b>Sammanfattning</b> .....	2
<b>1. Inledning</b> .....	4
<b>2. Bakgrund</b> .....	6
<b>2.1 Undervisning</b> .....	6
2.1.1 Planering .....	6
2.1.2 Läromedel .....	7
2.1.3 Enskilt arbete med rutinuppgifter .....	7
2.1.4 Alternativ till enskilt arbete med rutinuppgifter .....	8
2.1.5 Läroplan .....	8
<b>2.2 Geometri</b> .....	9
<b>2.3 Teoretisk utgångspunkt</b> .....	10
<b>3. Syfte och frågeställning</b> .....	12
<b>4. Metod</b> .....	13
<b>4.1 Observation</b> .....	13
<b>4.2 Intervju</b> .....	13
<b>4.3 Innehållsanalys</b> .....	14
<b>4.4 Forskningsetiska principer</b> .....	14
<b>4.5 Urval</b> .....	15
<b>4.6 Datainsamling</b> .....	15
<b>4.7 Analys av data</b> .....	15
4.7.1 Analysverktyg .....	16
4.7.2 Genomförande av analys lärare 1 .....	19
4.7.3 Genomförande av analys lärare 2 .....	20
<b>5. Resultat</b> .....	22
<b>5.1 Hur är överensstämmelsen mellan lärares planering, genomförande och uppfattning av en geometrilektion i årskurs 3?</b> .....	22
<b>5.2 Sammanfattning av resultat</b> .....	23
<b>6. Diskussion</b> .....	24
<b>6.1 Metoddiskussion</b> .....	24
<b>6.2 Resultatdiskussion</b> .....	25
6.2.1 Slutsats .....	27
6.2.2 Förslag till vidare forskning .....	28
<b>Referenser</b> .....	28
<b>Bilaga 1</b> .....	31
<b>Bilaga 2</b> .....	32
<b>Bilaga 3</b> .....	33

## 1. Inledning

Läroplanen för grundskolan (Skolverket, 2011, s.9) förespråkar att elever ska få erfara skapande, musik, dans, bild, text och form i sitt lärande. Lärare bör vidare erbjuda eleverna praktiska och estetiska innehåll gällande arbetssätt och arbetsformer (Skolverket, 2011, s.10).

I motsättning till detta präglas enligt Skolverkets rapport *Tid för matematik* (Skolverket, 2012a, s.14) de flesta matematiklektioner i Sverige av enskilt arbete med rutinuppgifter. Utifrån de matematiklektioner som jag har tagit del av under min verksamhetsförlagda utbildning på skolor i Sverige kan detta bekräftas. Enligt mina observationer utförs rutinuppgifterna ofta enskilt i läroböcker. Skolinspektionen konstaterar liknande erfarenheter:

Det tydligaste resultatet från analysen av klassrumsobservationerna är att träning i procedurer, räkning efter givna regler, är den klart vanligaste kompetensen som eleverna övar. Detta gäller särskilt i arbete med läroboksuppgifter (Skolinspektionen, 2009, s.17).

Många läroböcker fokuserar på räkning efter givna regler (rutinuppgifter) och exkluderar andra kompetenser (Skolinspektionen, 2009, s.17). Kompetenserna ses som mål att sträva mot och kan relateras till läroplanens förmågor (Skolinspektionen, 2009, s.11). I dagens läroplan (Skolverket, 2011) förekommer begreppet förmågor och av denna anledning ersätts ordet kompetenser med ordet förmågor i denna studie. Matematikundervisningen som den är idag tenderar därmed att utelämna en del förmågor som läroplanen förordar (Skolinspektionen, 2009, s.17). Sammantaget menar Skolinspektionen (2009, s.22) att elever bör arbeta mer med aktiviteter som inte fokuserar på givna regler.

Jag anser att konsekvenserna av att matematikundervisningen generellt sett fokuserar på enskilt arbete med rutinuppgifter kan ses i en studie av TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study). Denna redovisar att elever i årskurs 4 i Sverige har jämförelsevis låga resultat i matematik, framför allt i geometri (Skolverket, 2012b, s.8).

Utifrån detta har jag nyligen gjort en litteraturstudie. I litteraturstudiens resultat framkommer att alternativa aktiviteter till enskilt arbete med rutinuppgifter kännetecknas av samarbete, kommunikation samt utmaningar utan givna regler (Sundelin, 2016, s.23). Kommunikation definieras i denna studie som muntlig kommunikation, vilken sker mellan två eller flera individer. Avgörande för om en aktivitet erbjuder enskilt arbete med rutinuppgifter eller alternativ till detta är lärarens utformning av undervisning samt lärarens vetskap om elevernas kunskaper:

Om eleverna är välbekanta med cirklar och dess egenskaper kan flera aktiviteter kring detta område resultera i rutinuppgifter för eleverna. Om eleverna däremot är bekanta med hur en cirkel ser ut men inte har kunskap om dess egenskaper kan flera aktiviteter kring detta område resultera i alternativa aktiviteter (Sundelin, 2016, s.24).

Sammanfattningsvis förespråkar både Skolinspektionen (2009, s.22) och Skolverket (2011, s.10) undervisningsaktiviteter utöver enskilt arbete med rutinuppgifter. Skolinspektionen (2009, s.17), Skolverket (2012a, s.14) samt mina personliga erfarenheter visar dock att de flesta matematiklektioner består av enskilt arbete med rutinuppgifter, ofta i läroböcker. Läroböcker tenderar att fokusera på räkning efter givna regler och utelämna andra förmågor (Skolinspektionen, 2009, s.17). Samtidigt redovisas sjunkande resultat i geometri hos elever i årskurs 4 (Skolverket, 2012b, s.8). Enligt min litteraturstudie har lärare en avgörande roll i geometriundervisningen. Om lärare fokuserar på kommunikation, samarbete och utmaningar

kan hen se till att eleverna får arbeta med alternativa aktiviteter till enskilt arbete med rutinuppgifter (Sundelin, 2016, s.23, 24).

Med detta underlag behövs en studie som undersöker geometriundervisning närmare. Vi vet att elever i årskurs 4 har låga resultat i geometri samt att lärare bör fokusera på särskilda aspekter för att undervisningen ska träna flera matematiska förmågor. Hur ser då dagens geometriundervisning ut? För att undersöka detta på djupet krävs en studie som undersöker flera stadier av undervisningen. Stadier som enligt mig kan vara intressanta att undersöka är inte endast geometrilektioner i sig, även planeringar och tankesätt bör ingå. Detta innebär att planeringsstadiet, genomförandestadiet och uppfattningsstadiet kan analyseras. Frågan som jag vill söka svar på är därför följande: Stämmer lärares planering, genomförande och uppfattning av geometriundervisning överens med varandra?

## 2. Bakgrund

I detta avsnitt beskrivs vad jag avser med begreppet undervisning. Inom detta ryms begreppen planering, läromedel, enskilt arbete med rutinuppgifter och alternativ till detta. Definitionerna av dessa begrepp förklarar studiens syfte och frågeställning och behandlar sådant som ska granskas i undersökningen. För att synliggöra studiens förankring i dagens läroplan beskrivs även matematik som skolämne. Till sist beskrivs ämnet geometri samt studiens teoretiska utgångspunkt.

### 2.1 Undervisning

Begreppet undervisning kan definieras som: ”sådana målstyrda processer som under ledning av lärare eller förskollärare syftar till utveckling och lärande genom inhämtande och utvecklande av kunskaper och värden...” (SFS 2010:800). Undervisningen i grundskolan bör ta hänsyn till elevers individuella behov. Målet är att eleverna ska förberedas för samhällslivet: ”Undervisningen ska bedrivas i demokratiska arbetsformer och förbereda eleverna för att aktivt delta i samhällslivet. Den ska utveckla deras förmåga att ta ett personligt ansvar” (Skolverket, 2011, s.8). Det är även viktigt att eleverna själva har inflytande i undervisningen, redan i planeringsstadiet. Vad innebär begreppet *planering*?

#### 2.1. 1 Planering

Planering kan innebära att man skapar en plan för att nå ett förutbestämt mål (Stukat, 1998). Stukat (1998, s.15) beskriver planering som ett försök att bilda sig en uppfattning om vad som kan ske i framtiden beroende på vilken handling som genomförs. Författaren menar att en lärares planering kan ses som en förutsättning för att elever ska kunna tillägna sig önskade kunskaper samt för att undervisningen ska nå upp till bästa möjliga nivå. Planering kan även ses som en ledares uppgift med målet att lösa problem och ta beslut inom en viss tid utifrån tidigare erfarenheter (Stensmo, 1997). Enligt Stensmo (1997) pågår en lärares planeringsprocess även efter avslutad undervisning, där analys och reflektion genomförs.

I skolsammanhang kan planering som lärare utför förklaras enligt följande:

Planeringen ska vara ett stöd för läraren, så att hon eller han kan försäkra sig om att undervisningen leder mot de nationella målen. Läraren ska även kunna använda planeringen för att utvärdera elevernas kunskaper och den egna undervisningen samt för att kommunicera med elever, föräldrar, rektorn och andra lärare (Skolverket, 2016).

Skolverket (2016) förespråkar även att lärare utgår från de didaktiska frågorna: Vad, hur och varför i sin planering av undervisningen. Långström och Viklund (2006, s.13) menar i likhet med detta att lärare kan ställa sig följande didaktiska frågor i planeringsstadiet:

- Vad är det som ska åstadkommas? Vilka är målen?
- Vilka resurser ska användas för att möjliggöra detta? Lokaler, tid, material osv.
- Finns det några begränsningar eller restriktioner?
- Vilka är eleverna?

Lärare bör vidare se sin undervisning genom en övergripande struktur (Långström & Viklund, 2006). I planeringen bör lärare bland annat fokusera på att elever ska erhålla en förståelse för olika begrepp samt för innehåll, material och tolkning (Långström & Viklund, 2006, s.13). Det är enligt författarna även viktigt att lärare tar hänsyn till elevers förkunskaper och eventuella hinder som kan uppstå i deras lärande. Lärare kan använda sig av en kontrollista vid planering:

1. Samla fakta – skaffa en överblick av det kunskapsområde som behandlas; inventera olika källor och hjälpmedel.
2. Sovra! Bland det mest komplicerade som en lärare har att besluta om är den pedagogiska förenklingen.
3. Strukturera stoffet – försök finna en logisk ordningsföljd för vad som ska behandlas eller läras in.
4. Sök lämpliga metoder – diskutera med kollegor och elever vilka arbetssätt och arbetsformer som kan vara mest lämpliga.
5. Se progressionen – gå från det enklare till det svårare, från det kända till det okända.
6. Låt skilda inlärningssätt bland eleverna återspeglas i planeringen.
7. Olika sätt att utvärdera de behandlade momenten påverkar planeringen. (Långström & Viklund, 2006 s.28).

Att lärare planerar för kommunikativa övningar när elever ska lära sig geometri kan tolkas som fördelaktigt om eleverna ska få erfara alternativa aktiviteter till enskilt arbete med rutinuppgifter. Detta enligt artiklar skrivna av Kalbitzer och Loong (2013), Scandrett (2008) och Jacobbe (2008). Gemensamt för flera artiklar som handlar om geometriundervisning är att läraren fokuserar på praktiskt arbete, utmaningar, samtal och samarbete (Crompton, 2015; Kalbitzer & Loong, 2013; Scandrett, 2008; Jacobbe, 2008). Detta fokus menar författarna är viktigt för att undvika att geometriinnehållet blir för abstrakt för eleverna. När lärare planerar sin geometriundervisning tar de således beslut om användandet av läromedel och i så fall på vilket sätt *läromedel* används.

