



HÖGSKOLAN  
DALARNA

## Examensarbete

Avancerad nivå

### Tallinjens relation till taluppfattning

---

**En kvalitativ studie över lärares uppfattning om tallinjens potential i matematikundervisning.**

Författare: Desirée Andersson  
Handledare: Jenny Isberg  
Examinator: Eva-Lena Erixson  
Ämne/huvudområde: Matematikdidaktik  
Kurskod: PG3063  
Poäng: 15hp  
Examinationsdatum: 19-04-01

Vid Högskolan Dalarna finns möjlighet att publicera examensarbetet i fulltext i DiVA. Publiceringen sker open access, vilket innebär att arbetet blir fritt tillgängligt att läsa och ladda ned på nätet. Därmed ökar spridningen och synligheten av examensarbetet.

Open access är på väg att bli norm för att sprida vetenskaplig information på nätet. Högskolan Dalarna rekommenderar såväl forskare som studenter att publicera sina arbeten open access.

Jag/vi medger publicering i fulltext (fritt tillgänglig på nätet, open access):

Ja

Nej

## **Abstrakt**

Det här examensarbetet fokuserar på tallinjens och taluppfattningens relation till varandra och hur den relationen har en viktig del i elevers matematiska utveckling. Forskning visar på att undervisning baserat på tallinjen har potential att skapa en bro mellan det abstrakta och konkreta i skolans matematikundervisning och på så vis hjälpa elever utveckla sin taluppfattning. En god taluppfattning är en viktig faktor för att elever ska kunna skapa en djup förståelse för matematik. Genom att utveckla elevers taluppfattning, med hjälp av tallinjen som ett redskap, får elever förutsättningar att skapa en god förståelse för tal och tals relation till varandra. En sådan förståelse ger en stabil grund för vidare matematisk utveckling och underlättar för elever att lära sig mer avancerad matematik under deras senare år i skolan. Forskning har visat att genom att inkludera tallinjen som ett naturligt redskap i matematikundervisningen får elever möjlighet att utveckla en mental tallinje, vilken hjälper eleverna att utveckla sin taluppfattning. Den här studien har därför genom intervjuer och observationer undersökt, utifrån ett lärarperspektiv, hur relationen mellan tallinjen och taluppfattningen tas i beaktning i matematikundervisning under elevernas första år i skolan. Utifrån den inblick som de två deltagande grundskollärarna har gett framkommer det att tallinjen ges utrymme i elevernas matematikundervisning och att grundskollärarna anser att tallinjen har potential att på flera sätt agera som ett hjälpmedel för att eleverna ska få möjlighet att skapa en större förståelse för taluppfattning, men även för att skapa förutsättningar att förstå mer avancerad matematik senare i sin skolgång. Studiens resultat har visat på att grundskollärarna upplever att tallinjen har potential att utveckla elevers taluppfattning. Under de genomförda observationerna har det även noterats att undervisning genom tallinjen har förmågan att ge utrymme för utvecklandet av flera olika förmågor vilka är grunden för en grundläggande taluppfattning.

## **Nyckelord**

Tallinje, taluppfattning, matematikundervisning, grundskolans årskurs 1–3, matematisk kunskapsutveckling

## Innehållsförteckning

<b>1. Inledning</b> .....	<b>5</b>
<b>2. Syfte och frågeställningar</b> .....	<b>6</b>
<b>3. Bakgrund</b> .....	<b>6</b>
3.1 Tallinjen.....	6
3.2 Taluppfattning genom mental tallinje .....	7
3.3 Användningen av tallinjen utifrån elevers förutsättningar .....	7
3.4 Tallinjen som redskap i matematikundervisning.....	8
3.5 Undervisning baserat på tallinjen.....	8
3.6 Tallinjen och matematiska kunskaper .....	9
3.6.1 Elevers missförstånd av tallinjen .....	10
3.6.2 Elevers förmåga att använda referenspunkter på tallinjen .....	11
3.7 Styrdokument .....	11
3.8 Teoretiskt ramverk.....	11
3.8.1 FoNS.....	12
3.8.2 Grundläggande taluppfattning .....	13
<b>4. Metod</b> .....	<b>14</b>
4.1 Val av metod .....	14
4.2 Urval.....	14
4.3 Genomförande .....	15
4.3.1 Intervjuer.....	15
4.3.2 Observationer .....	16
4.4 Analys av data.....	17
4.4.1 Intervjuer.....	17
4.4.2 Observationer .....	18
4.5 Etiska aspekter.....	19
<b>5. Resultat</b> .....	<b>19</b>
5.1 Grundskollärares uppfattning om tallinjens potential av utvecklande av taluppfattning hos elever i årskurs 1–3 .....	20
5.1.1 Lärarnas beskrivningar av begreppen taluppfattning och tallinje .....	20
5.1.2 Undervisningsmetoder för att utveckla taluppfattning hos elever .....	20
5.1.3 Tallinjens roll i matematikundervisningen .....	21
5.1.4 Tallinjens potential i matematikundervisningen .....	22
5.2 Matematikundervisningens möjligheter att genom tallinjen utveckla taluppfattning hos elever i grundskolans tidiga år .....	23
5.2.1 Numerigenkänning.....	23
5.2.2 Systematisk räkning.....	23

5.2.3 Relatera tal till kvantitet .....	24
5.2.4 Kvantitetsdiskriminering .....	24
5.2.5 Olika representationer av tal .....	24
5.2.6 Uppskattningar .....	25
5.2.7 Enkel aritmetik .....	26
5.2.8 Talmönster .....	26
<b>6. Diskussion .....</b>	<b>27</b>
6.1 Metoddiskussion .....	27
6.1.1 Tillförlitlighet .....	28
6.2 Resultatdiskussion .....	29
6.2.1 Begreppen tallinje och taluppfattning .....	29
6.2.2 Tallinjens roll i matematikundervisningen .....	30
6.2.3 Undervisning genom tallinjen utifrån elevernas förutsättningar.....	30
6.2.4 Förståelse för tal och deras egenskaper .....	31
6.2.5 Möjligheterna med tallinjen som redskap .....	32
6.2.6 Elevers ålder påverkar användningsområdet av tallinjen.....	33
6.2.7 Elevernas fortsatta matematiska utveckling.....	34
<b>7. Slutsatser .....</b>	<b>35</b>
7.1 Grundskollärares uppfattning om tallinjens potential av utvecklande av taluppfattning hos elever i årskurs 1–3 .....	35
7.2 Matematikundervisningens möjligheter att genom tallinjen utveckla taluppfattning hos elever i grundskolans tidiga år .....	36
<b>8. Avslutande reflektioner och förslag på fortsatt forskning .....</b>	<b>36</b>
<b>9. Referenslista.....</b>	<b>37</b>
<b>Bilagor.....</b>	<b>39</b>

## 1. Inledning

Taluppfattning är förmågan att bearbeta och förstå tal i olika situationer (Dehaene, 2001, s. 17). Forskningsresultat visar att det är viktigt att tidigt fokusera på barns taluppfattning och att arbete med tallinjen kan underlätta barns utveckling av detta (Andrews, Sayers & Marschall, 2016, s. 1685; Elofsson, 2017, s. 74-76; Woods, Geller & Basaraba, 2017, s. 231, 232, 235), likaså menar forskare att arbete med tallinjen även utvecklar andra matematiska förmågor och att arbete med tallinjen bör vara en självklar del av elevernas första år i skolan (Schneider et al., 2018, s. 1471-1477; Woods et al., 2017, s. 235). Dehaene (2001, s. 17) förklarar hur taluppfattning är en förmåga som är medfödd och som till en början utvecklas omedvetet. Taluppfattning utvecklas individuellt vilket resulterar i att det varierar vilken nivå barnen ligger på när det är dags för skolstart. För vissa barn kan det behövas vägledning för att skapa den förståelse för tal som behövs för vidare utveckling inom matematiken (Woods et al., 2017, s. 231–233, 235). Enligt Skolverket (2018, s. 6, 54) ska eleverna få rätt förutsättningar att nå så långt som möjligt i sin egen kunskapsutveckling inom matematik redan under sina första skolår, där tallinjen, enligt forskning (Woods et al., 2017, s. 231–232), har potential att bidra till en anpassad undervisning. Med tanke på detta och det som Wood et al. (2017, s. 231–235) skriver om stöd för att öka förståelsen för tal, samt som de poängterar att arbete med tallinjen är en viktig del för elevernas utveckling av taluppfattning gör det relevant att se närmare på hur detta eftersträvas i två grundskollärares matematikundervisning i årskurs 1–3, samt hur uppfattningen kring detta ämne uppmärksammas av dessa grundskolelärare.

Från mina tidigare erfarenheter ifrån matematikundervisning i form av egna kurser under utbildningen, samt mötet med elever ifrån min verksamhetsförlagda utbildning (VFU), där eleverna själva varit mitt uppe i sitt matematiska undersökande, har fascination över barns förmåga att utveckla sina matematiska förmågor och variationen av de matematiska kunskaperna bland elever, lagt grunden till denna studie. De flesta barns förmåga att tidigt skapa en god taluppfattning, samtidigt som det för andra kan upplevas abstrakt och problematiskt att förstå sambanden mellan tal, har bidragit till frågor om det på något sätt finns möjlighet att påverka barns förmågor inom taluppfattning, vilket kan bidra till en bättre matematisk utveckling.

Det här examensarbetet fokuserar på hur tallinjen påverkar utvecklingen av taluppfattning hos elever. Studien är utifrån ett lärarperspektiv och åskådliggör hur två grundskollärares uppfattningar om detta samband ser ut. Flera tidigare forskningsstudier har visat på att sambandet mellan förståelse för tallinjen och flera av de matematiska förmågorna hos barn har stor påverkan på varandra, varav taluppfattningen är en stor del som kan utvecklas i samband med ökad förståelse för tallinjen (Elofsson, 2017, s. 72–76; Schneider et al., 2018, 1471–1477; Woods et al., 2017, s. 235). Även om det finns kunskap om sambandet mellan tallinjen och taluppfattning saknas det fortfarande kunskap om hur starkt sambandet egentligen är (Schneider et al., 2018, s. 1471). Under det centrala innehållet för matematik i läroplanen framkommer inte begreppet tallinje i något avseende. Däremot finns det flera förmågor under kunskapskraven för årskurs 1–3 (Skolverket, 2018, s. 59–60) vilka tidigare nämnda forskningsstudier visar på kan utvecklas genom ett planerat arbete utifrån övningar med tallinjen. I denna studie är därför syftet att åskådliggöra lärares uppfattningar om tallinjens potential för utveckling av taluppfattning och om och eventuellt hur deras uppfattningar påverkar undervisningen som ges eleverna inom matematik i grundskolans årskurs 1–3.

## 2. Syfte och frågeställningar

Syftet med studien är att åskådliggöra lärares uppfattningar om tallinjens potential för utveckling av taluppfattning, samt om och eventuellt hur deras uppfattningar påverkar undervisningen som ges eleverna inom matematik i grundskolans årskurs 1–3.

Syftet preciseras i följande frågeställningar

1. Vad uppfattar grundskolelärare i årskurs 1–3 att tallinjen kan ge för effekter för elevernas taluppfattning?
2. Hur används tallinjen i matematikundervisningen för utveckling av taluppfattning hos elever i grundskolans årskurs 1–3?

## 3. Bakgrund

Fokusområde i denna studie är att åskådliggöra lärares uppfattningar om tallinjens potential för utveckling av taluppfattning, samt om och eventuellt hur deras uppfattningar påverkar undervisningen som ges eleverna inom matematik i grundskolans årskurs 1–3. I bakgrundsavsnittet presenteras forskares syn på relationen mellan arbete med tallinjen och elevers utvecklande av taluppfattning. Utifrån forskning förklaras även begreppen tallinje och taluppfattning för att tydliggöra deras betydelse i denna studie. Det redovisas även kort vad det står i styrdokument angående undervisning av taluppfattning för elever i årskurs 1–3. Slutligen presenteras det teoretiska ramverk som är grunden i analysen av data ifrån studiens observationer. Det teoretiska ramverket har använts som ett analysverktyg för att tydliggöra vilka förmågor inom taluppfattning som eleverna ges möjlighet att utveckla utifrån de deltagande lärarnas matematikundervisning utifrån tallinjen.

### 3.1 Tallinjen

Tallinjen är en visuell linjär illustration som visar tals rangordning och värde (Booth & Siegler, 2008, s. 1028–1029). En viktig egenskap med tallinjen är att avstånden mellan två tal på tallinjen besitter samma värde som avståndet till det nästkommande talet (Woods et al., 2017, s. 232). Tallinjen har förmågan att skapa en bro mellan det abstrakta och konkreta inom matematiken, vilket gör att elever i svårigheter i matematik eller i andra inläringssvårigheter kan ha stor hjälp av att använda tallinjen som ett redskap (Woods et al., 2017, s. 235). Men även elever som inte befinner sig i svårigheter har stor hjälp av undervisning som är baserad på tallinjen som redskap då det har visat sig att detta stöttar elevers förståelse för grundläggande matematiska kunskaper (ibid) och med hjälp av tallinjen kan elever öka sin förståelse för talmönster och talföljd (Andrews et al., 2016, s. 1685). Tallinjen kan även användas som ett visuellt redskap för att på ett konkret sätt ge eleverna förståelse för tal och talens storlek (Bay, 2001, s. 451). Utifrån sin metaanalys av granskade artiklar över hur uppskattningsuppgifter med tallinjen och en bred matematisk kunskap har relation till varandra kom Schneider et al. (2018, s. 1467–1469) fram till att tallinjen och matematisk kunskap har en tydlig koppling. Samtidigt som det är tydligt att tallinjen och flera av de centrala matematiska förmågorna har en relation till varandra menar Schneider et al. (2018, s. 1471) att det saknas kunskap över exakt hur stark denna koppling egentligen är. Uppgifter baserade på tallinjen används ofta för att fastställa matematiska förmågor hos elever i skolan, anledningen till detta menar Schneider et al. (2018, s. 1468–1469, 1471) är relationen mellan kunskap om tallinjen och en grundläggande matematisk förmåga. Genom övningar som är

baserade på arbete med tallinjen ges elever förutsättningar att skapa förståelse för bredare och mer avancerad matematik (Schneider et al., 2018, s. 1475, 1477). I undersökningar som är menade att undersöka matematiskt lärande och utvecklande är det vanligt att övningar med tallinjen används som utgångspunkt (Schneider et al., 2018, s. 1471).

### 3.2 Taluppfattning genom mental tallinje

Taluppfattning är en biologiskt lagd förmåga, vilken bland annat innebär förmågan att förstå och bearbeta tal i olika situationer (Dehaene, 2001, s. 17). Vidare förklarar uppfattas taluppfattning som förmågan för nummerigenkännande, förmågan att räkna, förståelse för tal som värden, förmågan att jämföra värden mellan varandra, uppskattningsförmåga och att förstå att nummer kan representeras på olika sätt (Andrews et al., 2015, s. 1682). Vår förmåga att räkna grundas i att vi mentalt kan hantera data i form av tal med hjälp av en mental tallinje (Dehaene, 2001, s. 17). Barn som har en god aritmetisk förmåga och en djup kunskap om talsystemet har bättre förutsättningar att snabbt kunna addera olika tal. Det är även av betydelse om barnet räknar på fingrarna eller om beräkningarna sker som huvudräkning då beräkningarna där barnet tar hjälp av sitt minne tillsammans med sin taluppfattning sker betydligt snabbare (LeFevre et al., 2009, s. 60). I en forskningsstudie har Kucian et al. (2011, s. 785–788) undersökt hur den mentala tallinjen hjälper barn som har svårigheter inom matematik att förbättra sina grundläggande matematiska förmågor. Barnen som var med i forskningsstudien fick spela ”Rescue Calcularis”, ett speciellt framtaget datorspel, 15 minuter om dagen, med avsikten att förbättra deras grundläggande taluppfattning genom att träna upp deras mentala tallinje. Resultatet visade att barnen som var delaktiga i studien förbättrade sin taluppfattning och presterade bättre på bland annat tester som undersökte deras förmåga att placera ut tal på tallinjen. Forskning visar att förståelsen för tal är en avgörande förmåga för att barn ska klara av uppgifter baserade på tallinjen (Sullivan & Barner, 2014, s. 186). Däremot är det inte den enda av de matematiska förmågorna som behövs för att eleverna ska kunna prestera väl på dessa tester, i en forskningsstudie av Sullivan och Barner (2014, s. 186) där barn i åldern fem år fick uppgifter där de skulle uppskatta på tallinjen visade resultatet att barnen kombinerade sin taluppfattning med tidigare erfarenheter för att förstå uppgifterna.

### 3.3 Användningen av tallinjen utifrån elevers förutsättningar

I forskning har det visats att elever skulle kunna få bättre möjligheter att utveckla sina matematiska förmågor om de fick utgå ifrån sina egna förutsättningar (Engel, Claessens och Finch, 2013, s. 170–171). I en studie framkom det att flera elever drabbades av att undervisningen anpassades till de elever som i början av skolgången inte hade utvecklat grundläggande kunskaper inom taluppfattning, vilket gjorde undervisningen för enkel för de elever som redan bemästrat dessa förmågor (ibid). Genom att använda tallinjen som redskap i sin undervisning under de första skolåren har lärare möjlighet att skapa uppgifter som är anpassningsbara till elevernas kunskaper. De elever som har svårigheter i att lära sig matematik får en bra utgångspunkt i sitt lärande medan elever som ligger längre fram i sin matematiska utveckling ges möjligheter till att utmanas på sin egen nivå (Woods et al., 2017, s. 231–232). I sin artikel ”Number sense on Number line” ger Woods et al. (2017, s. 231–234) exempel på hur lärare kan använda tallinjen som ett hjälpmedel i vardaglig undervisning av matematik för elever under deras första år i skolan. De menar att genom planering är det inte några problem att få in tallinjen som ett naturligt redskap i undervisningen.

### 3.4 Tallinjen som redskap i matematikundervisning

Tallinjen har en förmåga att konkretisera matematiska begrepp och skapa en förståelse för det mer abstrakta inom matematikundervisningen, vilket är något som gynnar alla elever (Woods et al., s. 235). Möjligheterna med tallinjen är otroligt stora och tallinjen som ett redskap kan användas inom flera delar i matematikundervisningen för att utveckla elevers taluppfattning (Bay, 2001, s. 451). Elever som har matematiksvårigheter eller inlärningsvårigheter kan behöva en mer guddad undervisning med uppgifter baserade på kunskap om tallinjen. När eleverna har fäst kunskapen av att använda tallinjen som grund i sin matematikinläring har de getts ett verktyg som kan underlätta för fortsatt inläring av en mer avancerad matematik (Woods et al., 2017, s. 235). Genom att använda tallinjen som ett redskap kan räknesätten addition och subtraktion konkretiseras för eleverna då tallinjen visualiserar vad som händer när två tal adderas, vilket gör processen tydlig för elever att reflektera över (Woods et al., 2017, s.232–233). Läraren kan ha tallinjen som en bas för att sedan dra två linjer i olika färg som representerar två olika tal som ska adderas. Linjerna dras ifrån nollan på tallinjen och vidare till det tal som dessa ska representera. Eleverna kan sedan se vad som händer om dessa två linjer läggs efter varandra och läraren får möjlighet att diskutera hur addition fungerar och vilken relation de två olika talen har till varandra (Woods et al., 2017, s. 232–234). Med samma metod går det även att konkretisera subtraktion för eleverna (ibid). Även Andrews et al. (2016, s. 1684–1685) såg i sin studie hur lärare konkretiserade addition och subtraktion med hjälp av tallinjen. Genom att tillsammans med eleverna räkna de båda räknesätten var för sig och sedan även kombinerat med varandra genom att hoppa på tallinjen kunde eleverna tydligt se vad som händer med värdet på talen vid de båda räknesätten.

### 3.5 Undervisning baserat på tallinjen

Undervisning som baseras på tallinjen har ett stort användningsområde (Bay, 2001, s. 451) och hjälper elever att få förståelse för det abstrakta i matematiken (Woods et al., 2017, s. 235). Woods et al. (2017, s. 231–232) menar att med rätt planering ges goda förutsättningar att få tallinjen som en naturlig del i matematikundervisningen, och förklarar fyra olika steg som bygger upp strukturen för lektionsplaneringen och genomförandet av undervisningen. Läraren måste först reflektera över om tallinjen kan användas för att undervisa i det tänka matematiska innehållet. Som steg två ska lektionen planeras och utifrån tänkt innehåll måste rätt modell av tallinjen väljas. Steg tre är undervisningen där läraren har möjlighet att genom guidning ge eleverna förståelse för det matematiska innehållet med hjälp av tallinjen som ett verktyg. Steg fyra är slutskedet på lektionen där eleverna ges utrymme att reflektera över lektionsinnehållet och genom öppna frågor bearbeta de matematiska förmågorna som lektionen fokuserat på. Genom denna enkla fyra-steps-struktur ges möjlighet att på ett välplanerat sätt använda sig av tallinjen i matematikundervisning och att det är möjligt att på detta sätt introducera tallinjen som ett redskap redan tidigt i elevernas skolgång (ibid).

I elevernas vardag finns flera föremål som kan kopplas till strukturen av en tallinje. I en forskningsstudie över lärares användning av tallinjen i matematikundervisning gjorde en av de medverkande lärarna kopplingar mellan tallinjen och vardagen. Bland annat så fick klassen reflektera över termometrar, hotellhiss, skelett och måttbands relation till en tallinje (Andrews et al., 2016, s. 1686). Andrews et al. (ibid) menar att liknande diskussioner kan bidra till en bättre förankring av förståelse då det kopplas till elevernas vardag. Genom att föra diskussioner om de olika räknesätten med eleverna kan de förse



med en djupare förståelse för talsystemet och tals relation till varandra och på så vis få ökad kunskap om räkneprocesserna (Friso-van den Bos et al., 2015, s. 27). Ett rep och lappar med tal på kan lätt förvandlas till en visuell tallinje och med hjälp av den kan undervisning som utvecklar elevernas taluppfattning bedrivas i klassrummet (Bay, 2001, s. 448–451). Bay (ibid) förklarar hur tallinjen ger möjligheter för eleverna att träna på flera av förmågorna som utvecklar taluppfattning. Genom att spänna upp ett rep i klassrummet, eller be två elever hålla i varsin ände av repet skapas en visuell tallinje mitt i klassrummet. Eleverna kan sedan tillsammans placera ut tal på repet för att skapa en egen tallinje, vilket bjuder in till samtal eleverna emellan där de kan diskutera talens placeringar. Den tallinje som eleverna skapat kan sedan användas till att till exempel lära eleverna om tals storlek, olika räknesätt eller öka förståelsen för rationella tal (ibid).

### 3.6 Tallinjen och matematiska kunskaper

Relationen mellan tallinjen och centrala matematiska kunskaper utgör en koppling som bidrar till att arbete med uppskattningar av tallinjen kan utveckla flera matematiska kunskaper hos elever (Schneider et al., 2018, s. 1471–1477). Woods et al. (2017, s. 235) menar att i och med tallinjens förmåga att hjälpa elever att utveckla matematiska kunskaper, och möjligheterna denna kunskap bidrar till, finns anledning att påbörja detta arbete redan tidigt i barns matematiska utveckling. I en forskningsstudie av Andrews et al. (2016) visade flera av uppgifterna som eleverna fick göra, samband mellan tallinjen och taluppfattning. Andrews et al. (2016, s. 1684) menar att en elevs förmåga att visa värdet sju på tallinjen genom att peka på startpunkten noll och sedan värdet sju visar på förståelse för både symbolens värde, samtidigt som det visar att eleven har en förståelse för sambandet mellan talet och dess värde och även att ökningen mellan varje heltal är desamma. Forskning har visat på ett orsakverkan-samband mellan elevers förmåga att göra uppskattningar på tallinjen och deras aritmetiska förmåga (Maertens, De Smedt, Sasanguie, Elen & Reynvoet, 2016, s. 9). Det har även visats samband mellan elevers förmåga att snabbt göra jämförelser av olika tal och att korrekt kunna placera ut tal på tallinjen (Sasanguie, Göbel, Moll, Smets & Reynvoet, 2013, s. 424).

Men det är inte bara så att elevernas arbete med tallinjen förbättrar deras matematiska förmåga, utan elevernas arbete med matematiska problem förbättrar även deras förutsättningar att göra precisa placeringar på tallinjen (Friso-van den Bos et al., 2015, s. 27). En bred matematisk kunskap kan ofta kopplas samman med god förståelse för tallinjen (Schneider et al., 2018, s. 1475, 1477). Det har visats att elever som besitter en god matematisk kunskap ofta gör mer exakta placeringar av tal på en tallinje jämfört med elever som inte besitter en god matematisk förmåga (Sasanguie et al., 2013, s. 424). Uppgifter där elever får göra uppskattningar på tallinjen kräver kunskaper som är centrala för det matematiska tänkandet, vilket även resulterar i ett omfång av djupare och mer avancerat matematisk kunskap. De elever som besitter en djupare matematisk förmåga visar också en bättre förståelse för tal och tals relation till varandra, vilket sedan går att koppla till en bättre förmåga att göra uppskattningar på tallinjen (Friso-van den Bos et al., 2015, s. 26–27). En god förståelse för talsystemet är en viktig del för att klara av dessa uppgifter (ibid).

Forskning har visat att tallinjens koppling till matematiska kunskaper till viss del påverkas av elevers ålder (Schneider et al., 2018, s. 1469). Antalet fel som elever gör på uppskattningsuppgifter på tallinjen minskar i samband med att eleverna blir äldre (Sasanguie et al., 2013, s. 423). Schneider et al. (2018, s. 1469, 1475) fastställer i sin metaanalys att relationen mellan uppskattningar av hela nummer på tallinjen och elevens

matematiska kunskaper var störst för barn i åldern 6–9 år. För eleverna över 9 år var det istället kunskapen av bråktal som gynnades mest av uppskattningsuppgifter på tallinjen. Utifrån detta kunde även metaanalysen (ibid) fastställa att ålder har en viss betydelse över hur kunskapen för tallinjen kan kopplas samman med matematiska kunskaper, i och med att de matematiska förmågorna blir mer avancerade över tid. Även om det är så att tallinjen har större förmåga att tydliggöra bråktal och bråktalens relation till hela tal kan det ses en relation mellan elevers kunskap om tallinjen och deras förmåga att förstå tals relation till varandra (Schneider et al., 2018, s. 1477–1478). Schneider et al. (2018, s. 1477–1480) kunde med denna information även komma fram till att övningar där eleverna får arbeta med tallinjen hjälper till att skapa en grund för ett mer avancerat matematiskt tänkande.

### *3.6.1 Elevers förmåga att använda referenspunkter på tallinjen*

Elevers förmåga att använda referenspunkter vid uppskattningar på tallinjen ökar med åldern. Elever i förskoleklass utgick till största del endast utifrån startpunkten när de placerade ut tal på tallinjen (Friso-van den Bos et al., 2015, s. 25). Förmågan att använda sig av både mentala och externa referenspunkter vid arbete med tallinjen har noterats i årskurs 2 för att sedan bli mer utvecklat under årskurs 3 (White & Szücs, 2012, s. 10–11). I en forskningsstudie av Peeters, Degrande, Ebersback, Verschaffel och Luwel (2015, s. 123–131) undersöktes också om elever i årskurs två använder sig av referenspunkter när de löser uppskattningsuppgifter på tallinjen. I forskningsstudien undersöktes även resultatet på detta till koppling av matematiska kunskaper. Studien kom fram till att det fanns koppling mellan elevernas förmåga att använda sig av referenspunkter som strategi när de skulle placera ut givna tal på tallinjen och deras matematiska förmåga. Vanligast var strategin att dela tallinjen i hälften för att få en referenspunkt över var det givna talet skulle placeras (ibid). Det framkom även att elever som i sin uppgift fick nummer som var obekanta för dem hade svårt att placera ut referenspunkter, vilket gav negativa följder för dessa elever. Utifrån detta ansåg Peeters et al. (2015, s. 129–131) att det var de elever som hade en större kunskap inom matematik som gynnades mest av dessa strategier, men att det är möjligt att skapa bättre förutsättningar genom att tidigt skapa förståelse för att använda sig av referenspunkter på tallinjen som ett redskap. Liknande kopplingar kan ses i resultatet i Elofssons (2017) avhandling där kopplingen mellan elevers prestation av att placera ut tal på tallinjen och deras kunskap om tal uppmärksammas. Elofsson (2017, s. 72, 75) menar att de elever som hade lättare för att göra uppskattningar på tallinjen även presterade bättre i tester där de skulle räkna och där de skulle namnge siffror. Vidare märkte Elofsson (2017, s. 74–76) att de elever som gjorde försök till uppskattningar utan att använda någon typ av referenspunkt för att fastställa talets position på tallinjen lyckades betydligt sämre än de elever som medvetet tog hjälp av referenspunkter på tallinjen för att sedan kunna uppskatta talets plats. En koppling till de elever som hade problem att använda referenspunkter för att placera det givna talet sågs vara att de saknade förståelse för tallinjens uppbyggnad och vetskapen om att alla hela tal besitter samma värde (ibid).

I en brittisk studie av White och Szücs (2012, s. 9–10) där elever i årskurs 1, 2 och 3 fick test där de skulle placera ut tal på en tallinje med räckvidden 0–20 visade resultatet att elever i årskurs 1 har bristfälliga strategier när det kommer till att mentalt använda sig av referenspunkter för att komma fram till talets placering, medan elever i årskurs 2 och 3 har en mer utvecklad förmåga att dela upp tallinjen med hjälp av referenspunkter, vilket resulterar i mer korrekta placeringar av värden på tallinjen. Eleverna i årskurs 2 och 3 hade lättare att placera talen 11 och 13 korrekt på tallinjen då de hade förmågan

att mentalt dela in tallinjen i sektioner och kunde genom att placera ut mitten på tallinjen använda det som referenspunkt för att se var 11 och 13 bör placeras, något som eleverna i årskurs 1 inte visade samma förmåga av (ibid). Förståelsen för att dela in tallinjen i hälften är en avgörande faktor för att använda referenspunkter som en strategi för att göra precisera placeringarna på tallinjen (White & Szücs, 2012, s. 10–11).