### 2.1.2 Läromedel

Enligt Skolverket (2015) har ordet läromedel ingen bestämd innebörd. Filmer, böcker, tidningar och datorer är exempel som kan ingå i begreppet. Gemensamt för läromedel är att alla används i undervisning. Enligt Selander (2016) definieras läromedel som: ”resurs för lärande och undervisning; traditionellt främst läroböcker, läseböcker, övningsböcker och ordböcker, men även t.ex. kulramar och anatomiska dockor” (Selander, 2016).

Läromedel kan sägas vara ett primärt pedagogiskt material eller ett sekundärt pedagogiskt material (Korsell, 2007). Ett primärt pedagogiskt material innebär läroböcker som är tänkta att användas i undervisning och som är framtagna av ett förlag i detta syfte (Korsell, 2007, s.24). Ett sekundärt pedagogiskt material innebär skönlitteratur i form av exempelvis böcker och filmer. Dessa är inte tillverkade för att användas i undervisning (Korsell, 2007, s.25).

Läroböcker i Sverige ser ut på olika sätt (Johansson, 2006). De är uppbyggda olika och innehåller olika typer av uppgifter. Lärare kan även organisera användningen av läroboken på olika sätt. Eleverna kan räkna i boken varje matematiklektion under hela läsåret. De kan även göra de praktiska aktiviteterna presenterade i läroboken. I denna studie har jag valt att se läromedel som ett primärt pedagogiskt material (Korsell, 2007, s.24). Läroboken är alltså ett läromedel som avses användas i undervisning. Arbetet med läroböcker domineras ofta av *enskilt arbete med rutinuppgifter* (Skolinspektionen, 2009, s.17).

### 2.1.3 Enskilt arbete med rutinuppgifter

Kännetecknet för en rutinuppgift är att den har en bekant lösningsmetod samt att den är välkänd för eleven (Taflin, 2007, s.31). En rutinuppgift kan definieras som följande: ”Rutin- eller standarduppgift är en övning som inte leder till några svårigheter för den person som

löser den. Den är en uppgift som eleven är bekant med och som innebär en ren färdighetsträning för henne/honom” (Hagland, Hedrén & Taflin, 2005, s.27).

Utifrån detta kan en rutinuppgift i geometri för årskurs 3 se ut som följande:

- Vilken omkrets har kvadraten? Mät med linjalen och svara i cm.

Eleverna ska i detta fall vara bekanta med uppgiftens utseende. Lösningsstrategierna ska vara inövade. Detta är alltså färdighetsträning i geometri.

I denna studie betyder enskilt arbete med rutinuppgifter aktiviteter där elever arbetar självständigt med rutinuppgifter. Uppgifterna innebär färdighetsträning och redan kända Lösningsstrategier där elever räknar efter givna regler. Uppgifterna är även välbekanta för eleverna. Vad innebär då *alternativ till enskilt arbete med rutinuppgifter*?

#### 2.1.4 Alternativ till enskilt arbete med rutinuppgifter

Skolinspektionen (2009, s.22) menar att matematikundervisningen bör förändras. För att elever ska ha goda förutsättningar att öva olika matematiska förmågor krävs aktiviteter som inte består av enskilt arbete med rutinuppgifter: ”Vidare dominerar enskilt arbete under lektionerna. Detta får konsekvensen att gemensamt samtal om matematiska fenomen får för litet utrymme i förhållande till mekaniskt räknande i läroboken” (Skolinspektionen, 2009, s.8).

Om elever ska uppnå samtliga mål i läroplanen är rutinuppgifter inte tillräckligt (Taflin, 2007, s.111). Enligt Taflin (2007, s.111) har elever som främst arbetar med mekanisk färdighetsträning sämre begreppskunskaper än procedurkunskaper. Elever som arbetar med olika innehåll och aktiviteter har lika goda procedurkunskaper som begreppskunskaper. Enligt Taflin (2007, s.31) kan en uppgift vara en rutinuppgift för en elev och ett problem för en annan elev. Med problem menas att uppgiften inte är välbekant utan kräver större ansträngning. För att kunna erbjuda elever alternativ till rutinuppgifter krävs därför att läraren har kännedom om elevers kunskapsnivåer.

I artiklar som exemplifierar alternativa undervisningsaktiviteter i geometri möjliggörs Lösningsmetoder utan givna regler. Gemensamt för dessa artiklar är att eleverna får arbeta praktiskt, vara kreativa samt lära av andra (Crompton, 2014; Goodson, 2010; Jacobbe, 2008; Kalbitzer & Loong, 2013; Mohr, 2008; Radovic, 2013; Scandrett, 2008). I en artikel ges exempel på hur elever ritar ett fantasihus på ett isometriskt rutat papper genom att avbilda geometriska figurer i olika former (Kalbitzer & Loong, 2013, s.6). De geometriska formerna bearbetas genom att upptäcka och skapa, utan givna regler. Uppgiften kan göras praktiskt med kuber och i samarbete med andra.

Alternativa aktiviteter till enskilt arbete med rutinuppgifter är aktiviteter som möjliggör samarbete, utmaning samt Lösningsmetoder utan givna regler. Med utmaning menas i detta fall att aktiviteten kräver ansträngning i likhet med matematiska problem (Taflin, 2007, s.31). Detta kräver att läraren har god kännedom om elevers kunskapsnivåer vid planeringen och genomförandet av undervisningen. Lärares undervisning ska således behandla ett visst matematiskt innehåll. Innehållet beskrivs i grundskolans *läroplan*.

#### 2.1.5 Läroplan

Enligt grundskolans läroplan (Skolverket, 2011, s.62) ska eleverna lära sig att använda samt förstå matematik i olika kontexter. Lärare ska ge elever möjlighet att utveckla följande matematiska förmågor:



- Formulera och lösa problem med hjälp av matematik samt värdera valda strategier och metoder
- Använda och analysera matematiska begrepp och samband mellan begrepp,
- Välja och använda lämpliga matematiska metoder för att göra beräkningar och lösa rutinuppgifter,
- Föra och följa matematiska resonemang, och
- Använda matematikens uttrycksformer för att samtala om, argumentera och redogöra för frågeställningar, beräkningar och slutsatser. (Skolverket, 2011, s.63).

Vad gäller kunskapskrav i geometri bör eleverna efter årskurs tre klara av att göra flera saker (Skolverket, 2011, s.67). De ska kunna mäta, jämföra och uppskatta massor, volymer och längder med grundläggande måttenheter. De bör även känna till samt kunna konstruera geometriska objekt. Att beskriva objekts egenskaper genom att använda geometriska begrepp och lägesord är ytterligare kunskapskrav. Till sist bör eleverna kunna diskutera och förklara enkla metoder och begrepp samt redogöra för dessa med hjälp av bilder eller konkreta material.

I övrigt bör arbetsformer av olika slag användas i matematikundervisningen (Skolverket, 2011, s.10). Arbetsformerna bör innehålla estetiska, praktiska och sinnliga delar. Detta gäller all undervisning i grundskolan, så även geometriundervisningen. I nästa avsnitt tittar vi därför närmare på begreppet *geometri*.

## 2.2 Geometri

Begreppet geometri kan definieras på flera sätt. Geometri i allmän betydelse innebär jordmätning (Löwing, 2011, s.15). Enligt författaren är geometri i matematisk betydelse form på det fysiska rummet samt figurer i skilda storlekar och gestaltningar. Ordet geometri kan även definieras som: ”vetenskapen om de matematiska rumsstorheterna” (Molde, 1984, s.443).

Skolverket har ett diagnosmaterial i matematik som kallas *Diamant* (Skolverket, 2016). Detta används som stöd för bedömning av elevers kunskaper och hanterar bland annat det matematiska innehållet geometri. Materialet visar flera saker (Skolverket, 2016, s.4). Bland annat att den grundläggande matematiska geometrin inledningsvis bör handla om att klassificera geometriska kroppar och figurer samt lära sig om dess egenskaper. Vidare beskrivs de centrala begrepp som är aktuella i ämnets inledande faser, nämligen geometriska figurers namn, symmetri, sidor och vinklar. Elever bör lära sig att återge verkligheten ur skilda perspektiv där både tredimensionella och tvådimensionella aspekter ingår. Det är även viktigt att eleverna får undersöka och hantera geometriska kroppar och figurer konkret för att sedan kunna omvandla till abstrakta bilder och tankar. Vid arbete med geometriska figurer och kroppar bör eleverna få uppleva varierande exempel:

En pyramid exempelvis ska inte alltid åskådliggöras med den pyramid som består av en kvadratisk bottenyta och fyra triangulära sidoytor. En pyramid kan även ha en femhörning till bottenyta eller en triangel. Om

bottenytan är en liksidig triangel och sidoytorna liksidiga trianglar är denna pyramid även en regelbunden tetraeder. På detta sätt kan geometriska begrepp och deras samband och relationer diskuteras (Skolverket, 2016, s.4)

Elever i årskurs 3 kan exempelvis arbeta med Ipads för att få uppleva varierande vinklar (Crompton, 2015). En övning som beskrivs i en artikel går ut på att eleverna letar reda på vinklar i verkligheten (Crompton, 2015, s.4). De fotar dessa med Ipaden och använder sedan en app vid namn *Measure a picture* för att rita och mäta den geometriska vinkeln. När elever arbetar med geometriuppgifter likt dessa är det viktigt att eleverna kan arbeta på sin individuella kunskapsnivå. Ett sätt att se på elevers kunskapsnivåer är med hjälp av Van Hiele-nivåerna (Hedrén, 1992). Detta leder vidare till studiens *teoretiska utgångspunkt*.

### 2.3 Teoretisk utgångspunkt

Den Holländske forskaren Pierre Van Hiele och hans fru Dina är grundare av Van Hiele-nivåerna (Hedrén, 1992, s.28). Nivåerna handlar om elevers kunskaper och tänkande i geometri. Eleverna bör passera nivåerna i tur och ordning när de lär sig geometri. I en skrift av Van Hiele själv finns tre nivåer (Van Hiele, 1957). Hedrén (1992, s.28) redogör för fem nivåer. Detta betyder att elevers tänkande i geometri kan beskrivas på flera sätt där olika nivåindelningar används. Nivåerna har dock liknande betydelser oberoende på hur nivåerna är uppdelade. Vid läsning om Van Hiele-nivåerna tenderar den vanligaste uppdelningen inom teorin bestå av fem utvecklingsnivåer. Av denna anledning kommer jag att utgå från fem nivåer enligt Hedrén (1992) i denna studie. Eleverna kan befinna sig på flera nivåer samtidigt samt alternera mellan flera nivåer beroende på vilken del i geometrin som är aktuell. I regel behövs dock den succesiva utvecklingen för att eleverna ska uppnå varje nivå till fullo. Nivåerna är följande:

- Nivå 1 – Den första nivån kallas *igenkänning* och innebär att eleverna ser och uppfattar strukturer som hör till det aktuella matematiska innehållet. De känner exempelvis igen en geometrisk figur i stora drag (Hedrén, 1992, s.28; Van Hiele, 1957). Eleverna kan på denna nivå relatera innehållet till verkligheten, där exempelvis en rektangel liknar formen på en dörr. Eleverna känner dock inte till några specifika egenskaper kring det som undersöks. På denna nivå är eleverna upptagna med att undersöka och upptäcka och har därför inget behov av detaljer. De kan exempelvis återskapa en geometrisk figur i sin helhet, men inget mer.
- Nivå 2 – Van Hieles nästa nivå kallas *analys* och innebär att eleverna kan ange specifika detaljer om det aktuella matematiska innehållet. De kan exempelvis ange detaljer om en geometrisk figur (Hedrén, 1992, s.28; Van Hiele, 1957). De symboler som eleverna skapade i nivå 1 ska på denna nivå analyseras, sorteras och utredas till specifika egenskaper. Eleverna kan exempelvis skapa olika typer av trianglar med olika material. Eleverna har dock ännu inte grepp om relationen mellan objektets egenskaper. De känner till triangelns egenskaper, men kan inte med säkerhet använda dem för att beskriva en triangelns utseende. De ser heller inte sambanden mellan tal i en uträkning, men kan genomföra själva uträkningen.
- Nivå 3 - Den tredje nivån kallas *abstraktion* och innebär att elever kan se samband i det aktuella matematiska innehållet. De kan exempelvis sortera figurer på ett logiskt sätt (Hedrén, 1992, s.28). Eleverna vet även att alla kvadrater är rektanglar men att alla rektanglar inte är kvadrater. På denna nivå kan eleverna relatera egenskaper med objekt.