### 3.6.2 Elevers missförstånd av tallinjen

Forskning har visat att flera elever i årskurs 3 har problem med att placera ut bråktal på tallinjen. Största problematiken var att eleverna hade svårt att uppfatta bråktalen som en del av tallinjen och se sambandet mellan bråktalen och de hela talen som redan var placerade på tallinjen (Cramer, Ahrendt, Monson, Wyberg & Miller, 2017, s. 27–35). Eleverna utgick även till största del utifrån de referenspunkter som var placerade mellan de hela talen 0–2 istället för att ta avstånden mellan referenspunkterna i beaktning. Resultatet visade att eleverna hade svårt med relationen mellan de hela talen och de bråktal som de var ombedda att placera ut på tallinjen (ibid). För att elever ska få en större förståelse för bråktal och relationen mellan bråktal och hela tal menar Cramer et al. (2017, s. 35–36) att det kan hjälpa att tidigt inkludera tallinjen som ett redskap vid undervisning av bråktal. I och med att tallinjen är en representation av talsystemet, vilket inkluderar bråktal, kan eleverna öka förståelsen för talsystemet genom att se bråktal som ett unikt nummer med sin egen plats på tallinjen. Genom att arbeta med bråktal genom tallinjen ges eleverna möjligheter att utveckla sin förståelse för rationella tal och relationen mellan bråktal och heltal (Cramer et al., 2017, s. 35–36).

Elever i årskurs 6–9 har visats ha problem att förstå och arbeta med negativa tal (Kilhamn, 2011, s. 7–8). Kilhamns avhandling (ibid) visade även att tallinjen missuppfattades och sågs som två tallinjer som möts vid värdet noll istället för att ses som en helhet, vilket försvårade användandet av tallinjen som ett redskap vid arbete med negativa tal (ibid). De elever som hade en välutvecklad taluppfattning hade betydligt bättre förståelse för negativa tal än de elever som visade på brister i sin taluppfattning (Kilhamn, 2011, s. 8).

## 3.7 Styrdokument

I LGR 11, läroplanen för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet (Skolverket, 2018, s. 55), står det under det centrala innehållet för matematik i årskurs 1–3 flera punkter som ska vara en del av undervisningen för att utveckla elevernas taluppfattning. Det framkommer bland annat att elever ska få arbeta med positionssystem och hur positionssystemet kan beskriva naturliga tal. Eleverna ska även få skapa en förståelse för ”naturliga tal och deras egenskaper samt hur talen kan delas upp och hur de kan användas för att ange antal och ordning” (Skolverket, 2018, s. 55). Eleverna ska även få undervisning där de får göra uppskattningar, beräkningar med de fyra räknesätten, huvudräkning, samt skapa förståelse för enklare bråk och relationen mellan olika naturliga tal (ibid).

## 3.8 Teoretiskt ramverk

Syftet med studien är att åskådliggöra lärares uppfattningar om tallinjens potential för utveckling av taluppfattning, samt om och eventuellt hur deras uppfattningar påverkar undervisningen som ges eleverna inom matematik i grundskolans årskurs 1–3. För att analysera den data som samlas in i studien behövs ett ramverk som kan tydliggöra undervisningens utvecklande av taluppfattning. Andrews och Sayers (2014, s. 261–262)

har utifrån FoNS-projektet (Foundational number sense) undersökt förmågor inom grundläggande taluppfattning och därigenom sammanställt ett ramverk som kan användas som ett analysverktyg för att undersöka FoNS-relaterade möjligheter i matematikundervisningen. Syftet är att utifrån åtta olika förmågor (se bild<sup>1</sup>) som Andrews och Sayers (ibid) anser elever behöver för att utveckla en god taluppfattning analysera lärares undervisning av taluppfattning. Genom att utifrån de olika förmågorna grunda sin undervisning menar Andrews och Sayers (2014, s. 265) att eleverna får en god förutsättning att utveckla en god taluppfattning vilket hjälper deras framtida matematiska utveckling.

I läroplanen för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet (Skolverket, 2018, s. 55) framkommer det under det centrala innehållet för matematik för årskurs 1–3 bland annat att eleverna ska få arbeta med naturliga tals egenskaper och hur de kan delas, positionssystemet och tals ordning, enklare bråk, användningsområden för de olika räknesätten och med olika typer av uppskattningar. Dessa olika undervisningsområden är viktiga för elevers utveckling av taluppfattning. Det centrala innehållet för årskurs 1–3 är en vägledning för att den undervisning som ges eleverna ska resultera i att eleverna uppnår kunskapskraven för årskurs 3. Vid slutet av årkurs 3 ska eleverna ha utvecklat kunskaper inom dessa olika områden för taluppfattning (Skolverket, 2018, s. 59–60). Då flera av dessa kunskapsområden överensstämmer med de förmågor som ramverket utifrån FoNS är baserat på (Andrews & Sayers, 2014, s. 262) och bägge delarna har koppling till studiens syfte, ses ramverket vara en god grund för analys av studiens empiri. I Andrews och Sayers studie (2014, s. 261–265) användes ramverket för att analysera vilka möjligheter för undervisning av taluppfattning som gavs elever i tre olika länder. I studien (ibid) tittade Andrews och Sayers på vilka möjligheter eleverna gavs till att utveckla grundläggande förmågor inom taluppfattning utifrån lärarnas undervisning.

### **3.8.1 FoNS**

FoNS står för "Foundational number sense" och är grunden i det ramverk (Andrews & Sayers, 2014, s. 257, 261, 262) som används för att analysera den data som samlas in via denna studies observationer. Andrews och Sayers (2014, s. 257–265) arbetade i sin studie, om elevers förutsättningar att skaffa sig grundläggande taluppfattning, för att ta fram ett ramverk för att analysera hur lärare arbetar för att utveckla taluppfattning hos elever genom undervisning av tallinjen. I tabellen nedan (bild<sup>1</sup>) framkommer de förmågor som ramverket menar vara grunden för elevernas taluppfattning och därmed även de delar som Andrews och Sayers, (2014, s. 261–261, 265) utifrån FoNS, menar är relevanta för lärare att ha i åtanke i sin undervisning.

Grundläggande taluppfattning:	Läraren uppmuntrar eleven att:
Nummerigenkänning	Identifiera en speciell nummersymbol från en samling av nummersymboler och kunna säga namnet på det talet utifrån att titta på symbolen.
Systematisk räkning	Att räkna systematiskt både fram- och baklänges och att kunna fortsätta räkna ifrån ett slumpmässigt givet tal.
Relatera tal till kvantitet	Att koppla en mängd till ett tal och tvärtom.
Kvantitetsdiskriminering	Jämföra storlekar och utveckla förståelse för "större än" och "mindre än".
Olika representationer av tal	Känna igen, arbeta med och att göra kopplingar mellan olika presentationer av tal.
Uppskattningar	Att uppskatta, både mängder, storleken på objekt och tal.
Enkel aritmetik	Utföra och förstå enkla additioner och subtraktioner.
Talmönster	Att känna igen talmönster och att kunna identifiera eventuella saknade tal.

Bild<sup>1</sup> – Egen svensk-tolkad version av FoNS-tabell för undervisning inom taluppfattning (Andrews & Sayers, 2014, s. 262)

### 3.8.2 Grundläggande taluppfattning

Andrews och Sayers (2014, s. 257–265) kom i sin studie fram till åtta förmågor som är grunden för att fastställa tillfällen där elever får möjlighet att utveckla sin grundläggande taluppfattning. Utifrån de åtta förmågorna; nummerigenkänning, systematisk räkning, relatera tal till kvantitet, kvantitetsdiskriminering, olika representationer, uppskattningar, enkel aritmetik och talmönster, har studiens empiri analyserats för att tydliggöra det innehåll som uppmärksammats under observationerna av lärarnas matematikundervisning och hur lärarnas undervisning genom tallinjen ger förutsättningar för eleverna att utveckla sin taluppfattning. Det som Andrews och Sayers (2014, s. 262) menar att lärare ska uppmuntra eleverna att göra genom sin undervisning (se bild<sup>1</sup>) för att olika av förmågorna ska utvecklas har varit utgångspunkten för analysen för att identifiera hur eleverna får möjlighet att i lärarens undervisning träna förmågorna som utvecklar elevernas grundläggande taluppfattning. I Andrews och Sayers (2014, s. 262–263) studie visade olika lektionstillfällen som lärarna i studien genomförde att flera förmågor kunde beröras under samma lektionsmoment. Samtidigt diskuterar Andrews och Sayers (2014, s. 261) att det skedde övervägande över vilken av de olika FoNS-relaterade förmågorna som var i fokus vid undervisningsmomentet.

## 4. Metod

I detta avsnitt presenteras studiens metod för de empiriska undersökningarna, genomförandet av undersökningarna, samt hur de olika analysmetoderna har använts för att analysera insamlade data. I denna studie har det valts att göra individuella intervjuer med de medverkande lärarna, vilket har kompletterats med observationer av lärarnas undervisning. Anledningen till att dessa två insamlingsmetoder har valts att kombineras är för att få en djupare insikt i hur lärarnas uppfattning om tallinjens potential används i den faktiska undervisningen. Vidare förklaras hur etiska aspekter tagits i beaktning i studien.

### 4.1 Val av metod

Denna studiers undersökningar har skett genom intervjuer och observationer. Den metod som används i en studie bör väljas utifrån studiens syfte (Eliasson, 2018, s. 31). Syftet med studien är att åskådliggöra lärares uppfattningar om tallinjens potential för utveckling av taluppfattning, samt om och eventuellt hur deras uppfattningar påverkar undervisningen som ges eleverna inom matematik i grundskolans årskurs 1–3. Avsikten med studien är att göra en djupare undersökning över relationen mellan taluppfattning och tallinjen i klassrummet. För undersökningar där syftet är att gå djupare inom några få frågor lämpar sig ett kvalitativt undersökningssätt (Eliasson, 2018, s. 22, 27, 31). Eliasson (2018, s. 22, 27) beskriver intervjuundersökning som en lämplig metod för att ta reda på personers resonemang utifrån frågeställningar som är relevanta till studiens problemformulering. Det tillvägagångssätt som beskrivs av Eliasson (ibid) lämpar sig för den problemformulering som denna studie bygger på. Fokus för studien är att undersöka lärares uppfattningar om tallinjens potential i matematikundervisning för att få en djupare bild utifrån de frågeställningar som preciserar syftet. En kvalitativ metod ger inte möjlighet att generalisera den data som studien samlar in, vilket tydliggörs av Eliasson (2018, s. 27). Syftet med studien är inte att göra en generalisering, utan som nämnts ovan är det menat att skapa en djupare förståelse för hur två grundskollärare ser på relationen mellan taluppfattning och tallinjen och hur denna relation eventuellt kan påverka deras undervisningen i klassrummet. I och med att alla metoder har svagheter kan flera undersökningsmetoder kombineras för att skapa en starkare studie. Genom att använda sig av två kvalitativa eller kvantitativa metoder i samma studie, eller helt enkelt kombinera de båda, kan de olika undersökningsmetoderna väga upp för varandras svagheter (Larsen, 2009, s. 28). I denna studie har datainsamlingsmetod i form av intervjuer med de två deltagande lärarna kombinerats med datainsamlingsmetoden observationer av lärarnas matematikundervisning. Anledningen till att dessa två insamlingsmetoder har valts att kombineras är för att få en djupare insikt i lärarnas uppfattning om tallinjens potential, samt användandet av tallinjen i den faktiska undervisningen.

### 4.2 Urval

Utifrån tidsaspekterna för detta examensarbete har urvalet för medverkande i denna studie begränsas till två examinerade grundskolelärare inom matematik som är verksamma i grundskolans årskurs 1–3. Lärarna arbetar på två olika mellanstora skolor i Mellansverige. Lärarna har valts ut utifrån intresset av att delta, samt möjligheterna att anpassa undervisningen vid undervisningstillfället. För att det skulle vara möjligt att undersöka studiens syfte behövde de medverkade lärarna vid undersökningstillfället på något vis bedriva undervisning som var baserat på tallinjen.

För att komma i kontakt med lärare som kunde tänka sig att delta i studien mejlades en förfrågan ut till flertalet rektorer för olika grundskolor i en kommun i Mellansverige. Responsen var låg och ingen lärare ifrån de olika tillfrågade skolorna kunde delta i studien. Istället skedde urvalet genom personliga kontakter och en förfrågan mejlades direkt till två lärare, vilka båda hade möjlighet att medverka. Lärarna valdes inte utifrån några speciella kunskaper utan förfrågan baserades på lärarnas möjlighet att ställa upp i studien. I och med problematiken att komma i kontakt med lärare som kunde delta i studien behövdes antalet observationstillfällen anpassas utifrån de deltagande lärarnas tillgänglighet. Intervjuerna har skett enligt ordinarie planering och även om observationstillfällena inte överensstämmer med grundplaneringen så försågs studien med tillräckligt med empiri för att studien skulle bli genomförbar.

### 4.3 Genomförande

Nedan återges tillvägagångssättet för genomförandet av studiens datainsamling. Genomförandet av intervjuerna och observationerna redovisas var för sig under respektive rubrik. När observationerna och intervjuerna genomfördes gjordes intervjuerna före observationerna, dock presenteras genomförandet i omvänd ordning med anledning att det känns mer naturligt att vid presentationen av resultatet får ta del av lärarnas uppfattning först innan lärarnas undervisning presenteras.

#### 4.3.1 Intervjuer

De deltagande lärarna har individuellt intervjuats vid ett tillfälle vardera. Intervjuerna skedde efter lektionstid i ett tyst rum. Vid intervjuundersökningar ges intervjuaren möjlighet att gå djupare in på frågor genom att följa upp de förberedda frågorna med följdfrågor. På detta sätt ges möjlighet att anpassa intervjuerna utifrån situationen och skapa en bättre helhetsbild över det fenomen som undersöks (Larsen, 2009, s. 80–81). Nackdelarna med en kvalitativ undersökning är istället att resultatet inte kan generaliseras då fokus ligger på kvaliteten på insamlade data istället för kvantitet (ibid), vilket inte heller var syftet med denna studie utan önskan var att få fram två lärares erfarenheter inom det undersökta området. Larsen (2009, s. 44) menar även att bearbetningen av data som samlas in är mer krävande med intervjuer som ska tydas till skillnad mot färdiga frågeformulär som ska sammanställas, vilket bidrog till att deltagarna begränsades till två stycken då både resultatet från intervjuer och observationer skulle sammanställas. Innan undersökningstillfället mejlades informationsbrev (bilaga 1) ut till informanterna där studiens genomförande och syfte presenterades.

Som första steg i undersökningsprocessen formulerades ett syfte utifrån studiens problemformulering. Utifrån syftet formulerades två konkretiserande forskningsfrågor, varav den ena avsågs kunna besvaras utifrån kvalitativa intervjuer. Det är viktigt att reflektera över om en kvalitativ forskningsintervju är den mest lämpliga undersökningsmetoden utifrån studiens frågeställningar (Kvale & Brinkmann, 2017, s. 142–143). Kvale och Brinkman (ibid) menar att en kvalitativ metod lämpar sig när studiens syfte är att ta reda på informanternas erfarenheter inom ett område. Inför intervjuerna med de deltagande lärarna skapades en intervjuguide (bilaga 5) där ett antal frågor formulerats utifrån studiens syfte och första frågeställning. De förberedande frågorna var menade att leda intervjun in på områden som var relevanta för studien, men samtidigt fanns utrymme för eventuella följdfrågor under intervjuens gång. Intervjumetoden som användes vid undersökningstillfället var en ostrukturerad intervju.

Vid en ostrukturerad intervju utgår intervjuaren ifrån en intervjugudie för att ha möjlighet att checka av så att relevanta ämnen berörs och att tillräckligt med empiri för att besvara studiens frågeställningar samlas in (Larsen, 2009, s. 84). Informanterna ges under intervjutillfället utrymme att tala fritt utifrån intervjuarens frågeställningar (ibid). Båda intervjuerna skedde i ett tyst rum efter observationerna av respektive lärare. För att inte glömma av viktig information som framkom under intervjuerna spelades samtalen in via ljudupptagning. Genom att spela in intervjun med ljudupptagning ges intervjuaren möjlighet att koncentrera sig på samtalet istället för att fokusera på anteckningar under intervjuens gång (Kvale & Brinkmann, 2017, s. 218).

#### 4.3.2 Observationer

För att besvara studiens andra frågeställning har undersökningsmetod observation använts. Observation är en kvalitativ datainsamlingsmetod som handlar om iakttagelser av en omgivning (Larsen, 2009, s. 89; Eliasson, 2018, s. 21–23). Under en observation ska det som observeras noteras för att insamlad data sedan ska kunna analyseras (Eliasson, 2018, s. 22), och i denna studie har dokumentation skett genom ett löpande protokoll på dator. Inför observationstillfällena togs studiens syfte och frågeställningar i beaktning. Ramverket (se 3.8) som var utvalt inför kommande analys av insamlade data ifrån observationerna har varit grunden för vad som ska fokuseras på vid studiens observationer. Tabellen (se 3.8.1) som tydliggör åtta olika förmågor som är en del av en grundläggande taluppfattning är det som varit grund för vilket område som mest har fokuserats på under observationerna av lärarnas matematiklektioner.

I en observation kan observatören vara mer eller mindre deltagande. Det går att se på deltagandet som en skala från fullt deltagande till inget deltagande alls (Eliasson, 2018, s. 22–23). Eliasson (ibid) förklarar skalan som fyra steg av deltagande; den renodlade deltagaren, den observerade deltagaren, den deltagande observatören och den renodlade observatören, men menar samtidigt att gränsen mellan de olika sätten att observera är flytande mellan den renodlade deltagaren och renodlade observatören. Det vanligast förekommande observatören är den deltagande observatören (Eliasson, 2018, s. 23). Vid en sådan observation förhåller sig observatören mer passivt till omgivningen, men befinner sig fortfarande i den miljö som observeras samtidigt som största fokus ligger på att observera och dokumentera det som händer runt omkring (ibid). För observationerna i denna studie lämpade sig denna typ av observation bäst då observationerna har skett på plats i lärarnas naturliga arbetsmiljö, klassrummet, samtidigt som önskan var att påverka undervisningen så lite som möjligt.

I och med att önskan var att påverka undervisningen så lite som möjligt vid observationstillfället valdes det att observationen skedde med mig som en deltagande observatör. Precis som nämnt ovan finns risken att en observatör påverkar omgivningen endast genom sin närvaro i den observerade miljön (Laursen, 2018, s. 21–23), men i denna studie var närvaron i klassrummet nödvändig. Innan lektionen och observationerna startade, presenterades min närvaro inför klassen, vilket resulterade i mindre funderingar från eleverna under lektionens gång, och följderna blev att eleverna hade förmågan att fokusera på undervisningen. Innan undersökningstillfället skickades informationsbrev i två olika utföranden till medverkande lärare. Det ena informationsbrevet var skrivet till deltagande lärare (bilaga 1) och det andra utförandet var skrivet till elevernas vårdnadshavare (bilaga 2). Bifogat till var informationsbrev fanns ett samtyckesformulär (bilaga 3; 4). De deltagande lärarna såg till att elevernas



vårdnadshavare fick dokumenten. Påskrivna samtyckesformulär samlades in av lärarna inför mitt besök och gavs sedan till mig vid undersökningstillfället.

Vid lektionens start valde jag att placera mig bakom eleverna för att inte störa undervisningen. Iakttagelserna dokumenterades genom ett löpande protokoll på datorn. Fokus lades på elevernas möjligheter till att utveckla grundläggande taluppfattning där tabellen (se 3.8.1) över de åtta olika förmågorna inom grundläggande taluppfattning, samt riktlinjerna för hur läraren kan uppmuntra eleverna att utveckla dessa i deras undervisning, har varit grunden för vad som fokuserats på under observationerna. Trots att detta var huvudsakliga fokusområde antecknades även största delen av undervisningen i sin helhet för att inte något skulle missas vid undersökningstillfället. Anledningen till att dokumentationen valdes att göras genom ett löpande protokoll var utifrån etiska aspekter.

## 4.4 Analys av data

I detta stycke presenteras tillvägagångssättet för analysen av insamlade data via studiens intervjuer och observationer. Analysen av empirin ifrån intervjuerna är gjord via en innehållsanalys, medan analysen av den empiri som samlats in via observationerna har analyserats via ett teoretiskt ramverk, vilket utgår ifrån elevers utvecklande av grundläggande förmågor inom taluppfattning (se 3.8).

### 4.4.1 Intervjuer

Vid analysen av intervjuerna med de medverkande lärarna har innehållsanalys använts. En innehållsanalys är ett tillvägagångssätt för att upptäcka gemensamma drag eller skillnader och se mönster och samband (Larsen, 2009, s 101). Syftet med intervjuerna var att få fram lärarnas tankar angående undervisning med hjälp av tallinjen för att utveckla elevers matematiska förmågor, främst taluppfattning. Som första steg innan analysen påbörjades skedde transkribering av de genomförda intervjuerna. Transkriberingarna tilldelades lärarna för att intyga att de kunde stå för det som var dokumenterat. Att transkribera menas att omvandla talet till skrift (Kvale & Brinkmann, 2017, s. 218). Vid transkribering av intervjuer måste en som intervjuare ta beslut över hur transkriberingen ska genomföras. Ska samtalet återges ordagrant eller ska det istället skrivas i ett mer formellt skriftspråk (Kvale & Brinkmann, 2017, s. 221–222). Kvale och Brinkmann (ibid) menar att beslutet bör tas utifrån syftet med den data som samlats in. Är tanken att det ska ligga till grund för en språkanalys, eller är det innehållet i stort som är väsentligt. För att underlätta analysarbetet översattes samtalen till ett mer formellt skriftspråk, Kvale och Brinkmann (2017, s. 218) menar att ett direkt översatt samtal ofta kan upplevas osammanhängande för läsaren och att det ofta skapar en bättre förståelse om transkriberingen skrivs som skriftspråk, samtidigt påpekar de risken som finns att viktigt kroppsspråk och tonfall försvinner ifrån budskapet när texten skrivs ut. I denna studie var transkribering en nödvändighet för att analysen skulle vara möjlig. Samtidigt upplevdes inte viktig information gå förlorad genom att skriva ut intervjun i text, utan det som var relevant för studien kom fram. För att öka trovärdigheten i lärarnas citat har tvekljud, upprepade ord och utfyllnadsord avlägsnas vid utskriften. I och med att det var innehållet som var av vikt för studien och inte det språkliga, påverkades inte resultatet av dessa korrigeringar.

När transkriberingarna var gjorda delades analysen upp i olika steg. För att få en känsla av helheten lästes intervjutranskriberingarna flertalet gånger, vilket är första steget av

analysen (Kvale & Brinkmann, 2017, s. 241). Vid läsningen uppmärksammades områden som var relevanta utifrån studiens frågeställning (ibid). Studiens första frågeställning har varit grunden för analysen av insamlade data ifrån intervjuerna. Frågeställningen delades sedan upp i nya frågeställningar som var grunden för de meningar och fraser som plockades ut ifrån transkriberingarna. De meningar och fraser som valdes ut la grunden för att kunna besvara studiens frågeställning. Tillvägagångssättet är taget ifrån Kvale och Brinkmanns (2017, s. 241–242) förklaring av intervjuanalys genom kodning och kategorisering. De frågor som användes som riktlinjer för att hitta meningsbärande enheter i empirin har omvandlades till fyra olika underrubriker; 'Lärares definition av begreppen taluppfattning och tallinjen', 'Elevens utvecklande av taluppfattning', 'Tallinjens roll i matematikundervisningen' och 'Tallinjens potential i matematikundervisningen'. Informationen ifrån de relevanta meningarna och fraserna har sammanfattats under var kategori och sedan styrkts med citat ifrån de deltagande lärarna.

#### *4.4.2 Observationer*

Observationerna har besvarat studiens andra frågeställning. Syftet med observationerna var att få en inblick i grundskollärares användning av tallinjen i matematikundervisning. Som nämnt ovan (4.2) var det en viktig faktor att de medverkande lärarna hade möjlighet att genomföra undervisning baserat på tallinjen vid undersökningstillfället för att den insamlade data skulle vara relevant för studien. Efter att datainsamlingen skett behövdes den empiri som samlats in bearbetas och sedan analyseras (Larsen, 2009, s. 97, 101). Analysen av insamlade data från observationerna skedde utifrån ett teoretiskt ramverk av Andrews och Sayers (2014, s. 257–265), vilket menar fokusera på det utrymme och förutsättningar som lärarnas undervisning ger eleverna att utveckla taluppfattning (läs mer 3). Analysen skedde i olika steg för att lyckas identifiera vilka taluppfattningsförmågor som eleverna gavs utrymme att utveckla.

För att lättast få en överblick över den data som samlades in via observationerna lästes observationsprotokollen flertalet gånger. Under genomläsningen kunde flera egenskaper i undervisningen identifieras utifrån det ramverk som användes i denna process. För att få möjlighet att kategorisera empirin utifrån de olika förmågorna, som av Andrews och Sayers (2014, s. 257–265) klassas som grundläggande förmågor inom taluppfattning, gavs varje förmåga en egen färg. I observationsdokumenten markerades sedan sådana tillfällen där eleverna fick möjlighet att genom undervisningen träna på en eller flera av de olika taluppfattningsförmågorna. I denna process kunde sådant från observationerna som inte var relevant utifrån studiens syfte enkelt sällas bort.

Vid nästa steg plockades de relevanta delarna ifrån varje observationsdokument ut och placerades tillsammans med den förmåga som eleverna gavs utrymme att utveckla. Ramverket av Andrews och Sayers (2014, s. 262) bygger på åtta olika förmågor som forskarna har identifierat som grundläggande förmågor när det kommer till elevens utvecklande av taluppfattning. Genom att använda ramverket som ett analysverktyg gavs goda förutsättningar att identifiera tillfällen i de observerade undervisningstillfällena där eleverna gavs möjlighet att utveckla taluppfattning med hjälp av tallinjen. När alla relevanta delar ifrån observationerna var urplockade och placerade i kategorier utifrån Andrews och Sayers (2014, s. 257–265) ramverk med taluppfattningsförmågor har sammanhanget för undervisningstillfället förtydligats då vissa tillfällen var tagna ur ett större sammanhang. Ett tillfälle av undervisningen kan även kategoriseras under flera förmågor.

## 4.5 Etiska aspekter

Det är flera aspekter att ta i beaktning gällande det etiska i en forskningsstudie. När forskning bedrivs finns det från Vetenskapsrådet (2018, s. 5) ett individsskyddskrav att förhålla sig till. Individsskyddskravet syftar till att värna om de deltagandes trygghet. Som forskare är det en skyldighet att informera deltagarna att det är frivilligt att delta i studien och att det som deltagare när som helst under studien är möjligt att avbryta sitt deltagande. Om en deltagare väljer att avbryta under studiens gång ska så ske utan vidare påtryckningar med avseende att behålla deltagaren i studien (Vetenskapsrådet, 2018, s. 7, 10). De deltagande lärarna i denna studie tillges denna information skriftligt via ett informationsbrev (bilaga 1) innan intervju- och observationsundersökningarna påbörjas. Innan intervjuer och observationer påbörjades inhämtades även samtycke (bilaga 3) från de medverkande grundskollärarna. Samtyckeskravet är en del av individsskyddskravet och menar att de deltagande själva har rätt att bestämma över sitt deltagande i studien (Vetenskapsrådet, 2018, s. 9). I och med att studien riktar sig mot lärares erfarenheter och deras undervisning har inte några elever aktivt deltagit i studien, men med tanke på att eleverna befann sig i den observerade miljön och var delaktiga i undervisningen tilldelades även samtliga av elevernas vårdnadshavare informationsbrev (bilaga 2). I samband med informationsbrevet bifogades även samtyckesformulär (bilaga 3; 4). Undersökningen är forskningsetiskt granskad av Forskningsetiska nämnden vid Högskolan Dalarna (HDa dnr 7.1–2019/190).

Förutom sin egen rätt att besluta om deltagandet i studien ska även de deltagande i största möjliga mån ges konfidentialitet (Vetenskapsrådet, 2018, s. 12). Även om studien inte avser att beröra etiskt känsliga uppgifter har varken lärare, elever eller skolor nämnts vid namn. Ingen utomstående har heller tagit del av personuppgifter eller annan information som kan identifiera de deltagande. Under konfidentialitetskravet ifrån Vetenskapsrådet (2018, s.12–13) står det att det är en skyldighet som forskare att försvara för utomstående att identifiera de deltagande i studien via den information som redovisas. All data som har samlats in under studiens intervjuer och observationer har endast använts till examensarbetet och har inte delats med utomstående.

För att se till att de deltagande grundskollärarna inte känner sig kränkta har de fått möjlighet att ta del transkriptionen av deras intervju, samt av studiens slutgiltiga resultat, för att de skulle få möjlighet att bedöma om den data de delgivit har gestaltats korrekt.

## 5. Resultat

I detta avsnitt presenteras resultatet av insamlade data ifrån intervjuer och observationer. Resultatet av intervjuerna och observationerna kommer att presenteras var för sig och kopplas till de olika frågeställningarna för studien. Även om intervjuerna genomfördes efter observationerna vid undersökningstillfället presenteras resultatet av intervjuerna först. Anledningen till detta är att det känns mer naturligt att först ta del av lärarnas uppfattningar om tallinjen i deras undervisning innan resultatet av själva undervisningen presenteras. Se mer hur undersökningarna har genomförts under rubrik 4.3 och vidare hur analysen av empiri har gått till under rubrik 4.4. Resultatet som presenteras nedan kan endast kopplas till de två i studien medverkande grundskollärares uppfattningar och kan inte generaliseras över grundskollärares uppfattningar överlag.

## 5.1 Grundskollärares uppfattningar om tallinjens potential av utvecklande av taluppfattning hos elever i årskurs 1–3.

För att sammanställa de två medverkande grundskollärares uppfattningar om tallinjens potential i utvecklandet av taluppfattning hos elever i årskurs 1–3 presenteras inkomna data genom fyra olika kategorier. Först presenteras informanternas beskrivning av begreppen taluppfattning och tallinje. Denna del är inte i huvudsak för att besvara studiens frågeställning, men stycket är relevant i studien för att ha möjlighet att jämföra lärarnas beskrivningar med studiens förklaring av samma begrepp

### 5.1.1 Lärarnas beskrivningar av begreppen taluppfattning och tallinjen

Begreppet taluppfattning definierades brett av de grundskollärare som ingått i denna studie. Lärarna menade att de elever som har taluppfattning kan koppla en mängd till en siffra, ha förståelse för ental, tiotal och hundratal, de har förståelse för positionssystemet och de olika talens placeringar, och de har kunskap om siffror och tal i konkret form. Genom kunskap av tals placeringar och värden ska eleverna kunna placera ett givet tal på en tallinje. För att eleverna ska skapa en god förståelse för dessa olika delar inom taluppfattning menade grundskollärarna att arbetet måste ske aktivt under matematikundervisningen.