De har dock svårt att förklara och bevisa hur något är. Uppgifterna som eleverna arbetar med på denna nivå är mer teoretiska och mer allmängiltiga. Det matematiska språket är på denna nivå mer abstrakt än på nivåerna innan. Eleverna kan dock inte dra slutsatser från det de vet.

- Nivå 4 - *Deduktion* är namnet på Van Hieles fjärde nivå och betyder att eleverna kan bevisa och förstå vikten av beviset i det aktuella matematiska innehållet. Eleverna är införstådda med innebörden av begreppet deduktion, vilket betyder härledning och bevis (Hedrén, 1992, s.28). Detta innebär att eleverna kan förklara satser ur allmänna lagar. De förstår att bevis gör att något kan anses som sant. De kan använda sig av satser, teorier och begrepp för att förklara och bevisa hur något är. De kan med andra ord föra matematiska resonemang genom att exempelvis bevisa att de tre bisektriserna till en triangels tre vinklar har en gemensam punkt.
- Nivå 5 - Den femte och sista nivån är skapad av Hedrén (1992) själv och kallas *stringens*. Nivån innebär att eleverna är precisa i sina teorier i det aktuella matematiska innehållet. Eleverna kan utveckla teorierna på ett abstrakt sätt (Hedrén, 1992, s.28). Det är mycket sällan elever uppnår denna nivå (Hedrén, 1992, s.29).

I många fall startar geometrilärandet på de teoretiska nivåerna 2 och 3 istället för på nivå 1 (Hedrén, 1992, s.29). Enligt författaren blir följderna att eleverna saknar tillräcklig kunskap om det aktuella geometriska innehållet och förståelsen för lärarens beskrivningar blir lidande. Detta kan exempelvis ske när eleverna ska illustrera samt redogöra för att en kvadrat även är en rektangel, men att rektangeln inte alltid är en kvadrat. Det är därför viktigt att geometriundervisningen ligger på elevers individuella nivå (Hedrén, 1992, s.30). I likhet med detta menar Van Hiele (1957) att läraren och eleven bör befinna sig på samma nivå för att kommunikationen ska fungera på ett givande sätt.

Lärande i geometri förefaller gynnas av praktiskt arbete i en diskuterande, samarbetsinfluerad och kreativ atmosfär (Hedrén, 1992, s.35). Om lärare mestadels planerar för och genomför enskilt arbete med rutinuppgifter är dessa aspekter begränsade. Eftersom att geometrilärande med fördel kan följa Van Hieles nivåer i tur och ordning är det även viktigt att lärare kan erbjuda eleverna denna succesiva process.

För att lärare ska kunna hjälpa elever att nå en högre numrerad tankenivå bör läraren passera fem faser (Van Hiele, 1968, s.96-97). Dessa faser är inte samma sak som de fem Van Hiele-nivåerna. Dessa faser beskriver hur läraren kan göra för att hjälpa elever att ta sig från en nivå till en annan. Faserna beskrivs nedan:

1. *Information* innebär att läraren introducerar eleverna till det aktuella matematiska innehållet.
2. *Vägledad kartläggning* innebär att lärare ger eleverna rätt uppgifter så att de kan utforska aktuellt matematiskt innehåll.
3. *Tydliggörande* innebär att eleverna görs medvetna om sambanden i det matematiska innehållet genom lämpliga termer och begrepp.
4. *Fri kartläggning* innebär att eleverna lär sig att själva finna samband genom att utgå från allmängiltiga kunskaper inom det matematiska innehållet. Uppgifterna som tilldelas är nu olika utformade och elevernas uppgift är att finna sin egen väg till lösningen.
5. *Integration* innebär att eleverna skapar en översikt över den kunskap som de inhämtat inom det matematiska innehållet. Begrepp och kunskaper kring dessa blir delvis automatiserade och nästa tankenivå kan nås.

Van Hieles teori om elevers tänkande i geometri kommer att utgöra det perspektiv som insamlad data från denna studie analyseras utifrån. Detta innebär att lärares planering, genomförande samt uppfattning av geometriundervisning kan ses genom Van Hieles tre utvecklingsnivåer: 1. Igenkänning. 2. Analys. 3. Abstraktion.

### **3. Syfte och frågeställning**

Syftet med denna studie är att undersöka överensstämmelsen mellan lärares planering, genomförande och uppfattning av undervisning sett till lärarens förmåga att lära elever geometri. Fokus för denna studie är på grundskolans år 3. Syftet konkretiseras i följande frågeställning:

- Hur är överensstämmelsen mellan lärares planering, genomförande och uppfattning av en geometrilektion i årskurs 3?

## 4. Metod

I detta avsnitt beskrivs de metoder som använts för att besvara studiens syfte och frågeställning. I studien undersöks överensstämmelsen mellan lärares planering, genomförande och uppfattning av geometriundervisning. Med överensstämmelse menas om dessa stadier (planering, genomförande, uppfattning) är enade med varandra eller inte. Genomförs lektionen på det sätt som är planerat? Jag väljer att använda begreppet uppfattning då uppfattning i denna studie innebär hur läraren ser på sin undervisning. Vad vill läraren uppnå och vad anser läraren att den har uppnått med geometriundervisningen? Studien kan på detta sätt analysera geometriundervisningens olika stadier. Överensstämmelsen mellan dessa stadier handlar vidare om huruvida de tre Van Hiele-nivåerna kommer till uttryck i geometriundervisningen.

I denna studie användes triangulering (Bryman, 1997). Detta innebär att jag har använt flera metoder för att samla data till studien. Enligt Bryman (1997, s.157) gynnar triangulering såväl analysen som tolkningen av studiens resultat då ett bredare och säkrare underlag erhålls. Triangulering kan exempelvis innebära någon typ av textanalys, observation och intervju. Samtliga är aktuella i detta fall. Nedan beskrivs datainsamlingsmetoderna. Efter detta beskrivs forskningsetiska principer, urval, datainsamling samt hur analysen av data har genomförts.

### 4.1 Observation

Jag har genomfört två observationer där två lärares geometrilektioner i två årskurser 3 studerades. Att observera handlar om att lära sig att se något med ”nya ögon” samt att lära sig förstå det man ser (Kihlström, 2007, s.37). Det innebär att objektivt studera en händelse och beskriva den med så lite personlig tolkning som möjligt (Rönnerman, 2012, s.22). I aktuellt fall betyder detta att jag som observatör studerade geometrilektionerna med fokus på lärarna (Rönnerman, 2012, s.22). Jag antecknade mina observationer enligt ett löpande protokoll (Kihlström, 2007, s.31). Anteckningarna innehöll bland annat beskrivning av händelser, tidpunkter, känslor och den fysiska platsen (Kihlström, 2007, s.32-33). I Observationerna hade jag som mål att inkludera så mycket som möjligt vad gäller geometrilektionernas utformande, händelser, vad elever och lärare gjorde samt sade. Anteckningarna gav en bild av lärarnas faktiska genomförande av geometriundervisningen. Nästa metod som genomfördes var *intervju*.

### 4.2 Intervju

Samma lärare som observerades blev intervjuade av mig. Intervjuerna var så kallade kvalitativa intervjuer. En kvalitativ intervju synliggör nyanserade beskrivningar av kvalitativa aspekter av den intervjuade personens värld (Kvale & Brinkmann, 2014: 47). Intervjun liknar ett vanligt samtal med skillnaden att intervjun har ett bestämt fokus (Kihlström, 2007). Enligt Kihlström (2007, s.49) är det viktigt att jag som intervjuare funderar kring fenomenet som ska undersökas innan intervjun genomförs. I detta fall är fenomenet lärares geometriundervisning. Bakgrunden i denna studie går igenom faktorer som geometriundervisning innefattar. Bakgrunden visar på detta sätt att jag har funderat kring fenomenet. Bakgrunden är sedan viktig att bortse ifrån under själva intervjun för att på så vis utföra den så objektivt som

möjligt. Intervjuerna genomfördes så att inga ledande frågor ställdes. Detta menar Kihlström (2007, s.48) är viktigt. Frågorna formulerades med grund i studiens syfte samt utifrån de geometrilektioner som jag observerade innan. Detta enligt tips från Kihlström (2007, s.50). De frågor som diskuterades i studiens intervjuer kan ses i bilaga 2. Intervjuerna genomfördes för att få en bild av lärarnas egna uppfattningar av undervisningen. Den sista metoden som användes i studien var *innehållsanalys*.

### 4.3 Innehållsanalys

Som avslutande metod i denna studie utfördes två innehållsanalyser av lärarnas planeringar i geometri. Dessa gjordes på samma lärare som undersöktes i tidigare metoder. En innehållsanalys kan definieras enligt följande:

Innehållsanalys är en metod som rör analys av dokument och texter (tryckta, handskrivna eller i elektronisk form) där man på ett systematiskt och replikerbart sätt vill kvantifiera innehållet utifrån kategorier som utformats i förväg (Bryman, 2011, s.281).

Metoden innebär att informationen som behandlas sorteras så att mönster och huvudsakligt innehåll kan urskiljas i olika kategorier (Eriksson Barajas et.al, 2013, s. 147). Innehållsanalysen eftersträvar att på ett systematiskt och objektivt sätt beskriva innehållet i det material som analyseras (Bryman, 2011). Kategoriseringen i sig har anknutit till mina intressen i denna studie. Dessa är Van Hieles utvecklingsnivåer kring elevers tänkande i geometri. Kategoriseringen har trots detta tillämpats på ett konsekvent sätt så att objektiviteten förblir intakt. Objektiviteten är viktigt enligt Bryman (2011). Planeringarna gjorda av lärare 1 och 2 kan ses i bilaga 3. Innehållsanalysen gjordes för att få uppfattning om lärarnas planering för undervisningen. Vid genomförandet av studien som helhet tillämpades *forskningsetiska principer*.