*”Jag tolkar det som att barnen ska koppla en mängd till en siffra eller ett tal. De ska förstå hur den kopplingen är. Ser man fem fingrar så vet man att det är fem stycken och man vet hur själva symbolen ser ut.” (Lärare A)*

Som beskrivning av tallinjen framkom det att grundskollärarna såg vissa egenskaper som avgörande för att en linje ska förvandlas till en tallinje. De menade även att tallinjen kan ses på olika sätt. Kort kan förklaringen vara att tallinjen är en linje med tal, vilka är placerade med jämna avstånd till varandra. En viktig del är att avstånden är lika överallt på tallinje så att jämförelser kan ske lika var på tallinjen du än befinner dig. Vidare förklaring är att tallinjen är oändlig, men att i undervisning kan tallinjen även användas med en start och ett stopp beroende på vad arbetsuppgifterna kräver.

*”Om det hade varit bara en linje då hade den varit oändlig för mig men som när jag jobbar med barnen nu så sätter jag en start och en stopp, så det blir en tallinje,” (Lärare B)*

*”Var man än är på tallinjen ska man kunna jämföra på ett liknande sätt.” (Lärare A)*

### 5.1.2 Undervisningsmetoder för att utveckla taluppfattning hos elever

För att eleverna ska ges möjlighet att utveckla sin taluppfattning menade grundskollärarna att det är viktigt att utgå ifrån elevernas erfarenheter och börja undervisningen med sådant som eleverna känner sig bekväma med. Det är även en fördel, menade lärarna, att arbeta med konkret material. Genom att börja arbeta med konkret material och sedan sakta övergå till mer abstrakta hjälpmedel, menade lärarna att eleverna ges förutsättningar att i slutändan få sin taluppfattning mer automatiserad.

*”Börja där de är, med saker de känner igen. Situationer de känner igen” (Lärare A)*

En annan viktig faktor, menade lärarna, är att undervisning inom taluppfattning återkommer för att eleverna ska få goda förutsättningar att öka sin förståelse för tal och

tals egenskaper. Genom att få förståelse för tals relation till varandra och värdet av ett tal och hur det kan adderas, subtraheras, multipliceras och divideras med olika värden ges en större insikt i hur talet kan användas och att varje tal har ett värde i vårt positionssystem.

*”Att använda det i alla delar av undervisningen så att verkligen det enkla sitter först innan vi kan gå på utveckling” (Lärare B)*

### **5.1.3 Tallinjens roll i matematikundervisningen**

Grundskollärarna upplevde att tallinjen har en viktig roll i matematikundervisningen, de menade att tallinjen har förutsättningarna att konkretisera mycket inom matematiken för eleverna. Den ger utrymme för att en visuell bild över talens ordning ges till eleverna, samt hur olika räknesätt fungerar. Genom att visa addition genom att hoppa på tallinjen ges eleverna en tydlig bild över vad som händer vid det givna räknesättet. Utifrån att jämföra tal på tallinjen kan eleverna även få en större förståelse för storleksskillnaden mellan olika tal, jämfört att se två olika tal skrivna bredvid varandra.

*” Jag tycker den är viktig för då får du en visuell bild av hur talen följer efter varandra.” (Lärare A)*

Tallinjen användes som ett redskap i matematikundervisningen hos de deltagande lärarna. Lärarna menade att den bör finnas med som en naturlig del och användas för att bidra till en större förståelse för tal och deras relation till varandra och hjälper till att öka förståelsen för att en mängd har en koppling till ett tal. Lärarna ansåg även att användningsområdena är många och undervisningen anpassas utifrån den förmåga som önskas tränas på vid var lektionstillfälle. Men även om tallinjen används i lärarnas matematikundervisning menade de att den kan användas mer. Ofta agerar tallinjen som ett hjälpmedel när eleverna ska lära sig olika räknesätt och få förståelse för kopplingen mellan de olika räknesätten. Genom att göra exempelvis additioner och subtraktioner på tallinjen kan eleverna konkret se vad som händer och vad som är skillnaden mellan de olika räknesätten. Lärarna menade att tallinjen är bra att använda i undervisningen för att skapa förståelse för talföljden och det är lätt att träna på gömda tal med eleverna. De påpekade även att den hjälper eleverna att konkret se att värdet mellan två tal bredvid varandra är desamma som nästkommande tal och att detta fortsätter. Genom att visa värdet mellan två tal och sedan göra samma mellan två andra tal kan elevernas se att värdet är desamma var än på tallinjen som denna jämförelse sker. Lärarna menade även att tallinjen som ett hjälpmedel kan användas för att undervisa om bråktal med eleverna. Genom att arbeta med bråktal på tallinjen menade lärarna att elevernas ges en större förståelse för storleken av bråket som de arbetar med.

*” Jag brukar ha den som en naturlig del, som räkningen ska tallinjen finnas med där.” (Lärare A)*

*” Det är mycket i början av addition eller subtraktion med små barn, för då är den så tydlig också när man hoppar steg, talföljder, man hoppar allt på linjen” (Lärare B)*

Med hjälp av tallinjen menade grundskollärare att eleverna får möjlighet att utveckla flera matematiska förmågor, men att planeringen ofta fokuserar på någon eller några få förmågor åt gången. Genom att eleverna får förståelsen för att avstånden är desamma på tallinjen och att det kan göras ett två-hopp mellan två tal och att detta kan göras om var

som på tallinjen och att två-hoppet fortfarande besitter samma värde är en viktig kunskap för eleverna för att skapa en visuell bild för sig själv och sedan kunna använda denna kunskap för att göra beräkningar i huvudet. Tallinjen har även ett stort värde att användas vid problemlösningar. För de yngre eleverna är tallinjen ett utmärkt redskap för att eleverna ska utveckla förståelse för talens grannar och tals ordning. Lärarna menade att de flesta förmågorna inom matematikundervisningen kan tränas med hjälp av tallinjen.

*”Att +2 det kan man göra var som helst på tallinjen, själva +2-mönstret ser likadant ut var jag än är någonstans och då kan jag använda det när jag räknar okända tal. För jag vet hur jag ska göra. Många elever kan ha den där visuella hjälpen och den kan man skapa inne i huvudet sen också.” (Lärare A)*

Det viktigaste att se till, menade lärarna, är att eleverna får förståelse för att graderingen på tallinjen har en betydelse för att läsa av tallinjen korrekt. Lärarna menade att utifrån att se referenspunkter genom att exempelvis dela in tallinjen i mitten kan graderingen uppmärksammas vilket skapar en större förståelse för var olika värden kan placeras på den tallinjen som de möter för tillfället, och eleverna kan på så vis få förståelsen för vad tallinjen står för denna gång.

*”Att lära sig leta efter värdet, vilket värde är det vi jobbar med idag. Ja idag kanske dem här piggarna är värda 10, imorgon är dem värda hundra, nästa gång kanske dem är värda 100, men att leta innehållet i dem stegen emellan.” (Lärare B)*

#### **5.1.4 Tallinjens potential i matematikundervisningen**

Att tallinjen bör introduceras så tidigt som möjligt i elevernas matematikundervisning i skolan var grundskollärarna överens om. Lärarna menade att tallinjen bidrar till mycket kunskap som är viktig för de yngsta eleverna. När eleverna får förståelse för tallinjen ges förutsättningar att få en god förståelse för talföljder och tals relation till varandra och eleverna kan ta hjälp av tallinjen för att öka sin förståelse för hur allt hänger ihop. Med hjälp av tallinjen kan eleverna även ges en introduktion till negativa tal och grundskollärarna menade att detta är något som de visar eleverna redan i årskurs 1 och att de kan dra kopplingar till en termometer. Genom att eleverna får förståelse för negativa tal tidigt och sedan en god kunskap om talen upp till 100 ges bra förutsättningar för decimaler senare i deras matematiska utveckling. Lärarna påpekade att genom att introducera så mycket som möjligt för eleverna i början av skolgången skapas en förståelse tidigt och det är inte allt för mycket nytt längre fram i matematikundervisningen.

*”Men talföljder får de, de får ordningen, ordningstal, de får mycket genom tallinjen som är viktigt att ha med dem där yngsta.” (Lärare B)*

*”För får man dem att förstå upp till 100 och får man dem dessutom att förstå ner till -20, att förstå att det finns något på andra sidan så är man inne på decimaler sen när de blir äldre, så man introducerar så mycket som möjligt tidigt så landar det lite bättre, det blir inte nytt för dem sen.” (Lärare B)*

Grundskollärare menade att kunskap om tallinjen kan tänkas hjälpa elever när de kommer till mer avancerad matematik. De menade att tallinjen kan agera som hjälpmedel vid problemlösningar för att eleverna ska se ett samband och komma fram till vilket räknesätt som är lämpligt för att lösa uppgiften. Om eleverna har skapat en god

förståelse för de olika räknesätten och till exempel ha förståelse för den kommutativa lagen i addition om att ett tal kan kastas om och fortfarande bli samma summa kan eleverna enkelt se den snabbaste vägen till svaret. Lärarna menade att eleverna på ett sådant sätt kan ta hjälp av en mental tallinje för att se hur allt hänger ihop och får en tydlig bild över hur en kan gå tillväga för att lösa ett matematiskt problem. Genom att förstå att tallinjen är oändlig ges en större förståelse för negativa tal och det kan även bidra till ökad förståelse för decimaltal längre fram i deras matematiska utveckling. Lärarna menade även att de redan kan se på sina elever att de har förmågan att pendla mellan olika tal, räknesätt och enheter och har förståelse för hur allt hänger ihop.

*” Vilken är den smartaste vägen jag ska gå nu. Ska jag starta med det lilla eller stora talet. Bara där är den kommutativa lagen att man kan kasta om i addition tillexempel. Att få det tydligt, det är bättre att se på en tallinje att det är bättre att räkna  $18+2$  istället för  $2+18$  för man ser ju att det är mycket färre hopp jag behöver göra från 18 upp till 20 än att räkna från 2 upp till 20. Så jag tror att själva taluppfattningen är, har du inte den då kommer du göra många misstag utan att märka det och du kanske går onödiga vägar för att lösa ett problem.” (Lärare A)*

*”Det finns potential till att de kommer kunna använda det här högre upp.” (Lärare B)*

## 5.2 Matematikundervisningens möjligheter att genom tallinjen utveckla taluppfattning hos elever i grundskolans tidiga år.

För att komma fram till matematikundervisningens möjligheter att utveckla taluppfattning hos elever genom att använda tallinjen behövdes det fastställas vad det är som utvecklar elevernas taluppfattning. Genom de åtta olika förmågor framkommer det hur eleverna ges möjlighet att utveckla sin taluppfattning, i det här fallet genom undervisning som är baserat på tallinjen. Resultatet presenteras via utdrag ifrån de observerade matematiklektionerna.

### 5.2.1 Nummerigenkänning

Elever i en årskurs 1 skulle placera ut tal på en visuell tallinje i form av ett snöre. Läraren gav tal till eleverna en och en och frågade eleven i fråga vilket tal eleven fick så att resten av klasskamraterna också fick veta. Första eleven som skulle placera sitt tal på tallinjen fick talet 4 och eleven placerade 4:an en bit ifrån talet noll som var placerat på tallinjen utav läraren. Under tiden som eleverna placerar talen på tallinjen uppmanade läraren att de elever som väntade tyst skulle fundera över alla tals placeringar. Under tiden som eleverna skapade sin tallinje fick eleverna höra namnet på det nummer som placerades på tallinjen.

### 5.2.2 Systematisk räkning

Under en observerad lektion i årskurs 3 hade läraren ritat upp en tallinje på tavlan med startpunkten 0 och slutpunkten 10. Mitten var utmärkt med talet 5. Läraren frågade vad det skulle vara i mitten mellan talen 0 och 5. En elev svarade 3, men en annan elev svarade att referensmarkeringen skulle vara mellan talen 2 och 3, varpå läraren frågade vad det är som ska vara mellan talen 2 och 3. En tredje elev svarade då 2,5. Läraren fortsatte sedan undervisningen med att skriva upp tal en bit under tallinjen på tavlan och förklarade för eleverna att de ofta möter sådana uppgifter i deras matematikbok. En elev blev ombedd att placera ut talet 6 på tallinjen. Eleven drog ett sträck till en placering strax efter talet 5, och motiverade sedan sitt val genom att förklara att talet 6 kommer

efter talet 5 och att det skulle vara en ifrån 5:an och använde sig av avstånden mellan referensmarkeringarna som var mellan talen 0–5 som referens.

Eleverna i årskurs 1 vars lektion observerades fick själva göra additioner genom att de stegade på den visuella tallinjen. En elev ställde sig under talet 4, räknade sedan tre steg samtidigt som eleven gick ett nummer i taget och ställde sig under talet 7. De andra eleverna i klassen fick för sig själva fundera på vilken addition som eleven precis visade. Läraren uppmuntrade eleverna att de kunde ta hjälp genom att räkna stegen som togs på tallinjen.

### ***5.2.3 Relatera tal till kvantitet***

På en lektion som observerades i en årskurs 1 hade eleverna själva placerat ut tal på en visuell tallinje i form av ett snöre. Eleverna blev ombedda att tillsammans flytta talen på tallinjen tills de var nöjda med alla talens placeringar. Läraren frågade om eleverna började bli nöjda. Eleverna svarade ja. Då frågade läraren vilket tal som skulle vara i mitten mellan 0–10. Läraren bad eleverna hålla upp fingrarna för att visa svaret. Alla eleverna visade fem fingrar.

Under en observerad lektion med elever i årskurs 3 hade läraren satt en hel cirkel i slutet av en tallinje efter diskussion med eleverna angående cirkelns placering. En elev fick sedan en halvcirkel att placera på tallinjen och eleven satte halvcirkeln i mitten av tallinjen, vidare gavs en annan elev en åttondel av en cirkel som skulle placeras på tallinjen. När eleverna hade placerat ut olika delar av cirklar på tallinjen frågade läraren hur dessa olika delar kunde skrivas med bråkform.

### ***5.2.4 Kvantitetsdiskriminering***

När eleverna och läraren i årskurs 3 tillsammans hade placerat ut olika delar av en cirkel på deras tallinje frågade läraren eleverna om vad de skulle välja att äta om de var väldigt hungriga, en femtedel eller en fjärdedel. En elev förklarade att det är större med en fjärdedel och pekade sedan på tallinjen för att visa och jämföra de olika bråkformarnas storlek. Eleverna blev sedan ombedda att svara på om de skulle bli mättast av en fjärdedel eller två stycken åttondelar. Två elever svarade att de skulle valt en fjärdedel, men sen tillade en annan elev att det var samma sak att välja en fjärdedel som att välja två åttondelar.

### ***5.2.5 Olika representationer av tal***

Läraren i årskurs 3 visade en röd cirkel för eleverna och frågade vad det var. En elev svarade att det var en röd cirkel och en annan elev sa att det var en hel. Läraren frågade då var den skulle placeras på tallinjen. Tallinjen var tom utan några objekt, endast en start och ett stopp. Läraren frågade igen var den skulle placeras och drog ett streck i mitten och frågade om den skulle placeras där. En elev svarade att det var hälften vid den markeringen. Läraren frågade igen om det då var menat att den röda cirkeln skulle placeras i mitten, varpå en annan elev svarade att den röda hela cirkeln istället skulle placeras i slutet av tallinjen. Efter att det hela cirkeln hade placerats placerades en halv cirkel vid referensmarkeringen i mitten. Läraren visade därefter en fjärdedel av en cirkel och frågade eleverna hur många fjärdedelar det går på en hel.