### 4.4 Forskningsetiska principer

Innan studien genomfördes skrev jag ett informationsbrev till samtliga deltagare i studien. Detta enligt Vetenskapsrådets forskningsetiska principer (2002). I dessa principer finns fyra huvudkrav som innebär följande:

- Informationskravet innebär att deltagarna i undersökningen informeras om undersökningens utformning samt om allt som rör deras roll i studien (Vetenskapsrådet, 2002, s.7). De ska vara medvetna om att deltagandet är frivilligt och kan avbrytas utan vidare (Vetenskapsrådet, 2002, s.7). I denna studie innebar detta att lärare, elever och elevers vårdnadshavare informerades om undersökningen samt att deras deltagande var frivilligt. Se informationsbrevet som skickades ut i bilaga 1.
- Samtyckeskravet innebär att deltagarnas samtycke erhålls (Vetenskapsrådet, 2002, s.9). Deltagarna har rätt att påverka på vilka villkor de deltar i studien (Vetenskapsrådet, 2002, s.9). Detta krav uppfylldes genom att lärarna tackade ja till deltagandet i studien. Se informationsbrevet (bilaga 1).
- Konfidentialitetskravet innebär att personuppgifter hanteras så att inga obehöriga kan ta del av informationen (Vetenskapsrådet, 2002, s.12). Deltagare i studien ska inte kunna identifieras av utomstående (Vetenskapsrådet, 2002, s.12). Detta efterföljdes genom att jag inte nämner några namn eller annan personlig information om deltagare i denna studie. Kravet ingår i informationsbrevet (se bilaga 1).
- Nyttjandekravet innebär att informationen som behandlas inte får användas till icke-vetenskapliga syften, endast till forskning (Vetenskapsrådet, 2002, s.14). Undersökningdeltagarna har rätt att ta del av den färdiga studien (Vetenskapsrådet, 2002,

s.14). Kravet uppfylldes genom att jag endast delger information i detta arbete samt genom att all insamlad data raderas så fort arbetet är godkänt och färdigskrivet (se bilaga 1).

Valet av deltagare i studien beskrivs vidare i *urval*.

#### **4.5 Urval**

Syftet med studien är att undersöka överensstämmelsen mellan lärares planering, genomförande och uppfattning av geometriundervisning i årskurs 3. Urvalet blev därför två lärare som undervisar i matematik i årskurs 3. Lärarna valdes inom samma kommun. Till att börja med kontaktades rektorn på en skola. Rektorn gav klartecken för studien och sedan kontaktades flera lärare via mail och informationsbrev (bilaga 1). Två lärare tackade ja inom den tidsram som studien hade. Jag kunde tyvärr inte invänta svar från alla lärare som blivit tillfrågade, därför stannade antalet deltagare på 2. Hur studien gick till beskrivs mer ingående i *datainsamling*.

#### **4.6 Datainsamling**

Studien genomfördes vid två olika tillfällen. Händelseförloppet är detsamma vid båda tillfällena. Några veckor innan studien genomfördes fick de två lärarna instruktioner om att hålla en geometriktion med valfritt geometriinnehåll. De fick även veta mer detaljerat hur de skulle intervjuas samt att deras lektionsplanering skulle analyseras. De fick ingen information om att jag skulle analysera studien utifrån Van Hiele-nivåerna.

Inledningsvis observerade jag lärarnas genomförande av en geometriktion i årskurs 3. Geometriktionerna pågick i 60 minuter vid båda tillfällena. Eftersom att studiens syfte är att undersöka överensstämmelsen mellan lärares planering, genomförande och uppfattning av geometriundervisning utfördes observationen för att få syn på lärarnas genomförande. I denna metod var jag som observatör passiv under själva lektionen. Jag iakttog samt antecknade lektionen sittandes på en stol i klassrummets hörn. Jag sammanfattade samtliga händelser, allt ifrån vad som sades till att en elev började leka med sin tröja när läraren hade genomgång.

Efter detta gjorde jag intervjuer med samma lärare. För att få syn på lärarnas uppfattning av geometriundervisningen ställdes frågor kring planeringen, undervisningen samt kring elevers lärande i geometri. Frågorna var av öppen karaktär och liknade ett samtal. Frågorna var i förväg formade utifrån studiens syfte samt utifrån det jag sett under observationen (se bilaga 2). Under första observationen kunde jag exempelvis se att elever tolkade den individuella uppgiften på olika sätt. Detta gjorde att en fråga om individualisering ställdes. Intervjuerna spelades in med hjälp av en mobiltelefon och har sedan transkripterats. Båda intervjuerna gjordes i lärarnas egna klassrum och tog ungefär 30-40 minuter att genomföra.

Till sist inhämtades lärarnas nedskrivna geometriplaneringar. Planeringarna är gjorda för de lektioner som jag tidigare observerade. Båda lärarnas planeringar har erhållits via mail efter att observationer och intervjuer genomfördes. Tanken var att jag skulle ha tillgång till planeringarna innan dessa genomfördes. På grund av tidsbrist för båda lärarna var detta inte möjligt. Planeringarna har därför lästs och granskats i efterhand. Innehållet i planeringarna har kategoriserats utifrån vad som kunde urskiljas som fokus. Planeringsinnehållet analyserades sedan med studiens analysverktyg. Detta beskrivs närmare i *analys av data*.

#### **4.7 Analys av data**

När studiens data analyserades användes Van Hieles utvecklingsnivåer (Hedrén, 1992, s.28). I denna studie användes nivåerna som kategorier för att analysera lärarnas förmåga att stimulera eleverna till att nå önskvärda kunskaper i geometriämnet. Detta innebär att

tillvägagångssättet som lärarna använde för att få eleverna till ett visst tänkande fokuserades och inte elevernas tänkande i sig. De nivåer som ingick i analysen är nivå 1, 2 och 3. Nivå 4 och 5 har medvetet valts bort. Detta då nivå 1-3 tolkas vara relevanta för elever i årskurs 3 att uppnå, medan nivå 4 och 5 tolkas kräva kunskaper som elever i högre årskurser har. Nivåerna kan läsas i sin helhet i bakgrunden för denna studie. Precis som med datainsamlingen utfördes dataanalysen vid två tillfällen med en lärare i sänder. Lärarna benämns därför som lärare 1 och lärare 2 hädanefter. Nedan beskrivs aktuellt *analysverktyg*.

#### 4.7.1 *Analysverktyg*

Studiens analysverktyg har sin utgångspunkt i de tre första Van Hiele-nivåerna (Hedré, 1992, s.28). Verktöget är skapat av mig och utgör min personliga tolkning av Van Hieles nivåer sett till det matematiska innehållet i lärarnas geometriundervisning. Två olika tabeller har skapats för att ge en tydlig bild av analysens tillvägagångssätt. I tabellerna finns kolumner för vilken Van Hiele nivå som är aktuell, för vilken typ av uppgift som motsvarar denna nivå samt för vad som förväntas av eleven respektive av läraren på denna nivå. Denna information är med för att underlätta analysen samt för att göra analysen objektiv. *Tabell 1* riktar sig mot det geometriska innehåll som lärare 1 behandlade i sin undervisning, skala vid förstoring av en kvadrat. *Tabell 2* är anpassad efter det geometriska innehåll som lärare 2 behandlade i sin undervisning, mätning av geometriska figurers längd med måttenheten cm.

De Van Hiele-nivåer som kunde urskiljas i lärarnas lektionsgenomföranden kryssades för i tabellen. Detta kunde urskiljas genom att jag läste observationsanteckningarna. Samma sak gjordes för lärarnas uppfattningar i intervjuerna. Jag läste de transkriberade intervjuerna och kryssade för de nivåer som kunde urskiljas. Samma sak gjordes även för lektionsplaneringarna. Jag läste innehållsanalyserna och kryssade för de nivåer som kunde urskiljas. Detta har gjorts för båda lärarna. Med hjälp av analysverktyget kan ett resultat av överensstämmelsen mellan lärares planering, genomförande och uppfattning av geometriundervisning utläsas.



**Tabell 1.** Lärare 1, skala vid förstoring av en kvadrat enligt Van Hieles nivåer över elevers tänkande i geometri

Van Hiele-nivå	Uppgiftstyp	Eleven	Läraren
<b>1 Igenkänning</b>	Att söka efter, skapa eller identifiera en kvadrat.	Kan känna igen och återskapa en kvadrat. Tar ej hänsyn till kvadratens egenskaper. Kan likna kvadraten med något vardagligt.	Låter eleverna bekanta sig med en kvadrat. Även med begreppen förstoring och dubbelt. Både praktiskt och abstrakt.
<b>2 Analys</b>	Att identifiera kvadraten utifrån dess egenskaper.	Kan ange specifika detaljer om kvadraten. Exempelvis att den har fyra hörn och fyra lika långa sidor. Förstår att kvadraten finns i olika storlekar och därför har olika längder på sidan. Kan exempelvis vika papper och mäta för att analysera kvadraten.	Uppmärksammar kvadratens egenskaper. Låter eleverna praktiskt undersöka, analysera och jämföra kvadraten med andra geometriska former. Låter dem även analysera och jämföra flera kvadrater i olika storlekar. Vad är det som gör att den ena är större än den andra?
<b>3 Abstraktion</b>	Att sortera kvadraten utifrån samband mellan dennes egenskaper.	Kan relatera egenskaper till kvadraten samt sortera den på ett logiskt sätt bland andra geometriska figurer. Förstår att kvadraten kan förstoras/förminsas beroende på sidans längd och att en av sidans längd påverkar de andra sidornas längd. Förstår t.ex. att alla kvadrater är rektanglar, men inte tvärtom.	Visar på inbördes samband mellan kvadraten och rektangeln/kuben. Visar även på samband mellan kvadrater i olika storlekar och hur man kan förstora/förminska dem. Uppmärksammar vikten av korrekta definitioner, exempelvis skillnaden på en rektangel och kvadrat. Låter eleverna arbeta abstrakt.

Denna tabell användes vid analysen av studiens data. Utifrån observationsanteckningarna för lärare 1 kryssades aktuella Van Hiele-nivåer för (lärarens genomförande). Utifrån den transkriberade intervjun av lärare 1 kryssades aktuella Van Hiele-nivåer för (lärarens uppfattning). Utifrån innehållsanalysen för lärare 1 kryssades aktuella Van Hiele-nivåer för (lärarens planering).

**Tabell 2.** Lärare 2, mätning av geometriska figurers längd med måttenheten cm enligt Van Hieles nivåer över elevers tänkande i geometri

Van Hiele-nivå	Uppgiftstyp	Eleven	Läraren
<b>1 Igenkänning</b>	Att söka efter, skapa eller identifiera aktuella geometriska figurer.	Kan känna igen och återskapa aktuella geometriska figurer. Tar ej hänsyn till deras egenskaper. Kan likna figurerna med något vardagligt.	Låter eleverna bekanta sig med begreppen för de aktuella geometriska figurerna samt med begreppen längd, cm, omkrets. Både praktiskt och abstrakt. Eleverna får exempelvis rita och mäta.
<b>2 Analys</b>	Att identifiera aktuella geometriska figurer utifrån dess egenskaper och mäta dessa.	Kan ange specifika detaljer om de aktuella geometriska figurerna. Förstår hur man mäter omkrets och hur man använder måttenheten cm. Kan exempelvis vika papper och mäta för att analysera de aktuella geometriska figurerna.	Uppmärksammar de aktuella geometriska figurernas egenskaper. Låter eleverna praktiskt undersöka, analysera och jämföra dessa. Låter dem även mäta på olika sätt och jämföra mätningarna med varandra i cm.
<b>3 Abstraktion</b>	Att sortera de aktuella geometriska figurerna utifrån samband mellan deras egenskaper.	Kan relatera egenskaper till de aktuella geometriska figurerna samt sortera dem på ett logiskt sätt. Förstår hur man ska mäta figurernas omkrets och sidor samt sambandet däremellan. Förstår t.ex. att alla kvadrater är rektanglar, men inte tvärtom.	Visar på inbördes samband mellan de aktuella geometriska figurerna. Visar även på samband mellan mätning av omkrets och sidor för de aktuella geometriska figurerna. Uppmärksammar vikten av korrekta definitioner. Exempelvis vad som är en omkrets och en sida. Låter eleverna arbeta abstrakt.

Denna tabell användes vid analysen av studiens data. Utifrån observationsanteckningarna för lärare 2 kryssades aktuella Van Hiele-nivåer för (lärarens genomförande). Utifrån den transkriberade intervjun av lärare 2 kryssades aktuella Van Hiele-nivåer för (lärarens uppfattning). Utifrån innehållsanalysen för lärare 2 kryssades aktuella Van Hiele-nivåer för (lärarens planering).

Med vetskap om vilka metoder som använts för datainsamlingen samt med vilka verktyg analysen har gjorts redovisar nästa rubrik genomförandet av dataanalysen. Detta görs för att förklara studiens resultat. Till att börja med redovisas observationsanteckningarna för lärarnas geometrilektioner tillsammans med analysen av dessa. Efter detta redovisas de transkriberade intervjuerna tillsammans med analysen. Slutligen redovisas innehållsanalyserna av lärarnas lektionsplaneringar tillsammans med analysen. Detta görs för båda lärarna i tur och ordning. Endast data som anses relevant för studien beskrivs. Övrigt exkluderas. Nästa rubrik är därför *genomförande av analys lärare 1*.

#### *4.7.2 Genomförande av analys lärare 1*

Observationen av geometrilektionen inleddes med att lärare 1 visade eleverna modeller av olika geometriska figurer. Tillsammans namngav de modellerna och skrev orden på tavlan. I detta moment verkade eleverna ha bra koll på figurernas namn och utseende. Flera elever fick hämta en geometrisk modell och ställa på ett bord i mitten av klassrummet. I denna situation kan Van Hieles nivå 1 anses aktuell då eleverna får bekanta sig med kvadratens former. Lektionen fortsatte med fokus på den geometriska figuren kvadraten. Läraren pratade om kvadratens sida och hörn relaterat till förstoring. De diskuterade även relationen mellan kvadraten och en rektangel. I detta fall kan Van Hieles nivå 3 urskiljas då läraren visar på samband. För att nivå 2 skulle vara aktuell krävs att eleverna får undersöka kvadratens egenskaper själva, vilket inte sker.

Läraren tog sedan fram ett prickpapper på tavlan och ritade ett rakt streck mellan två av punkterna. Hon bad eleverna hjälpa henne att göra strecket dubbelt så långt. Detta resulterade i att olika kvadrater med sidor dubbelt så långa som andra sidor ritades upp. De hade nu förstorat kvadraten. Återigen kan Van Hiele-nivå 3 urskiljas då läraren visar hur man kan förstora kvadraten både konkret och abstrakt. I slutet av lektionen fick eleverna varsitt prickpapper och blev instruerade att själva rita kvadrater som har sidor som är dubbelt så långa som varandra. Flera elever missuppfattade vad dubbelt så lång är och frågade om hjälp. Detta gjorde att läraren gick igenom innebörden av begreppet samt visade hur en kvadrat förstoras igen. Eleverna fortsatte sedan med det enskilda arbetet ett tag till innan det var dags för lunch.

I intervjun med lärare 1 framgick att läraren var nöjd med geometrilektionen som varit. Läraren uttryckte att lektionen hade blivit som den var planerad. Målet med lektionen var att eleverna skulle lära sig att förstora en kvadrat. De skulle få samtala med varandra under arbetets gång. Målet uttrycktes enligt följande citat: ”De skulle lära sig begreppet skala. Träna på att förstora och förminska”.

I intervjun diskuterades ämnet geometri i relation till elevers lärande. Lärare 1 påstod att eleverna inte har särskilt svårt med geometri generellt sett. Det som oftast är svårt inom geometri är begrepp. Detta belyses genom citatet nedan:

Jag tycker inte att de har svårt för de geometriska formerna. Det börjar bli svårt när man kommer till area. Sen kan det ju vara svårt med begreppen. Exempelvis med begreppet dubbelt. De börjar kunna dubbelt nu men det är inte självklart. Och begreppet längd, de flesta vet att det är kopplat till cm och m. Men det är inte heller alltid självklart. Det viktigaste är att eleverna är säkra på de grundläggande begreppen, då blir arbetet med geometri mycket lättare.

Utifrån detta tolkas att läraren ser Van Hieles nivå 1 som viktig att inkludera i undervisningen. I intervjun framgår även att lärarens kunskaper om elevernas kunskapsnivåer till stor del utgår från den aktuella matematikboken. Se citatet nedan:

Jag hade eleverna förra året. Vi har jobbat med matteboken under hela tiden och då kommer det in geometri så att jag ser hur de hanterar det. Just i årskurs 3 är det väldigt dåligt med geometri i matteboken. Geometri är bara med i slutet av terminen.

Något som också framkommer i genomförandet av intervjun är att lärare 1 oftast använder lärobok i geometriundervisningen. I ett citat av lärare 1 framgår dock följande: ”Man måste ha lite koll i läroplanen också. Det är nog bra om man pratar lite extra om geometri”. Det framgår även att läroboken som används idag tar upp alldeles för lite geometri enligt läraren själv. Lärarens tankar kring individualisering i geometriundervisningen kan utifrån detta ses i följande citat:

Man kan ju kräva mer eller mindre av olika elever. Jag såg nu att de som är osäkra inte räckte upp handen. Men de var med och lyssnade i alla fall. Jag såg att en del inte hade förstått när de ritade. Då kan man förklara och så. Men alla behöver inte ha gjort lika mycket när vi är klara. Det viktiga är att de förstår.

Det visar sig även att läraren anser att eleverna behöver enskilda uppgifter och uppgifter som bearbetas tillsammans med andra. Även när uppgiften är planerad att göras individuellt menar läraren så. Detta kan ses i citatet: ”De måste få prata med varandra, om jag ser att de funkar och de håller sig till ämnet är det jättebra”. När det gäller rutinuppgifter och alternativ till detta vill läraren erbjuda både och, vilket kan ses i följande citat: ”Rutinuppgifter är viktigt för att de ska lära sig ordentligt, för att kunskaperna ska sitta fast. Alternativa uppgifter där de får utmaning behövs också. Det är bra att variera”.

Avslutningsvis visar genomförandet av intervjun att lärare 1 anser att begrepp är viktigast att börja med när man ska lära sig geometri. Eleverna måste få lära sig begreppet och sedan tillhörande egenskaper. Läraren ger här exempel på att eleverna under lektionen får handskas med kvadratens sidor och vad som gör att en kvadrat är just en kvadrat. Detta både praktiskt och abstrakt genom ritande och tolkande. Utifrån detta kan Van Hieles nivå 1 och 2 relateras. Nivå 1 aktualiseras genom lärarens begreppsfokus och utforskandet som läraren nämner relaterar till nivå 2.

I innehållsanalysen som gjordes på den lektionsplanering som lärare 1 utfört (se bilaga 3) kunde följande huvudsakliga innehåll konstateras och kategoriseras: geometriska figurer, begrepp, praktiskt ritande. Detta gjorde att Van Hieles nivå 1 och 2 tolkades som aktuella. I planeringen nämns begrepp som kvadrat och kub. Även utforskande arbete där eleverna ska rita, klippa och klistra. Detta innefattar nivå 1 och 2. Van Hieles nivå 3 som handlar om samband nämns inte i planeringen. Under nästa rubrik beskrivs *genomförande av analys lärare 2*.

#### 4.7.3 Genomförande av analys lärare 2

Observationen av geometrilektionen som lärare 2 utförde startade med att läraren berättade att dagens lektion skulle handla om geometriska figurers längd och omkrets. Efter detta tog läraren fram olika geometriska figurer i form av klossar. Hon gick även igenom de geometriska namnen på dessa figurer. I denna situation kan Van Hieles nivå 1 urskiljas. Detta eftersom att eleverna fick bekanta sig med de geometriska figurerna, igenkänning. Eleverna informerades sedan om en lek. De samlades så småningom i en ring på golvet. Mellan dem låg en hög med geometriska klossar. En av eleverna lämnade ringen och höll för öronen medan resterande elever tillsammans bestämde vilken av de geometriska figurerna som skulle vara ”Burr”. När eleven kom tillbaka började den peka på olika klossar varpå resterande elever svarade i kör: ”stor kvadrat går bra” och så vidare. När samma elev pekade på en cirkel

och de andra eleverna utbrast ”Burr” var det dags för en annan elev att gå iväg. Efter en stund avbröt läraren leken och bad eleverna sätta sig på sin plats och ta fram läroboken. Några elever protesterade.

Under resterande tid av lektionen arbetade eleverna individuellt med att mäta omkrets samt sidor av rektanglar, kvadrater och trianglar. I detta moment uppmanades eleverna att använda de geometriska figurerna som tidigare var med i leken. På så vis skulle de få en konkret bild av figurens sidor som skulle mätas i boken. Läraren visade även ett exempel för eleverna. Hon tog en rektangel, visade upp dennes sidor, mätte längderna och skrev sedan figurens omkrets på tavlan. I detta moment kan både Van Hiele-nivå 2 och 3 urskiljas. Läraren uppmärksammar eleverna på figurernas egenskaper genom att urskilja sidor och ytor. Hon låter dem även upptäcka dessa praktiskt medan de räknar. Detta relateras till nivå 2. Slutligen diskuterar läraren och eleverna sambandet mellan figurens sidor och omkrets, nivå 3.

I intervjun med lärare 2 framgick att läraren var nöjd med lektionen som varit. Detta kan ses i citatet: ”Lektionen gick bra. Jag hade planerat att de skulle få undersöka de geometriska figurerna praktiskt samtidigt som de räknade i böckerna. Leken var tänkt som en repetition av figurerna”. I detta fall kan Van Hieles nivå 2 urskiljas. Läraren lyfter fram att eleverna ska få analysera, undersöka och jämföra geometriska figurer samt mäta dessa i verkligheten och i böcker. I detta fall nämns inte Van Hiele-nivå 1 som fokuserar på igenkänning och liknelser.

I genomförandet av intervjun framgick även att lärare 2 anser att eleverna kan ha svårt att fokusera på den matematiska delen när konkreta material som kuber och klossar används: ”Det blir lätt bara lek av det hela. Ibland måste man sätta dem framför ett papper för att få dem att ta matematiken på allvar. Jag fick därför avbryta leken rätt tidigt”. Utifrån detta kan tolkas att eleverna gärna vill arbeta en längre tid än vad som är önskvärt i Van Hieles nivå 1, igenkänning. På denna nivå ska eleverna bekanta sig med begrepp och figurer. Även Van Hieles nivå 2 verkar ingå då eleverna där ska upptäcka och analysera praktiskt. Läraren kan utifrån detta tolkas mena att eleverna gärna stannar kvar i Van Hieles nivå 1 och 2, men tappar matematiken på grund av fel fokus. Analysen visar att läraren vill att eleverna ska arbeta i Van Hieles nivå 3 för att undvika detta. Hon vill att eleverna ska se sambanden mellan det konkreta materialet som används och de abstrakta uppgifterna i boken.

Genomförandet av intervjun berörde även begreppet läromedel. Det framgick att lärare 2 använder sig av lärobok under största delen av matematiklektionerna. Dessa alterneras med matematikspel på dator, schack eller lekar likt den som gjordes idag. Detta kan ses i följande citat: ”Ett eller två pass i veckan leker vi eller gör något annat. De andra lektionerna räknar vi i boken. Det är viktigt att göra både och. Även att se till att den abstrakta matematiken finns med när vi leker”. Återigen kan Van Hieles nivå 3 tolkas vara en nivå som lärare 2 inte vill missa, den abstrakta del där samband fokuseras. Van Hieles nivå 1 och 2 nämns inte som lika viktiga i detta fall, igenkänning och praktiskt utforskande.