Den observerande lektionen med elever i årskurs 3 fortsatte sedan med att läraren ritade upp en tallinje med startvärdet 0 och slutvärdet 100 på tavlan, i mitten var 50 markerat.



Mellan markeringarna var ett antal streck utritade. Läraren frågade hur många streck det skulle vara till mitten, varpå eleverna svarade att det skulle vara 50. Läraren räknade därefter strecken och talade om för eleverna att det var 25 streck och frågade eleverna vad som hände då. Eleverna svarade att det istället var värdet två till varje streck. Läraren instämde och förtydligade att det är två-hopp och att är jätteviktigt att tänka på vilket värde varje avstånd mellan referensmarkeringarna representerar.

Eleverna i årskurs 1 hade under en av de observerade lektionerna använt sig av pengar för att komma fram till olika kombinationer av enkronor, tvåkronor och femkronor för att få summan 10kr och 15kr. Läraren förklarade för eleverna att de skulle omvandla värdet av pengarna till klossar och sätta ihop klossarna för att beskriva värdet av summan av pengarna. En kloss var värd 1kr, två klossar var 2kr och fem klossar var 5kr. Klossarna skulle sedan sättas ihop och mätas mot en tallinje. Tallinjen var ritad på ett papper som gavs till eleverna. Skalan på tallinjen var färdig där värdet mellan 0–1 var lika som en kloss. Eleverna utgick ifrån värdet noll. Genom att lägga dessa efter varandra mot tallinjen kunde eleverna se var på tallinjen klossarna mätte till och på så vis se det totala värdet av klossarna.

### *5.2.6 Uppskattningar*

Eleverna i årskurs 3 placerade ut delar av en cirkel på en tallinje. Det fanns bland annat en hel cirkel placerad i slutet av tallinjen. En elev hade lite svårt att placera ut en femtedel och läraren frågade om någon kunde hjälpa till. En annan elev erbjöd sig att hjälpa till och gav förslaget om att mäta. De uppskattade ungefär hur stort värdet av en femtedel skulle kunna vara på tallinjen och måttade sedan för att se om det fick plast fem sådana delar mellan startpunkten och den hela cirkeln. Eleverna kom fram till ett uppskattat mått som de kunde använda som referens för att placera biten rätt.

Läraren i årskurs 3 ritade sen en tallinje på tavlan. Starten på tallinjen markerades med talet 0, slutpunkten på tallinjen markerades med talet 10 och mitten med talet 5. Läraren frågade var hon skulle placera talet 1 och startade vid 0:an och drog fingret längs tallinjen och bad eleverna säga stopp där de uppskattade att 1:an skulle skrivas ut. Eleverna uppskattade en placering för talet 1 en liten bit ifrån värdet 0. Läraren frågade sen var 2:an skulle vara och fortsatte dra fingret längs tallinjen. 2:ans placering uppskattades av eleverna vara en liten bit ifrån 1:an och läraren frågade då om eleverna var nöjda med placeringarna. Eleverna upplevde inte att det såg riktigt korrekt ut. Läraren frågade istället eleverna om vilket tal som är mellan 0 och 5. En elev svarade 3, medan en annan sa att det riktmärket skulle vara mellan 2 och 3. Läraren önskade då ett svar på vad som är mellan 2 och 3, varpå en elev svarade 2,5. På samma tallinje fick sedan en elev placera ut talet 6. Eleven uppskattade placeringen och gjorde en markering strax efter talet 5 som fanns markerat på tallinjen. Eleven förklarade att talet 6 skulle vara 1 ifrån 5 och drog nytta av avstånden som nu fanns markerade mellan talen 0–5.

Eleverna i årskurs 3 fick under ett lektionsmoment placera olika objekt från klassrummet på en tallinje med graderingen 0-1000g genom att uppskatta objektens vikt. En elev fick i uppgift att placera sitt pennskrin på tallinjen och läraren undrade var den skulle placeras. För att försöka uppskatta vikten fick eleven en vikt på 1kg i handen, varpå eleven trodde pennskrinet skulle placeras i mitten på tallinjen. Då gavs 5 stycken 100g vikter till eleven. Eleven jämförde vikten på sitt pennskrin med de olika vikterna, en i taget, och kom fram till att pennskrinet vägde ungefär som 100g och fick därefter uppskatta ungefär var på tallinjen denna skulle placeras.

Under observationen av undervisning i årskurs 3 ritades en tallinje upp på tavlan av Läraren. Tallinjen hade start, mitten, och slutet markerat med värdena 0, 500 och 1000. Läraren frågade eleverna hur de skulle göra om de skulle placera ut ett värde på den uppritade tallinjen, då tallinjen saknade övriga referensmarkeringar. Om de skulle placera ut ett värde någonstans mellan 500–1000, hur skulle de gå tillväga. En elev hade förslag om att det kunde utgå ifrån ett riktmärke i mitten mellan värdena 500 och 1000, vilket kunde underlätta en uppskattning om olika värden som skulle placeras på sträckan 500–1000. Eleven blev sedan ombedd att försöka placera ut ett sådant riktmärke och uppskattade var mitten mellan 500 och 1000 var någonstans.

### *5.2.7 Enkel aritmetik*

Eleverna i årskurs 1 fick träna på addition på en visuell tallinje i form av ett uppspänt rep där eleverna hjälpt till att placera ut tal skriva på papperslappar. Läraren frågade vilket håll förflyttningen skulle ske på tallinjen vid addition (i detta fall av ett positivt tal) och eleverna svarade att det ska förflyttas till höger. Läraren önskade veta varför det är så, och då inga direkta förklaringar gavs förtydligade läraren att värdet i detta fall ökar. Läraren visade en addition på tallinjen genom att ställa sig bakom talet 4 och gå tre steg till höger för att sedan stanna bakom talet 7. Läraren sa additionen högt till eleverna,  $4+3=7$ . Läraren visade sedan en ny addition och eleverna skulle tänka tyst för sig själva. Efter dessa två exempel fick eleverna själva stega additioner på tallinjen. Första eleven startade på talet 3 och gick 2 steg åt höger. Läraren sa att de elever som visste skulle göra tummen upp, sen sa läraren att alla skulle säga additionen tillsammans. Läraren sa tillsammans med eleverna, ” $3+2=5$ ”. Alla elever fick stega en varsin addition vilket resulterade i att flera liknande exempel observerades.

När alla elever (årskurs 1) hade stegat en varsin addition på tallinjen övergick undervisningen istället till subtraktion. Läraren skulle göra en subtraktion på tallinjen och frågade vilket håll förflyttningen skulle ske åt nu. Eleverna svarade vänster, varpå läraren förtydligade att det blir motsatt håll än addition (då det i dessa fall handlar om positiva tal). Läraren ställde sig bakom ett tal för att göra ett exempel på en subtraktion via tallinjen. Läraren ställde sig bakom talet 5, gick två steg till vänster och hamnade bakom talet 3. Eleverna sa subtraktionen tillsammans. En elev fick prova. Eleven ställde sig bakom talet 10 och gick två steg. Alla sa subtraktionen tillsammans,  $10-2=8$ . En elev visade subtraktionen  $6-6=0$ . Läraren gjorde sedan en koppling mellan addition och subtraktion och frågade vad additionen skulle bli om eleven skulle ta sig tillbaka till 6. Flera liknande exempel med subtraktion observerades.

Under ett lektionsmoment som observerades i årskurs 3 var det en tallinje med starten 0 och värdet 50 på mitten uppritad på tavlan. Mellan 0–50 var det flera streck utritade. Läraren frågade hur många streck det bör vara till mitten och fick svaret 50 från eleverna. Läraren räknade strecken, förklarade att det var 25 streck och frågade eleverna vad det betydde. Eleverna svarade att det istället var värdet två till varje streck, vilket läraren instämde på och förtydligade att det är två-hopp. Läraren påpekade sedan att detta var något som är väldigt viktigt att tänka på.

### *5.2.8 Talmönster*

Eleverna i årskurs 1 skulle börja lektionen med att få placera ut talen 1–9 på en visuell tallinje som de hade spänt upp i klassrummet i form av ett rep. Läraren förklarade för eleverna att de en och en skulle få ett tal som de skulle placera på tallinjen. Som

riktmärken för att ta beslut om var talet skulle placeras fanns till en början talet 0 placerat i "början" och talet 10 placerat i "slutet" på tallinjen. För var elev som placerade ut sitt tal på tallinjen fylldes det på med fler tal som kunde användas för att se var nästa tal skulle placeras utifrån talens ordning. När alla elever hade placerat ut sina tal fick de var och en möjligheten att flytta två tal som de ansåg behövde korrigeras i sin placering. Talet 3 var placerad mellan talet 1 och 2, vilket resulterade i att en elev valde att flytta så att 3:an istället blev placerad efter 2:an.

På tavlan hos eleverna i årskurs 3 hade läraren ritat upp en tallinje med en bestämd gradering mellan 0–10. För varje värde fanns en referensmarkering, men det var endast i början, mitten och slutet som tal var utplacerade. Läraren förklarade för eleverna att de ibland kan möta en tom ruta dragen till en punkt på tallinjen. Läraren ritade ut en liten ruta och drog ett streck upp till referensmarkeringen före talet 10 och frågade eleverna vilken siffra som skulle stå där, varpå eleverna svarade att det där skulle stå talet 9.

## 6. Diskussion

Nedan presenteras studiens diskussion där metoddiskussionen presenteras först. I metoddiskussionen diskuteras för- och nackdelar som har upplevts med studiens valda metod. Som underrubrik till metoddiskussionen presenteras även studiens tillförlitlighet med utgångspunkt i validitet och reliabilitet. Vidare presenteras resultatdiskussionen. I resultatdiskussionen diskuteras resultatet av de genomförda intervjuerna och observationerna tillsammans med tidigare genomförd forskning och styrdokument.

### 6.1 Metoddiskussion

I denna studie skedde intervjuerna som ostrukturerade intervjuer, vilka baserades på en intervjuguide. Önskan var att informanterna skulle få möjlighet att relativt ostört få möjlighet att prata om de ämnen som togs upp. Vid denna typ av intervju är det viktigt att frågorna är nära kopplade till studiens frågeställningar (Larsen, 2009, s. 84). Frågorna inför intervjun (bilaga 5) formulerades för att få in data som kunde besvara studiens första frågeställning. Intervjuerna bidrog till att relevant data utifrån studiens syfte och frågeställning samlades in. En kvalitativ studie kan inte generaliseras (Eliasson, 2018, s. 27), men som nämnt tidigare (4.1) så är inte studiens syfte att skapa en generell uppfattning, utan fokus ligger på att presentera de uppfattningar som de två deltagande lärarna förmedlar för att få en insikt i hur tallinjen används i matematikundervisning i svensk skola. I och med studiens omfattning har antalet deltagare begränsats, vilket självklart påverkar vidden av det resultat som presenteras. Resultatet hade möjligen varit ett helt annat om det hade varit två andra deltagande lärare, vilket påverkar studiens reliabilitet. En studie med så få deltagare kan upplevas svår att återskapa och förvänta sig samma resultat.

Vid genomförandet av observationerna var önskan att påverka omgivningen så lite som möjligt. Även om observationerna ägde rum i klassrummet upplevdes inte min närvaro påverka undervisningen i ett sådant avseende att det påverkade den data som samlades in. Under observationerna fördes ett löpande protokoll på dator. Anledningen till valet av löpande protokoll var att ljudupptagning eller filmning hade varit en mer utlämnad metod jämfört med eleverna. Med tanke på att syftet med observationerna var att titta på lärarnas undervisning sågs skriftligt protokoll som det mest lämpliga alternativet utifrån omkringsliggande faktorer. Nackdelen som jag fann med att skiva löpande protokoll var att det fanns viss risk att som observatör missa detaljer i undervisningen som sker i det

tysta då dokumenteringen ibland krävde att fokus lades på skriften. En annan aspekt att ta med i beaktning av observationen som metod i denna studie är att det som användes som underlag för observationerna var den tabell (3.8.1) som studiens ramverk bygger på. Detta resulterade i att det inte finns något fysiskt observationsprotokoll att hänvisa till utan det är tabellen och de förmågor och riktlinjer som nämns i denna som har använts som grund för vad som ämnats observeras och sedan har anteckningar gjorts med detta i fokus. Observationernas tillvägagångssätt och tydlighet skulle helt klart ha förbättrats om observationerna hade baserats på ett mer specifikt observationsprotokoll som kunde tagit flera aspekter i beaktning. Bedömningen är att det trots eventuella missar samlades in tillräckligt med relevant data för att studiens frågeställning kunde besvaras.

För denna studie har det valts att göra analysen av intervjuerna med hjälp av en innehållsanalys och insamlade data av observationerna har analyserats med hjälp av ett teoretiskt ramverk som grundas på elevernas utvecklande av grundläggande taluppfattning (se 3.8.1). Om andra analysverktyg hade valts kan hända att studien hade försetts med ett annat slutgiltigt resultat. Det ramverk som har använts för att analysera insamlade data ifrån observationerna grundas på åtta olika förmågor vilka Andrews och Sayers (2014, 262) menar är de förmågor som behövs för en grundläggande taluppfattning. Förmågorna som nämns i ramverket (se 3.8.1) är alla olika delar som är viktiga för att eleverna ska utveckla en grundläggande taluppfattning och det visade sig under utvecklandet av detta ramverk att ett lektionsmoment kan resultera i utvecklandet av flera av de olika förmågorna (Andrews & Sayers, 2014, s. 262–263). Andrews och Sayers (2014, s. 261) menar däremot att det i deras analysarbete gjordes överväganden om vilken av de olika förmågorna som gavs störst fokus i det specifika undervisningsmomentet. De menar att det kan vara så att den undervisande läraren har haft en speciell förmåga i åtanke vilket är det som i huvudsak var menat att ge eleverna utrymme att utveckla genom just det momentet (ibid). I denna studie har detta tagits i beaktning och det har vid tillfällena gjorts bedömningen att det kan ifrån lärarens sida varit en speciell förmåga som varit i åtanke, men att det samtidigt har under lektionsmomentet visats att eleverna både fått visa och träna på flera förmågor, vilket har resulterat i att ett lektionsmoment kan presenteras under flera förmågor i resultatet. Samtidigt har den insamlade data i denna studie analyserats av endast en person, vilket gör att möjligheterna att analysen skulle kunna se helt annorlunda ut om någon annan, eller eventuellt flera personer tillsammans hade gjort analysen. Vidare går det även att reflektera över hur de olika förmågorna potentiellt kan överlappa, dock saknar denna studie vidare forskningsbaserat underlag angående det och diskuteras därför inte närmare.

### **6.1.1 Tillförlitlighet**

Tillförlitligheten av en studie påverkas av studiens validitet och reliabilitet. Validitet är att samla in relevant data utifrån sina frågeställningar (Larsen, 2009, s. 80). Genom att samla in data via intervjuer finns möjlighet att justera frågeställningarna under intervjun för att få fatt på relevant information utifrån studiens syfte, vilket Larsen (ibid) menar bidrar till en högre validitet då den data som samlas in blir mer anpassad utifrån studiens syfte och frågeställningar. För att studien skulle få en så bra validitet som möjligt anpassades därför frågorna till intervjuerna utifrån studiens syfte och frågeställning. Larsen (2009, s. 80–81) förklarar även att det vid intervjuer är möjligt att utgå ifrån de svarandes erfarenheter och bygga vidare sina frågeställningar utifrån det som respondenterna svarar, vilket är det upplägget som studiens intervjuundersökningar

baserades på för att se till att den data som samlades in vilar på en så god validitet som möjligt.