Avslutningsvis berörde genomförandet av intervjun även rutinuppgifter och alternativ till detta. Det visar sig att lärare 2 anser att eleverna behöver både och. Vad gäller individualisering framgick att lärare 2 gärna individualiserar med hjälp av läroböckerna där läraren ser vad eleverna behöver mer träning i. Utifrån detta kan eleverna ges individuella extrauppgifter. Se följande citat: ”Under denna lektion fick eleverna arbeta själva i matematikboken efter genomgången. Då ser jag om varje elev har förstått sambanden mellan sidorna och omkretsen av de geometriska figurerna eller inte”. I detta fall är Van Hieles nivå 3 åter aktuell. Eleverna får arbeta med samband mellan geometriska figurers egenskaper genom att mäta sidor och omkrets på ett abstrakt sätt. Det visar sig även vara viktigt att ha inslag av aktiviteter utöver arbete med lärobok då läroboken inte inkluderar allt som eleverna behöver

lära sig i geometri. Lärare 2 konstaterade även att den viktigaste delen för elever att börja med inom ett geometriområde är utforskande och undersökande. Ur detta kan Van Hieles nivå 2 aktualiseras.

I innehållsanalysen som gjordes på den lektionsplanering som lärare 2 utfört (se bilaga 3) kunde följande huvudsakliga innehåll konstateras och kategoriseras: geometriska figurer, mätning, enskilt arbete. Detta gjorde att Van Hieles nivå 1 tolkas som aktuell. Planeringen visar att eleverna ska få namnge och bekanta sig med olika geometriska figurer, vilket innefattar nivå 1 igenkänning. Van Hieles nivå 2 och 3 kan inte urskiljas i planeringen då utforskande, jämförande och samband inte nämns.

## 5. Resultat

I detta avsnitt presenteras svar på studiens syfte och frågeställning. Till att börja med redovisas resultatet i en tabell för lärare 1 och lärare 2. Efter detta sammanfattas studiens resultat som helhet.

### 5.1 Hur är överensstämmelsen mellan lärares planering, genomförande och uppfattning av en geometrilektion i årskurs 3?

Resultatet av studien har framtagits med hjälp av studiens analysverktyg, Van Hieles utvecklingsnivåer. Resultatet har sammanställts i tabell 3 nedan. De Van Hiele-nivåer 1-3 som var synliga vid varje stadie i undervisningen för lärare 1 och lärare 2 har skrivits i kolumnerna. De nivåer som inte var synliga har lämnat tomma kolumner.

**Tabell 3.** Lärarnas planering, genomförande och uppfattning av en geometrilektion i årskurs 3 enligt Van Hieles nivåer över elevers tänkande i geometri

Lärare	Lärarens planering			Lärarens genomförande			Lärarens uppfattning		
	Nivå 1	Nivå 2		Nivå 1		Nivå 3	Nivå 1	Nivå 2	
<b>Lärare 1</b>	Nivå 1	Nivå 2		Nivå 1		Nivå 3	Nivå 1	Nivå 2	
<b>Lärare 2</b>	Nivå 1			Nivå 1	Nivå 2	Nivå 3		Nivå 2	Nivå 3

Analysen av lärare 1 visade att lektionsplaneringen innefattar Van Hieles nivå 1 och 2. Planeringen fokuserar begrepp och igenkänning av geometriska figurer (Van Hiele-nivå 1). Fokuseras gör även utforskande arbetssätt där eleverna får rita, klippa och klistra (Van Hiele-nivå 2). Samband fokuseras inte i planeringen (Van Hiele-nivå 3). Lärarens genomförande av lektionen visade sig innefatta Van Hieles nivå 1 och 3. Där fokuseras begrepp på nödvändiga termer gällande kvadraten och igenkänning av geometriska figurer (Van Hiele-nivå 1). Även samband mellan kvadratens sidor och hörn fokuseras (Van Hiele-nivå 3). Utforskande och analyserande kunde inte ses i genomförandet (Van Hiele-nivå 2). Utifrån samtalet mellan mig och läraren framkom att lärarens egen uppfattning av undervisningen innefattar nivå 1 och 2. I samtalet fokuseras begreppsbyggnad (Van Hiele-nivå 1) samt utforskande arbetssätt (Van Hiele-nivå 2). Samband nämndes inte i intervjun (Van Hiele-nivå 3).

Analysen av lärare 2 visade att lektionsplaneringen innefattar Van Hieles nivå 1. I planeringen fokuseras begrepp och igenkänning av geometriska figurer (Van Hiele-nivå 1). Varken utforskande arbetssätt (Van Hiele-nivå 2) eller samband och definitioner (Van Hiele-nivå 3) fokuseras i planeringen. Genomförandet av lektionen visade sig innefatta Van Hieles nivå 1, 2

och 3. I Lärarens genomförande fokuseras begrepp och igenkänning av geometriska figurer (Van Hiele-nivå 1). Fokuseras gör även utforskande, analyserande arbetssätt där eleverna tar hjälp av konkreta geometriska figurer medan de räknar (Van Hiele-nivå 2). Även samband fokuseras under en diskussion kring rektangelns sidor och omkrets (Van Hiele-nivå 3). Utifrån samtalet mellan mig och läraren framkom att lärarens egen uppfattning av undervisningen innefattar nivå 2 och 3. I samtalet fokuseras utforskande arbetssätt (Van Hiele-nivå 2) samt samband mellan sidor och omkrets av geometriska figurer (Van Hiele-nivå 3). Begrepp och igenkänning nämndes inte i intervjun (Van Hiele-nivå 1).

Överensstämmelsen mellan båda lärarnas planering, genomförande och uppfattning av geometriundervisning kan således konstateras som icke överensstämmande. Resultatet redovisas ur ett mer generellt perspektiv i en *sammanfattning av resultat*.

## **5.2 Sammanfattning av resultat**

Analysen i denna studie visar att lärares olika stadier i undervisning inte alltid överensstämmer med varandra. Planeringen kan fokusera på en särskild geometrisk aspekt medan lektionsgenomförandet och lärarens egen uppfattning fokuserar på en annan. Den påverkan som detta har på geometriundervisningen är att nivåer av lärande hoppas över. Analysen visar även att lärare uppfattar att geometriundervisning bör innehålla olika typer av aktiviteter och uppgifter. Det visar sig även finnas en utmaning i att göra geometriundervisningen praktisk och utforskande samtidigt som elevernas fokus på det geometriska innehållet ska behållas. Avslutningsvis visar analysen också att en del läroböcker som används i matematikundervisningen inte erbjuder ett tillräckligt geometriskt innehåll.

## 6. Diskussion

I detta avsnitt diskuteras studiens tillvägagångssätt och resultat. Till att börja med diskuteras för och nackdelar med studiens genomförande i en metoddiskussion. Efter detta redogörs en resultatdiskussion om överensstämmelsen mellan lärares planering, genomförande och uppfattning av geometriundervisning i relation till Van Hieles utvecklingsnivåer. Detta görs även i relation till vilka typer av aktiviteter som användes i studien. Till sist sammanfattas resultatdiskussionen och slutsatser dras.

### 6.1 Metoddiskussion.

Valet av att göra en observation bedömdes som lämpligt för studiens syfte, att undersöka överensstämmelsen mellan lärares planering, genomförande och uppfattning av geometriundervisning i årskurs 3. Observationen gav resultatet om lärarnas genomförande av geometriktioner. Observationen gav även goda möjligheter till analys och utvärdering av det som sågs. Att göra en utvärdering av det som observeras menar Kihlström (2007, s.46) är viktigt. Det negativa med observation som metod kan vara att elever och lärare känner sig obekväma för att jag är där och gör undersökningen. Å andra sidan kan min närvaro göra att de presterar extra bra om situationen upplevs som speciell. Som observatör är det således viktigt att vara medveten om sin egen påverkan på observationen. Personliga värderingar samt detaljer som jag som observatör fokuserar på är avgörande för vad som ses (Kihlström, 2007, s.34). Resultatet av observationen i denna studie är därför en spegling av mitt intresse av att undersöka hur lärarna lär eleverna det aktuella geometriska innehållet. Trots att mina ambitioner var att anteckna så mycket som möjligt fanns förmodligen ett undermedvetet fokus på aktivitet och uppgift i relation till Van Hieles nivåer.

Valet att göra en intervju med lärarna var lämpligt för att få en bild av lärarnas uppfattningar kring undervisningen. Det positiva med intervjuerna är att de gav svar på hur lärarna tänker samt vilka föreställningar de har av sin undervisning. Intervjuerna var kvalitativa i sitt utförande vilket innebär att de liknade ett samtal med öppna frågor (Kihlström, 2007, s.48). Fördelen med sådana intervjuer är att de tack vare sin öppna karaktär kan följa lärarnas tankegångar väl (Kihlström, 2007, s.49). Genom att intervjuerna spelades in minimerades risken för att gå miste om något, vilket också är en fördel. Inspelningar sägs även förbättra studiens reliabilitet (Kihlström, 2007, s.232). Risken att läraren känner sig obekväma under inspelningen finns dock. Då läraren erhöll studiens informationsbrev och var förberedd på situationen är förhoppningen att detta kunde förhindras. En möjlig nackdel med kvalitativa intervjuer är att jag som intervjuare riskerar att styra samtalet för mycket (Kihlström, 2007,



s.48). Trots att mina ambitioner var att endast vägleda lärarna genom intervjuerna kan somliga frågor ha varit oavsiktligt styrande. Se intervjufrågor i bilaga 2.

Innehållsanalys av lärarnas planeringar som en tredje metod valdes för att få ytterligare information om lärarnas tankar och intentioner med undervisningen. Innehållsanalysen visade att lärarnas planeringar fokuserar på specifika geometriska aspekter. Detta har framkommit vid sökandet av mönster i planeringarna enligt metoden som beskrivs i Eriksson Barajas et.al (2013, s. 147). För lärare 1 är dessa aspekter geometriska figurer, begrepp och praktiskt ritande. För lärare 2 är dessa geometriska figurer, mätning och enskilt arbete. Dessa fokuseringar kunde sedan relateras till studiens observationer och intervjuer. Informationen blev på detta sätt ett bekräftande eller icke bekräftande av det jag sett. Studiens resultat fick därmed ökad tillförlitlighet tack vare innehållsanalysen. En nackdel med innehållsanalys som metod kan vara att urskiljandet av mönster och kategoriseringar speglar mitt intresse som forskare. I aktuell studie användes Van Hieles nivåer som analysverktyg. De aspekter som enligt mig fokuseras i lärarnas planeringar kan omedvetet vara relaterade till Van Hiele-nivåerna.

Det låga antalet lärare som deltog i undersökningen gör att studien inte kan generaliseras. På grund av att studien genomfördes inom begränsade tidsramar och på grund av det gensvar som erhöles inom denna tid kunde endast två lärare delta. För att inkludera fler lärare hade mer tid behövts. Att studien görs med flera metoder är dock viktigt att komma ihåg. Antalet deltagare må vara få, men metoderna avser beskriva på djupet hur, vad och varför saker och ting sker snarare än att beskriva hur ofta det förekommer. Detta gör att studiens utformande kan anses berättigat i förhållande till vad som avses studeras, överensstämmelsen mellan lärares planering, genomförande och uppfattning.