I studiens bakgrundsforskning finns det flera tidigare forskningsstudier som pekar mot samma resultat. Kihlström (2007, s. 164) skriver att en undersöknings reliabilitet ökar om flera undersökningar kommer fram till samma sak. Detta ger studien en reliabilitet att stå på. Eliasson (2018, s. 14–15) påpekar att reliabiliteten är större, mer pålitlig, om undersökningen går att upprepa och att den fortfarande ger samma resultat. Tillvägagångssättet på denna studies undersökningar har därmed så tydligt som möjligt beskrivits så att förutsättningarna för att återskapa studien finns, vilket gör att reliabiliteten ökar. I och med att studien utgår ifrån grundskolelärares uppfattningar och deras matematikundervisning finns inga speciella faktorer som försvårar återskapandet, vilket gör att skulle det vara möjligt att återskapa studien vid ett annat tillfälle i andra grundskolor. Dock, som det framkommer ovan (6.1), skulle troligen resultatet blivit ett helt annat om två andra grundskollärare deltagit i studien. Det är därmed svårt att uppnå en god reliabilitet i en kvalitativ studie. Kvale och Brinkmann (2017, s. 295–296) menar att det ofta är svårt att återskapa kvalitativa intervjuer då informanternas svar kan påverkas av hur frågorna ställs. I ostrukturerade intervjuer är även sannolikheten att spontana följdfrågor ställs av intervjuaren, vilket kan påverka den empiri som samlas in. För att öka reliabiliteten kan istället intervjuernas kreativitet minska, vilket kan påverka den kvalité som blir på insamlade data (Kvale & Brinkmann, 2017, s. 296). I detta skede kan det vara önskvärt att ställa sig frågande vilket som är viktigast i studien, en högre reliabilitet eller ett bättre material ifrån intervjuundersökningen. Urvalet till denna studie har skett utifrån personliga kontakter (läs mer 4.2). Lärarna har inte valts ut ifrån speciella kunskaper inom studiens område, utan har valt utifrån bland annat deras möjlighet att anpassa sin undervisning utifrån vid undersökningstillfället. Det framgick även att lärarna var bekväma med matematikundervisning baserat på tallinjen, vilket kan bidra till att resultatet skulle vara ett helt annat om två grundskollärare som inte använde sig av tallinjen i samma utsträckning istället skulle deltagit i studien.

## 6.2. Resultatdiskussion

Nedan presenteras studiens resultat kopplat till tidigare forskning och styrdokument. Först ut är en jämförelse mellan de deltagande lärarnas förklaringar på studiens fokusbegrepp tallinje och taluppfattning mot definitionen som studien är baserad på utifrån tidigare forskning. Detta ges utrymme för att det ska vara klart att det grundskollärarna menar när de pratar om tallinjen och taluppfattning överensstämmer med det som denna studie har baserats på. Fokus läggs sedan på studiens deltagande grundskollärares undervisning och deras uppfattning om tallinjens potential i matematikundervisning genom att vara ett hjälpmedel och hur tallinjen har förutsättning att konkretisera matematiken för eleverna. Vidare diskuteras även tallinjens påverkan på vidare matematiska kunskaper. Grunden för diskussionen är grundskollärares erfarenheter och tankar angående tallinjens koppling till taluppfattning, vilket sedan kompletteras med sådant som synliggjorts under grundskollärares faktiska undervisning.

### 6.2.1 Begreppen tallinje och taluppfattning

Beskrivningen som de deltagande grundskollärarna gav av begreppen tallinje och taluppfattning överensstämmer i stort med de förklaringar som definierar begreppen för denna studie. Precis som forskning säger (Booth & Siegler, 2008, s. 1028–1029) menade

även grundskollärarna att tallinjen visar tals ordning och värden, men även att en viktig egenskap är att alla tal på tallinjen har jämna avstånd till varandra (Woods et al., 2017, s. 232). Taluppfattning gavs en bred definition av grundskollärarna. Grunden ligger i elevernas förmåga att förstå och bearbeta tal i olika situationer, vilket är precis så som Dehaene (2001, s. 17) förklarar begreppet. Lärarna förklarade som exempel på taluppfattning bland annat elevernas förmåga att koppla en mängd till en siffra och kunna placera tal på rätt placering i positionssystemet. Eleverna ska även ha förståelse för tal i olika kombinationer. De förmågor som lärarna nämner kan ses bland de förmågor som denna studies ramverk (se 3.8.1), vilket Andrew och Sayers (2014, s. 262) nämner som förmågorna som utger en grundläggande taluppfattning.

### ***6.2.2 Tallinjens roll i matematikundervisning***

Det framkom tydligt ifrån de två deltagande grundskollärarna att de upplevde att tallinjen fyller en viktig roll i den matematikundervisning som eleverna möter. Båda grundskollärarna använde tallinjen i sin undervisning och menade att det bör vara, precis som Woods et al. (2017, s. 231–235) påpekat, en naturlig del i matematikundervisningen redan tidigt i elevernas skolgång. Detta var även tydligt under studiens observationer. Dock inflikade lärarna att tallinjen skulle kunna användas än mer med tanke på tallinjens stora användningsområde. Tallinjen kan användas för att utveckla flera förmågor inom matematiken och är ett utmärkt redskap för utvecklandet av taluppfattning (Bay, 2001, s. 451), vilket även var lärarnas uppfattning. Under observationerna noterades flera tillfällen där eleverna fick möjlighet att utveckla förmågor inom taluppfattning. I årskurs 1 upplevdes det läggas stort fokus på förmågorna enkel aritmetik, relatera antal till kvantitet och nummerigenkänning. Eleverna i årskurs 3 gavs istället undervisning som fokuserade mest på uppskattning, kvantitetsdiskriminering och olika representationer av tal. Förmågorna talmönster och systematisk räkning berörde båda årskurserna i ungefär samma grad, men på olika kunskapsnivåer. Lärarna menade att med hjälp av tallinjen kan eleverna få möjlighet att konkretisera flera områden inom matematiken. Detta är även något som har framkommit genom forskning, Woods et al. (2017, s. 235) förklarar hur tallinjen har förmågan att omvandla det abstrakta till något konkret för eleverna, vilket underlättar för alla elevers matematiska utveckling. Med hjälp av tallinjen kan elever få en visuell bild av vad som händer när två tal adderas eller subtraheras (Woods et al., 2017, s. 232–233), vilket grundskollärarna påpekade som ett stort hjälpmedel. De menade att genom att låta eleverna hoppa på tallinjen skapas en större förståelse för vad som sker med värdet på talet i de olika räknesätten, vilket var något som uppmärksammades i speciellt årskurs 1 där mycket fokus lades på enkel aritmetik och läraren tog tillfälle att diskutera sambandet mellan addition och subtraktion, samt att poängtera tallinjens uppbyggnad och syfte. Grundskollärarna menade även att eleverna får en större möjlighet att få förståelse för tals värde genom att se dessa på en tallinje. Precis denna uppfattning har även påpekats av Bay (2001, s. 448–451) då det har visat sig att tallinjen bjuder in till diskussioner angående bland annat tals storlek, i och med att eleverna visuellt kunde se storleksskillnaderna utifrån deras placeringar på tallinjen.

### ***6.2.3 Undervisningen genom tallinjen utifrån elevernas förutsättningar***

Precis som forskning menar att elever använder sig av egna erfarenheter för att förstå uppgifter och för att utveckla sina matematiska förmågor (Sullivan & Barner, 2014, s. 186; Engel et al., 2013, s. 170–171), menade grundskollärarna att det är viktigt att börja i sådant som eleverna känner igen för att de ska få goda förutsättningar för att utveckla sin taluppfattning. För att eleverna ska lyckas automatisera sin taluppfattning framkom

det under intervjuerna uppfattningar om att eleverna först bör få hjälp av konkreta hjälpmedel som över tid byts ut mot mer abstrakta undervisningsmedel. Här ses tallinjen som ett naturligt hjälpmedel för att nå dit. Tallinjen har en förmåga att på ett konkret sätt skapa en förståelse för det abstrakta inom matematiken (Woods et al., 2017, s. 235). Woods et al. (2017, s. 231–232) menar även att tallinjen är ett redskap som kan användas i matematikundervisningen för att anpassa undervisningen till elevernas olika kunskapsnivåer, vilket skulle underlätta för lärare att utgå ifrån det som eleverna vet och utifrån den nivå eleven befinner sig. Bay (2001, s. 448–451) förklarar hur ett rep kan förvandlas till en visuell tallinje, och att undervisning där eleverna själva blir delaktiga bjuder in till lärande samtal mellan eleverna. Under en av observationerna genomfördes just denna variant av lektion. Eleverna gick i årskurs 1 och läraren spände upp ett rep i klassrummet. Läraren placerade ut talen 0 och 10 och sedan var det elevernas uppgift att förse tallinjen med resterande tal, 1–9. Genom att skapa en visuell tallinje i klassrummet menar Bay (2001, s. 448–451) att elever ges utrymme att träna på förmågor som utvecklar deras taluppfattning. Enligt Andrews och Sayers (2014, s. 257–265) är det åtta olika förmågor som läraren bör ha i beaktning när undervisningen är menad att utveckla elevers taluppfattning. Under den observerade lektionen uppmanade läraren eleverna att tala om för sina klasskamrater vilket tal de skulle placera ut på tallinjen. Här fick eleverna möjlighet att utveckla och visa sin förmåga att namnge tal, vilket klassas under förmågan nummerigenkänning (Andrews & Sayers, 2014, s. 257–265). När eleverna placerade ut talen på tallinjen gavs även förutsättningar att träna på talmönster. Detta visar på elevernas förmåga att känna igen exempelvis vårt positionssystem och att kunna identifiera saknade tal (Andrews & Sayers, 2014, s. 257–265). Vidare fick eleverna ett stort utrymme att genom tallinjen träna på addition och subtraktion, alltså enkel aritmetik (ibid).

#### **6.2.4 Förståelse för tal och deras egenskaper**

Det är även viktigt för eleverna att vid upprepade tillfällen få möjlighet att skapa förståelse för tal och deras egenskaper, grundskollärarna upplevde att utifrån elevernas ökade förståelse för talens relation till varandra och hur de påverkas vid de olika räknetsätten ges även en insikt i talens värde i vårt positionssystem och hur talen kan användas i förhållande till varandra. Tallinjen som redskap ger en visuell illustration över talens ordning och värde (Booth & Siegler, 2008, s. 1028–1029), ökar förståelsen för talmönster och talföljd (Andrews et al., 2016, s. 1685) och för tals storlek (Bay, 2001, s. 451). Det har visats i forskning att elevers förståelse för tal och tals relation till varandra kan kopplas till en god matematisk förmåga, samt till en god förståelse för tallinjen (Friso-van den Bos et al., 2015, s. 26–27). I LGR11, läroplanen för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet (Skolverket, 2018, s. 55) framkommer det att elever ska arbeta med att öka förståelsen för positionssystemet för att utveckla sin taluppfattning. Grundskollärarna nämnde att tallinjen fungerar utmärkt för att låta eleverna träna på talföljder och positionssystemet, vilket uppdragades under ovan nämnd lektion där elevernas placerade ut tal på en visuell tallinje, samt att eleverna får träna på detta utifrån att identifiera gömda tal som är gjorda på tallinjen. Under intervjuerna framkom det att lärarna ser tallinjen som ett utmärkt hjälpmedel för att gömma tal. Vid studiens observationer av en årskurs 3 sågs just detta. Läraren förklarade för eleverna att de ofta möter uppgifter där en tom ruta är dragen till en placering på tallinjen. Läraren gjorde ett exempel på tavlan och frågade eleverna angående vilket tal som skulle placeras i rutan. Här ges eleverna möjlighet att träna på och visa förmågan att identifiera talmönster och saknade tal på tallinjen. Eleverna i årskurs 3 fick även ett givet tal som skulle placeras på tallinjen. En elev fick talet 6, vilket skulle placeras på en tallinje med

graderingen 0–10. Klassen hade innan tillsammans kommit fram till fördelningen av talen 0–5. Eleven som skulle placera ut talet 6 kunde därmed använda sig av referenspunkterna fram till talet 5 för att mäta upp var talet 6 borde placeras. Med denna undervisning ges eleverna möjlighet att träna på systematisk räkning, talmönster och uppskattningsförmåga. För att klara av denna typ av uppgifter är förståelse för tallinjens egenskaper viktig. Ifrån intervjuerna med lärarna framkom det att förståelse för tallinjens uppbyggnad, samt förståelse för att tallinjerna kan ha olika graderingar är viktiga faktorer för eleverna att känna till, vilket även poängteras i forskning (Woods et al., 2017, s. 232).

### *6.2.5 Möjligheterna med tallinjen som ett redskap*

Vanligast förekommande används tallinjen som ett redskap när grundskollärarna ska undervisa i de olika räknesätten, vilket var väldigt tydligt utifrån studiens observation av elever i årskurs 1. Eleverna fick på en visuell tallinje i klassrummet, gjord av rep och handskrivna tal, själva stega additioner och subtraktioner. Lärarna menade att genom att göra exempelvis additioner och subtraktioner på en tallinje så ser eleverna vad som händer i de olika räknesätten och kan även få förståelse för hur räknesättens relation till varandra. Att med tallinjen som ett hjälpmedel få möjlighet att konkretisera matematiken för eleverna och på så vis förtydliga kopplingarna mellan de olika räknesätten, samt vad som händer med talens värden vid exempelvis addition och subtraktion är något som framkommit vid tidigare forskning (Woods et al., 2017, s. 232–234; Andrews et al., 2016, s. 1684–1685). Läraren tog även under den observerade lektionen möjligheten att med hjälp av tallinjen visa kopplingen mellan addition och subtraktion. Som exempel lät läraren en elev stega en subtraktion på tallinjen,  $6-6=0$ . När eleven gjort detta frågade läraren sedan klassen vilken addition som skulle få tillbaka eleven på summan 6. Eleven stod då på 0:an och klassen var överens om additionen  $0+6=6$ . Utifrån detta kunde läraren sedan diskutera relationen mellan addition och subtraktion med eleverna.

Grundskollärarna menade att en viktig del för att ta hjälp av tallinjen är att se till att eleverna skapar en förståelse för tallinjens egenskaper, speciellt att avstånden mellan talen på tallinjen måste vara konsekventa, vilket är en egenskap av tallinjen som även Woods et al. (2017, s. 232) påpekar. När eleverna förstår det kan de se att värdet mellan två bredvidliggande tal har samma värde som avståndet mellan två nästkommande tal. Med denna förståelse kan eleverna se att mönstret fortsätter och att det därmed går att göra jämförelser på tallinjen, vilket inte vore möjligt om avstånden inte hela tiden vore desamma. När eleverna har förståelse för detta menade lärarna att de kan se hur ett tvåhopp i början av tallinjen besitter samma värde var än på tallinjen tvåhoppet skulle göras, vilket lärarens i årskurs 1 tydligt visade och diskuterade tillsammans med eleverna under de lektioner som observerades. Denna förståelse bidrar till en visuell bild som eleverna kan använda vid huvudräkning. Dehaene (2001, s. 17) menar att ens förmåga att räkna påverkas av förmågan att genom en mental tallinje kunna hantera tal i huvudet. Elever som har en god kunskap om talsystemet och en bra aritmetisk förmåga har för att lätt addera tal (LeFevre et al., 2009, s. 60). Grundskollärarna menade även att det är viktigt för eleverna att få en förståelse för att tallinjens gradering har en stor betydelse för att tallinjen ska kunna avläsas korrekt. Genom att eleverna lär sig att placera ut referenspunkter på tallinjen kan de lättare läsa av vilken gradering tallinjen har. Det har setts kopplingar mellan elevers förmåga att placera ut referenspunkter och elevernas matematiska förmåga (Peeters et al., 2015, s. 123–131). Elever med en god matematisk förmåga hade lättare att använda referenspunkter som strategi än elever som inte hade en god matematisk kunskap (ibid).