Tack vare att samtliga metoder i studien har utförts med stringens och förberedelse har studien sammantaget flera fördelar. Relevanta begrepp och definitioner som undervisning, planering, enskilt arbete med rutinuppgifter, alternativ till detta och geometri har redogjorts i bakgrunden för att undvika feltolkningar. Studien har genomförts med triangulering där tre metoder har använts. Antalet metoder gör att studien erhåller en bred repertoar av data och analysen kan därför göras noggrant och ur flera perspektiv (Bryman, 1997, s.157). Samtliga forskningsetiska principer har tagits till hänsyn genomgående i undersökningen (Vetenskapsrådet, 2002). Situationer där jag som utfört studien riskerar att avspegla mina intressen i studiens genomförande är delvis oundvikliga. Tack vare min medvetenhet om detta har den personliga påverkan dock försökt att undvikas. Detta genom att både positiva och negativa aspekter har uppmärksammats. Jag har även använt mig av Van Hieles utvecklingsnivåer i geometri vid analysen av data. Detta gör att studiens objektivitet ökar. Resultatet som analysen ledde fram till diskuteras vidare i studiens *resultatdiskussion*.

## **6.2 Resultatdiskussion**

Överensstämmelsen mellan lärares planering, genomförande och uppfattning av geometriundervisning i årskurs 3 är icke överensstämmande. Detta är vad resultatet av denna studie visar. Problemet som studien grundar sig på är att elever i årskurs 4 i Sverige presterar låga resultat i geometri (Skolverket, 2012b, s.8). Eleverna får även mestadels arbeta enskilt med rutinuppgifter i läroböcker (Skolinspektionen, 2009, s.17; Skolverket 2012a, s.14). För att aktiviteterna ska vara alternativ till enskilt arbete med rutinuppgifter krävs att läraren fokuserar på praktiskt arbete, utmaningar, samtal och samarbete (Crompton, 2015; Kalbitzer & Loong, 2013; Scandrett, 2008; Jacobbe, 2008). Till en början var studiens syfte att ta reda

på vilka mål lärare har med sin geometriundervisning. Under studiens gång utvecklades syftet till att undersöka överensstämmelsen mellan lärares planering, genomförande och uppfattning av geometriundervisning då detta överensstämde helt med det material som samlades in.

Planering definieras av Stukat (1998, s.15) som en förutsättning för att elever ska kunna tillägna sig önskade kunskaper samt för att undervisningen ska nå upp till bästa möjliga nivå. I den studie som jag genomfört planerar lärarna lektioner med fokus på särskilda aspekter vad gäller elevers tänkande i geometri. Detta fokus visar sig sedan inte alltid stämma överens med hur lektionerna genomförs eller uppfattas av lärarna själva. Van Hieles nivåer över elevers tänkande i geometri förutsätter att varje elev når nivå 1 till att börja med och sedan nivå 2 och 3 (Hedré, 1992, s.28). Enligt studiens analys och resultat har lärarna inte alltid planerat för nivåer som berörs i undervisningen. En planering för arbete med sambanden mellan kvadratens sida och hörn samt mellan kvadrat och rektangel finns exempelvis inte enligt studiens analys. Enligt samma analys innehöll undervisningen dock detta. Enligt kunskapskraven i årskurs 3 ska elever kunna beskriva geometriska objekts egenskaper (Skolverket, 2011, s.67). Utifrån kunskapskravet tolkas undervisningens innehåll av samband därför vara legitimt. Frågan är hur väl innehållet landar hos elever när innehållet kan konstateras som oplanerat och omedvetet hos läraren?

Utifrån ett perspektiv kan det anses oundvikligt att planering av undervisning inte alltid stämmer överens med själva genomförandet. I arbete med människor uppstår omständigheter som omöjligt kan förutses. Det kan till och med vara positivt om läraren är flexibel och ändrar undervisningens riktning när eleverna drar åt ett håll som inte från början var planerat. Enligt Van Hiele (1957) är det nämligen viktigt att läraren och eleverna befinner sig på samma Van Hiele-nivå för att kommunikationen ska fungera bra. På detta sätt kan man uttrycka att det är viktigare för lärare att fokusera på eleverna så att samma Van Hiele-nivå aktualiseras, än att planeringen följs till punkt och pricka.

Utifrån ett annat perspektiv kan det anses negativt att lärares uppfattningar, genomföranden och planeringar inte alltid stämmer överens med varandra. Undervisning definieras nämligen som: ”sådana målstyrda processer som under ledning av lärare eller förskollärare syftar till utveckling och lärande genom inhämtande och utvecklande av kunskaper och värden...” (SFS 2010:800). I definitionen framgår att läraren leder målstyrda processer i sin undervisning. Frågan är hur väl lärare kan leda elever när avseendet med undervisningen är en sak, genomförandet en och uppfattningen en tredje. Blir ledarskapet tillräckligt tydligt och vad är egentligen målet?

Studiens resultat visar att lärarna på grund av tidsbrist inte alltid har fullständiga lektionsplaneringar innan lektionerna genomförs. Trots detta följer lärarnas lektionsgenomföranden Skolverkets riktlinjer från undervisningsmaterialet *Diamant*. Där står att inledande faser i geometriundervisningen ska behandla geometriska figurers namn, symmetri, sidor och vinklar (Skolverket, 2016, s.4). Studien visar däremot att en av utmaningarna i geometriundervisningen är att erbjuda elever praktiskt och utforskande lärande samtidigt som fokus på matematiken bibehålls. Detta kan relateras till Skolverkets läroplan som beskriver att matematikundervisningen ska innehålla praktiska och estetiska inslag (Skolverket, 2011, s.10). Detta visar således att lärare kan ha tidsbrist och utmaningar i att behålla elevers matematiska fokus men ändå behandla ett befogat geometriskt innehåll. En fråga som väcks utifrån detta är hur väl det geometriska innehållet kan bearbetas. Har lärare med distraktioner likt dessa möjligheter att stimulera elever till att uppnå nästa Van Hiele-nivå enligt de fem faserna som krävs: information, vägledad kartläggning, tydliggörande,

fri kartläggning, integration (Van Hiele, 1968, s.96-97)? En ytterligare tanke är att lärarna i studien kanske hade kunnat inkludera alla Van Hiele-nivåer i sin undervisning om de varit medvetna om att nivåerna undersöktes. I detta fall visste inte lärarna att jag analyserade undervisningen utifrån nivåerna.

Fortsättningsvis tenderar läroböcker att fokusera på enskilt arbete med rutinuppgifter (Skolinspektionen (2009, s.17). Skolinspektionen (2009, s.22) och Skolverket (2011, s.10) uppmanar lärare att använda alternativa aktiviteter till enskilt arbete med rutinuppgifter för att elever ska nå läroplanens samtliga förmågor. Eleverna kan exempelvis rita ett fantasihus på ett isometriskt rutat papper genom att avbilda geometriska figurer i olika former (Kalbitzer & Loong, 2013, s.6). När frågor kring undervisningsaktiviteter ställdes i intervjuerna i denna studie är lärarnas uppfattningar att geometriundervisning bör innehålla både enskilt arbete med rutinuppgifter och alternativ till detta. Lärarna tolkas alltså ha för avsikt att erbjuda elever varierande aktiviteter. I studiens intervjuer konstateras även att stora delar av geometriundervisningen innefattar aktiviteter med läroböcker, även om detta alterneras med alternativa aktiviteter då och då. Användandet av lärobok kan göras på flera sätt och varje lärobok skiljer sig åt (Johansson, 2006). Att använda lärobok behöver därmed inte vara fel. För att se till att eleverna får arbeta med alternativa uppgifter till enskilt arbete med rutinuppgifter verkar däremot medvetenheten om hur läroboken används vara viktig. En tanke som väcks utifrån detta är huruvida läroböckers geometriinnehåll står sig i relation till Van Hieles utvecklingsnivåer. I resultatet av studien framgår nämligen att läroböckerna som används i dessa matematikundervisningar inte erbjuder ett tillräckligt geometriskt innehåll. Detta enligt lärarnas egna uppfattningar. Vad detta innebär exakt har denna studie inget svar på.

Idén med Van Hieles nivåer är att elever ska nå dessa i tur och ordning samt att lärare och elever ska befinna sig på samma Van Hiele-nivå i undervisningen (Van Hiele, 1986). Van Hieles nivåer hänger på så vis samman med aktiviteterna som undervisningen består av. Alternativa aktiviteter till enskilt arbete med rutinuppgifter kännetecknas av praktiskt arbete, utmaningar, samtal och samarbete (Crompton, 2015; Kalbitzer & Loong, 2013; Scandrett, 2008; Jacobbe, 2008). Van Hieles nivåer är i likhet med detta utformade så att praktiska, samarbetsmögliga och upptäckande aktiviteter fokuseras innan de abstrakta aktiviteterna. I Van Hieles nivå 1 och 2 fokuseras en del praktiska tillvägagångssätt medan nivå 3 fokuserar det abstrakta (Hedré, 1992, s.28; Van Hiele, 1957). Studiens resultat visar att lärarna ibland hoppar över Van Hiele-nivåer. Sådana hopp bör undvikas helt enligt Hedré (1992, s.28). Detta då elevernas lärande inte kan nå en nivå fullt ut förrän nivån innan är uppnådd. Under nästa rubrik redogörs en *slutsats* av denna resultatdiskussion.

### 6.2.1 Slutsats

Överensstämmelsen mellan lärares planering, genomförande och uppfattning av geometriundervisning i årskurs 3 är icke överensstämmande sett till min studie. Till viss del är detta oundvikligt och även positivt då flexibilitet kan se till att elever och lärare befinner sig på samma Van Hiele-nivå i undervisningen. Till viss del är detta olyckligt då lärares intentioner med undervisningen inte verkställs och Van Hiele-nivåer som är viktiga för eleverna att bearbeta hoppas över. Utmaningen i att skapa balans mellan matematik och aktivitet tillsammans med ett otillräckligt geometriskt innehåll i en del läroböcker bidrar också till det olyckliga. Studiens resultat kan på detta sätt relatera till de problem som studien vilar på. Min slutsats av denna studie utmynnar därför i följande fråga: Elever i årskurs 4 kanske levererar låga resultat i geometri för att nivåer av geometrilärande hoppas över i undervisningen? Lärarna föredrar således en variation av enskilt arbete med rutinuppgifter

och alternativ till detta. Min slutsats är därför även att geometriundervisningens faktiska genomförande beror på flera faktorer som kan vara intressanta att undersöka vidare. Detta leder till studiens avslutande rubrik, *förslag till vidare forskning*.

### 6.2.2 Förslag till vidare forskning

Aktuell studie undersöker två lärares geometriundervisning i årskurs 3. Fokus i denna studie har varit lärarnas förmåga att stimulera eleverna att lära ett visst geometriskt innehåll. Utifrån resultatet som visar att stadierna i lärares geometriundervisning inte alltid stämmer överens samt att nivåer kan hoppas över, vore det intressant att närmare undersöka ett av stadierna, nämligen själva genomförandet. Vilka faktorer påverkar att geometriundervisningen faktiskt blir som den blir? I denna studie framkom intressanta aspekter relaterat till lärarnas lektionsgenomföranden. Aspekterna handlar om lärares tidsbrist och elevers förmåga att bibehålla fokus på det matematiska innehållet samt lärobokens geometriska innehåll. Hur påverkar dessa faktorer? Vilka ytterligare faktorer finns?

## Referenser

- Bryman, A. (2011). *Samhällsvetenskapliga metoder*. Stockholm: Liber.
- Crompton, H., (2015). *Using Context-Aware Ubiquitous Learning to Support Students' Understanding of Geometry*. Journal of Interactive Media in Education. 2015(1), p.Art. 13. DOI: <http://doi.org/10.5334/jime.aq>
- Dimenäs, J. (2007). *Lära till lärare – att utveckla läraryrket: vetenskapligt förhållningssätt och vetenskaplig metodik*. 1. uppl. Stockholm: Liber.
- Eriksson Barajas, K. Forsberg, C. & Wengström, Y. (2013). *Systematiska litteraturstudier i utbildningsvetenskap*. Stockholm: Natur & Kultur.
- Gibbons, P. (2010). *Stärk språket stärk lärandet - Språk- och kunskapsutvecklande arbetssätt för och med andraspråkselever i klassrummet*. Hallgren & Fallgren.
- Goodson-Espy, T., Lynch-Davis, K., Schram, P., & Quickenton, A. (2010). *Using 3D Computer Graphics Multimedia to Motivate Preservice Teachers' Learning of Geometry and Pedagogy*. SRATE Journal, 19(2), 23-35.
- Hedrén, R. (1992). Van Hiele-nivåer och deras betydelse för geometriundervisningen. I: Emanuelsson, G. Johansson, B. & Ryding, R. (red.). *Geometri och statistik*. Lund: Studentlitteratur
- Jacobbe, T. (2008). *Researching the Unit: An Activity to Visualise the Unit*. Australian Primary Mathematics Classroom, 13(2), 23.
- Johansson, M. (2006). *Teaching Mathematics with Textbooks - A classroom and Curricular Perspective*. Luleå: Luleå Universitet.

- Kalbitzer, S., & Loong, E. (2013). *Teaching 3-D geometry-the multi representational way*. Australian Primary Mathematics Classroom, 18(3), 23.
- Kihlström, S. (2007). Intervju som redskap. I J, Dimenäs. (Red.), *Lära till lärare*. Stockholm: Liber.
- Kihlström S. (2007). Observation som redskap. I J, Dimenäs. (Red.), *Lära till lärare*. Stockholm: Liber.
- Korsell, Ingela, 2007: *Läromedel – Det fria valet?* Stockholm: Liber AB.
- Långström, S. & Viklund, U. (2006). *Praktisk lärarkunskap*. Lund: Studentlitteratur AB.
- Löwing, M. (2011). *Grundläggande geometri Matematikdidaktik för lärare*. Lund: Studentlitteratur.
- Misretta, R. & Prozio, J. A. (2000). *Using Manipulatives to Show What We Know. Teaching Children Mathematics. Vol 7. No 1*. Published by: National Council of Teachers of Mathematics.
- Mohr, D. J. (2008). *Pre-Service Elementary Teachers Make Connections between Geometry and Algebra through the Use of Technology*. Issues in the Undergraduate Mathematics Preparation of School Teachers, 3.
- Radovic, S. (2013). *Teaching Materials" Surface Area of Geometric Figures," Created Using the Software Package" GeoGebra"*. European Journal of Contemporary Education, 4(2), 72-80.
- Rönnerman, K. (Red.). (2012). *Aktionsforskning i praktiken – förskola och skola på vetenskaplig grund*. Lund: Studentlitteratur.
- Sackerud Kling, Lili-Ann (2009). *Elevers möjligheter att ta ansvar för sitt lärande i matematik – En skolstudie i postmodern tid*, Print & Media. Umeå: Umeå universitet. <http://umu.diva-portal.org/smash/get/diva2:272715/FULLTEXT02.pdf>
- Selander, S. (2016). *Läromedel*. I *Nationalencyklopedin*. Tillgänglig: <http://www.ne.se/uppslagsverk/encyklopedi/l%C3%A5ng/l%C3%A4romedel>
- SFS 2010:800. Skollag. Stockholm: Utbildningsdepartementet.
- Skolinspektionen (2009). *Undervisningen i matematik – utbildningens innehåll och ändamålsenlighet*. Göteborg: NCM.
- Skolverket (2011). *Läroplan för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet 2011*. Stockholm: Skolverket.
- Skolverket (2012a). *Tid för matematik – Erfarenheter från matematiksatsningen 2009-2011*.
- Skolverket (2012b). *TIMSS 2011- Svenska grundskoleelevers kunskaper i matematik och naturvetenskap i ett internationellt perspektiv*. Rapport 380.

- Skolverket. (2014). *Klassrumskommunikation*. Hämtad 2016-09-06, från <http://www.skolverket.se/skolutveckling/resurser-for-larande/itiskolan/utveckla-undervisningen/sju-timmar-om/klassrumskommunikation/klassrumskommunikation-1.228301>
- Skolverket. (2015). *Vad är läromedel?* Hämtad 2016-09-07, från <http://www.skolverket.se/skolutveckling/forskning/didaktik/tema-laromedel/vad-ar-laromedel-1.181690>
- Skolverket (2016). *Didaktik*. Hämtad 2016-09-07, från <http://www.skolverket.se/skolutveckling/forskning/didaktik>
- Skolverket (2016). *Geometri*. Hämtad 2016-09-07, från <http://www.skolverket.se/bedomning/bedomning/bedomningsstod/matematik/diamant-1.196205>  
[http://www.skolverket.se/polopoly\\_fs/1.193726!/Menu/article/attachment/5\\_Geometri.pdf](http://www.skolverket.se/polopoly_fs/1.193726!/Menu/article/attachment/5_Geometri.pdf)
- Skolverket (2016). *Planering*. Hämtad 2016-09-07, från <http://www.skolverket.se/laroplaner-amen-och-kurser/grundskoleutbildning/planera-och-undervisa>
- Stensmo, C. (1997). *Ledarskap i klassrummet*. Lund: Studentlitteratur AB.
- Stukát, S. (1998). Lärares planering under och efter utbildningen. (Göteborg Studies in Educational Sciences 121). Göteborg: Acta Universitatis Gothoburgensis.
- Taflin, Eva (2007). *Matematikproblem i skolan: för att skapa tillfällen till lärande*, Department of Mathematics and Mathematical Statistics, Umeå University, Diss. Umeå: Umeå universitet.
- Van Hiele, P. (1986): *Structure and Insight. A Theory of Mathematics education*. London: Academic Press, Inc.
- Van Hiele, P.M. (1957). The child's Thought and Geometry. I T. Carpenter; J. Dossey & J. Koehler (red.), (2004), *Classics in Mathematics Education Research* (s.60-65). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Vetenskapsrådet (2002). *Forskningsetiska principer inom humanistisk - samhällsvetenskaplig forskning*. Stockholm: Vetenskapsrådet.

## **Bilaga 1**

Informationsbrev.



HÖGSKOLAN  
DALARNA

### **Information om studie om lärares planering i geometri**

#### **Du tillfrågas härmed om deltagande i denna undersökning**

Undersökningens syfte och innehåll är att ta reda på vilka mål lärare har med sin geometriundervisning. Detta görs genom att undersöka vad som framkommer i planeringen av undervisningen.

I undersökningen kommer underlaget vara en innehållsanalys av lärares planering för en geometrilektion, en observation av en geometrilektion samt en intervju med läraren för att komplettera data från planeringsunderlaget och undervisningsobservationen. Intervjun kommer att ta ca 20-30 minuter.

Samtliga deltagare i studien är garanterade anonymitet, vilket även gäller skolans namn och kommun. Det insamlade materialet kommer endast att användas till denna studie, och det är endast jag, min handledare samt min examinator vid Högskolan Dalarna som kommer få tillgång till det insamlade materialet. Undersökningen kommer att presenteras i form av en uppsats vid Högskolan Dalarna, och när arbetet är godkänt kommer det insamlade materialet att raderas. Du som är med i undersökningen kommer självklart få ta del av den färdiga uppsatsen.

Ditt deltagande i undersökningen är helt frivillig. Du kan när som helst avbryta ditt deltagande utan närmare motivering.

Jag som genomför undersökningen heter Maja Sundelin och läser min sista termin på Grundlärarprogrammet F-3 vid Högskolan Dalarna i Falun. Undersökningen är mitt avslutande arbete på utbildningen.

Om du har frågor får du gärna kontakta mig eller min handledare

**Tack på förhand!**

Med vänlig hälsning Maja Sundelin

**Maja Sundelin**

*Studerande*

Telefon: 070-717 47 87

e-post: [majalinneasundelin@live.se](mailto:majalinneasundelin@live.se)

**Helén Sterner**

*Handledare*

Telefon: 023-77 87 53

e-post: [hse@du.se](mailto:hse@du.se)

## **Bilaga 2**

Intervjufrågor.

- Hur länge har du arbetat som lärare?
- Berätta hur du ser på ämnet geometri i förhållande till elevers lärande. Ge exempel.
- Berätta om dina intentioner med geometriplaneringen för denna lektion.
- Beskriv hur du har gjort planeringen. Vad har du utgått från? Varför?
- Hur ser du på elevernas inflytande i planeringen? Har det förekommit denna gång? Hur ser detta ut?
- Beskriv det du vet om elevernas kunskapsnivåer i geometri. Ge exempel.
- Beskriv hur du ser på individuell anpassning utifrån din geometriundervisning. Ge exempel.
- Beskriv din upplevelse av undervisningen gentemot din planering, blev det som du hade tänkt? Vilka moment? Ge exempel.
- Beskriv ditt förhållande till lärobok/annat material. Vad föredrar du att använda? (ev. Varför använde du inte detta i denna planering?)
- Hur anser du att elevernas lärande i geometri påverkas av enskilt arbete?
- Hur anser du att elevernas lärande i geometri påverkas av alternativa aktiviteter, exempelvis sådana som innebär samarbete, diskussioner, praktiskt arbete, gestaltning, illustrerande?
- Hur ser du på rutinuppgifter och alternativ till rutinuppgifter gällande geometriundervisningen?



## Bilaga 3

Lektionsplaneringar.

### Lärare 1.

Lektion i geometri åk 3

Mål: att förstå innebörden av begreppen förminska och förstora, i förlängningen begreppet skala.

Inledning: Vi börjar med att repetera namnen på några olika geometriska former. Vi har modeller att titta på.

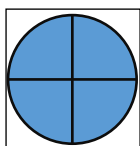
Kvadrat-kub, rektangel-rätblock, triangel-pyramid-kon, cylinder-cirkel-klot.

Vi gick igenom begreppen sida-hörn på en kvadrat.

Vi ritar en sträcka mellan två prickar och en dubbelt så lång sträcka på prickpappret.

Vi ritar en kvadrat som har en sida från en prick till nästa och en med dubbelt så lång sida på prickpapper. Vi har förstorat kvadraten.

Rita en cirkel i den minsta kvadraten och rita en förstorad cirkel i den större kvadraten. Färglägg och klipp ut. Klistra upp på färgat papper.



I förlängningen kommer begreppet skala in. Att proportionerligt förstora-förminska enkla föremål.

## Lärare 2.

### Geometri åk 3

Start: Repeterar de geometriska figurerna som eleverna ska arbeta med denna lektion (begrepp). Går igenom lekens regler och tillvägagångssätt.

Lek med geometriska figurer: Cirkel, rektangel, kvadrat, kub, triangel, cylinder, klot, pyramid, kon. Dessa modeller i olika storlekar ligger i en hög på golvet. Eleverna sitter i en ring runtom. En elev går ur ringen och ställer sig längre bort. De andra bestämmer sig för att en av de geometriska figurerna ska vara "Burr". Eleven kommer tillbaka och pekar tyst på valfri figur. De andra säger i kör t.ex. "Liten kub går bra" osv. tills att eleven pekar på figuren som är burr (den vet inte vilken som är burr) varpå de andra i kör säger "Burr". Då är det nästa elevs tur att lämna ringen. Detta fortsätter en liten stund tills jag säger stop.

Räkna i mattebok: Geometriavsnittet där eleverna ska mäta längd och omkrets på olika geometriska figurer. Måttenhet cm.

Mål: Att repetera olika geometriska figurer. Träna på att mäta och ange måttenheten.