### *6.2.6 Elevers ålder påverkar användningsområdet av tallinjen*

Under observationerna framkom det att förmågorna som fokuserades på under matematiklektionerna med eleverna varierade mellan eleverna i årskurs 1 och eleverna i årskurs 3. I och med att de matematiska förmågorna blir mer avancerad över tid (Schneider et al., 2018, s. 1469, 1475) har kopplingar mellan tallinjen och matematiska kunskaper setts variera beroende på elevernas ålder (Schneider et al., 2018, s. 1469). Bland annat har det visats att antalet fel som elever gör på uppskattningsuppgifter blir färre i samband med att eleverna blir äldre (Sasanguie et al., 2013, s. 423). Under observationerna sågs det att undervisningen som gavs eleverna i årskurs 3 fokuserade betydligt mer på uppskattningar än vad eleverna i årskurs 1 gjorde. Eleverna i årskurs 3 upplevdes även mer självmant ta hjälp av olika referenspunkter för att göra korrekta placeringar på tallinjen. I årskurs 1 behövde eleverna istället lite mer guidning för att till exempel dela in tallinjen i hälften för att lättare kunna fördela talen korrekt. White och Szücs (2012, s. 10–11) kom i en studie fram till att elevers förmåga att använda sig av både mentala och externa referenspunkter sågs tydligt först i årskurs 2 och denna förmåga blev sedan mer utvecklad under årskurs 3. Eleverna i årskurs 1 använde sig främst av startpunkten och till viss del slutpunkten på tallinjen för att göra placeringarna av sina tal på tallinjen. Forskning har visat att elever i förskoleklass i första hand använder sig av startpunkten som referenspunkter för att placera ut tal på tallinjen (Friso-Van den Bos et al., 2015, s. 25). Elevers förmåga att använda sig av referenspunkter har även visats ha koppling till elevernas matematiska kunskaper (Peeters et al., 2015, s. 123–131). Vanligast förekommande är att eleverna delar in tallinjen i hälften för att skapa fler referenspunkter att utgå ifrån. Under observationen av lektionsmoment i årskurs 1 var det även detta som läraren hänvisade eleverna att fundera över. När läraren fick eleverna att fundera över vilket tal som menas vara i mitten av den tallinjen som de konstruerat upplevdes eleverna få en förståelse för hur detta underlättade deras arbete. Eleverna i årskurs 3 visade på god kunskap av att komma fram till hur de kunde fördela tallinjen i hälften och sedan vidare i fjärdedelar för att få ut referenspunkter att utgå ifrån. Bland annat fick de under ett undervisningsmoment reflektera över hur de skulle gå tillväga för att lyckas placera ett givet tal på sin rätta plats på tallinjen om referenspunkter saknas. Forskning menar att elevers förutsättningar av att använda sig av referenspunkter kan förbättras om de möts av detta tidigt i sin matematiska utveckling (Peeters et al., 2015, s. 129–131). Det har även visats en koppling mellan elevers förmåga att göra uppskattningar på tallinjen till god förmåga att räkna och namnge siffror (Elofsson, 2017, s. 74–76).

Tallinjen skapar en förståelse för tals relation till varandra och det har setts kopplingar mellan elevers förståelse för tallinjen och kunskapen om tals relation till varandra (Schneider et al., 2018, s. 1477–1478). Schneider (ibid) kunde även i en metaanalys se att förståelsen för bråktals relation till hela tal kan förtydligas genom arbete med tallinjen. Undervisningen som observerades av eleverna i årskurs 3 visade på mycket arbete med bråktal. Forskning har kommit fram till att elever mellan 6–9 år har störst användning av uppskattningsuppgifter på tallinjen med hela tal, medan elever över 9 år gynnas mest av uppskattningsuppgifter med bråktal (Schneider et al., 2018, 1469, 1475). Här sågs en skillnad mellan undervisning för eleverna i årskurs 1 och eleverna i årskurs 3. I och med att elevernas matematiska kunskaper blir mer avancerade över tid (Schneider et al., 2018, s. 1469, 1475) ges förståelse för skillnaden i de observerade matematiklektionerna.

### 6.2.7 Elevernas fortsatta matematiska utveckling

När eleverna ska introduceras för negativa tal menade grundskollärarna att tallinjen visualiserar detta på ett konkret sätt för eleverna. Tallinjen ger en bra bild över hur allt hänger ihop och eleverna kan på så sätt öka sin förståelse för både positiva och negativa tal. Bland annat görs kopplingar till termometern där negativa tal är en naturlig del. I en studie av Andrews et al. (2016, s. 1686) var det en lärare som kopplade tallinjen till bland annat en termometer. På detta vis kopplades undervisningen till sådant som eleverna själva är bekanta med, vilket nämnts tidigare anses viktigt av både de medverkande lärarna och utifrån tidigare forskning (Sullivan & Barner, 2014, s. 186; Engel et al., 2013, s. 170–171). Under ett undervisningsmoment med elever i årskurs 1 observerades det hur läraren förtydligade för eleverna att förflyttningen vid addition sker åt höger på tallinjen och att förflyttningen vid subtraktion sker åt vänster. Anledningen till förklaringen kan ses som logisk med tanke på elevernas ålder och då beräkningar med addition och subtraktion än så länge endast sker med positiva tal. Värt att uppmärksamma med detta är att problematik kan uppstå när eleverna sedan ska skapa förståelse för addition och subtraktion med negativa tal, dock är inte det något som denna studie har undersökt närmare utifrån tidigare forskning. Kilhamn, (2011, s. 7–8) upptäckte att elever i årskurs 6–9 hade problem med att förstå negativa tal och att de ofta misstolkade tallinjen och såg den inte som en helhet utan istället som två tallinjer som möttes vid värdet noll. Detta skapade svårigheter för eleverna att använda sig av tallinjen för att skapa förståelse för de negativa talen (ibid). Grundskollärarna som medverkade i detta examensarbete var tydliga med att de valt att introducera negativa tal för eleverna redan i årskurs 1, vilket de gjorde genom att visa vad som finns på tallinjen innan värdet noll. De menade att genom att eleverna får en förståelse för att tallinjen är oändlig kan eleverna få en större förståelse för negativa tal, men även att det bidrar till en större förståelse för decimaltal i deras framtida matematiska utveckling. Här kan även ses att det finns potential för lärarna att vid introduktion av addition och subtraktion med negativa tal använda sig av tallinjen för att skapa en förståelse för vad som sker. Lärarna förklarade att de ser fördelar med att introducera så mycket som möjligt för eleverna tidigt för att de då får möjlighet att skapa en större förståelse för matematiken tidigt i sin matematiska utveckling. Det kunde ses under observationerna att både eleverna i årskurs 1 och eleverna i årskurs 3 visade god förståelse för tallinjen. Eleverna i årskurs 3 visade även kunskap över bråktal och decimaltal och kunde se sambandet mellan dessa och hela tal på tallinjen, vilket är något som har setts som en problematik för elever i tidigare forskning (Cramer et al., 2017, s. 27–35). Cramer et al. (2017, s. 35–36) menar att genom att involvera tallinjen tidigt i elevernas bråkundervisning kan en större förståelse för kopplingen mellan hela tal och bråktal ges till eleverna. Upplevelsen utifrån observationerna av undervisningen för eleverna i årskurs 3 var att de enkelt kopplade förståelsen av bråktals placering på tallinjen. Läraren hade ritat upp en tom tallinje på tavlan där eleverna fick i uppgift att först placera ut en hel cirkel. Tillsammans kom de fram till att den skulle placeras vid tallinjens slut. Efter det fick eleverna även placera ut en halv, en fjärdedel och en åttondel. Med hjälp av varandra lyckades klassen placera ut dessa delar korrekt. Här gavs eleverna utrymme att utveckla förmågor som uppskattning, relatera antal till kvantitet, kvantitetsdiskriminering och olika representationer av tal. De fick även träna på enklare bråk, vilket enligt läroplanen (Skolverket, 2018, s. 55) är en del av utvecklandet av taluppfattning. Under intervjuerna framkom det att lärarna ansåg att tallinjen kan, genom att placera en start och ett stopp på tallinjen så att den blir 'ändlig' ges ett redskap för att öka elevens förståelse för bråktalens storlek.

Avslutningsvis förklarade lärarna att de redan kan se elever som kommer dra nytta av förståelsen för tallinjen och hur den kan ha en positiv effekt för eleverna när de ska lära sig mer avancerad matematik. Det har visats att elever kan lägga en grund för ett mer avancerat matematiskt tänkande utifrån att deras undervisning baseras på tallinjen (Schneider et al., 2018, s. 1477–1480; Woods et al., 2017, s. 235). Lärarna i denna studie menade att, genom förståelse för hur alla tal och räknesätt hänger samman och genom att kunna se samband utifrån tallinjen ges eleverna en visuell bild, en mental tallinje, vilken kan hjälpa dem att se den enklaste vägen till att lösa problem. De ansåg att elever på så vis kan utveckla förmågan att pendla mellan olika räknesätt, tal och enheter, vilket bidrar till en större förståelse för matematiken.

## 7. Slutsatser

Nedan presenteras slutsatserna på studiens frågeställningar, vilka grundas i ovanstående diskussion. Första frågeställningens svar har sin utgångspunkt i det som framkommit under studiens intervjuundersökningar, medan den andra frågeställning besvaras med hjälp av den data som samlats in under studiens observationer.

### 7.1 Grundskollärares uppfattningar om tallinjens potential av utvecklande av taluppfattning hos elever i årskurs 1–3.

Förklaringarna som grundskollärarna gav begreppen tallinje och taluppfattning överensstämde i stort med de definitioner som har framkommit genom tidigare forskning, vilket resulterar i att det kan dras kopplingar mellan det lärarna diskuterade till det som tidigare forskning tar upp inom området. De grundskollärare som deltagit i studien var överens om att tallinjen bör inkluderas i matematikundervisningen redan tidigt för elever. Anledningen som de såg det är att tallinjen har potential att utveckla flera förmågor hos eleverna och att tallinjen har en viktig roll i elevernas matematiska utveckling. Tallinjen konkretiserar det som upplevs abstrakt inom matematiken och lärarna menade att eleverna ges förutsättningar att skapa förståelse för positionssystemet och tals relation till varandra, samtidigt som de även påpekade att tallinjen är ett bra hjälpmedel för att visualisera vad som händer med tals värden i de olika räknesätten, och samtidigt bidrar till räknesättens relation till varandra.

Utifrån intervjuerna framkom det även att lärarna ansåg att eleverna får en större förståelse för talens värden och att en mängd kan kopplas till ett tal. Tallinjen visar även att värdet mellan varje tals granne är desamma som nästkommande och genom att jämföra tal genom tallinjen ges eleverna en större förståelse för storlekskillnaden mellan olika tal. Eleverna kan, menade lärarna, få en förståelse för hur alla tal hänger samman vilket bidrar till en större förståelse för mer avancerad matematik. Lärarna kunde se hur arbete med tallinjen kan förbereda eleverna för att arbeta med negativa tal, bråktal och decimaltal. De ansåg även att detta är delar som bör introduceras så tidigt som möjligt för eleverna och med hjälp av tallinjen kan det ske på ett konkret sätt.

Lärarnas reflektioner tyder på att uppfattningarna var att tallinjen besitter stor potential för att utveckla flera matematiska förmågor för eleverna, varav flertalet av förmågorna faller in under taluppfattning. Genom att tidigt ge eleverna tallinjen som ett redskap, skapas förutsättningar för att deras förståelse för hur olika räknesätt, tals relation till varandra och negativa tal, heltal, bråktal och decimaltal hör samman.

## 7.2 Matematikundervisningens möjligheter att genom tallinjen utveckla taluppfattning hos elever i grundskolans tidiga år.

Utifrån de lektioner som observerats i denna studies undersökningar har det framkommit att undervisningen för eleverna i den årskurs 1 och eleverna i den årskurs 3 som observerats ges goda förutsättningar att utveckla taluppfattning utifrån undervisning genom tallinjen. De förmågor som studiens ramverk (se 3.8.1 & 3.8.2) nämner för att eleverna ska få möjlighet att utveckla grundläggande taluppfattning vid undervisning av tallinjen kan alla till viss del ses vid något skede i någon av observationerna. Utrymmet som de olika förmågorna gavs i undervisningen varierade och precis som diskuterat tidigare (se 6.1) är det ett stort tolkningsutrymme vad som anses vara fokus i undervisningen. Även om en förmåga kanske har varit i avsikt att utveckla från den undervisande läraren kan undervisningsmomenten bjuda in till utvecklandet av flera förmågor. En tydlig skillnad kan dock ses utifrån undervisningen som getts eleverna, och det är att förmågorna varierar beroende på elevernas ålder. Eleverna som gick i årskurs 1 försågs till största del av undervisning vilken bidrog till utvecklandet av förmågorna; Nummerigenkänning, enkel aritmetik och relatera tal till kvantitet, medan den undervisning som eleverna i årskurs 3 möttes av utvecklade förmågorna; Uppskattning, olika representationer av tal och kvantitetsdiskriminering. Undervisningen visade även på övriga förmågor för bägge åldrarna (bland annat systematisk räkning och talmönster för både årskurs 1 och årskurs 3), men i stort uppmärksammades en skillnad utifrån elevernas ålder, vilket även har visats genom tidigare forskning, det har uppdagats att de förmågor som eleverna har störst hjälp att utveckla med hjälp av tallinjen förändras i samband med att deras matematiska kunskap ökar (Schneider et al., 2018, s. 1469, 1475; Sasanguide et al., 2013, s. 423).

Även om det går att tyda att eleverna utvecklade olika förmågor beroende på om de gick i årskurs 1 eller årskurs 3 faller alla förmågorna under utvecklandet av taluppfattning. Det går även att se ett samband med de förmågor som undervisningen styrde mot utifrån åldern på eleverna. Det kan upplevas som naturligt att eleverna i årskurs 1 fokuserar på mer nummerigenkänning, enkel aritmetik och talmönster jämfört med elever i årskurs 3.

Det är hur som tydligt att eleverna ges möjligheter att utveckla taluppfattning utifrån deras egna kunskapsnivå genom undervisning med tallinjen och undervisningen bjöd på varierade uppgifter vilka gav förutsättningar att utveckla flertalet förmågor hos eleverna.

## 8. Avslutande reflektioner och förslag på fortsatt forskning

Syftet med denna studie har varit att åskådliggöra lärares uppfattningar om tallinjens potential för utveckling av taluppfattning, samt om och eventuellt hur deras uppfattningar påverkar undervisningen som ges eleverna inom matematik i grundskolans årskurs 1–3. Som nämnt ovan framkom det samband mellan lärarnas uppfattningar om tallinjens potential och den undervisningen som observerades i samband med studiens undersökningar. De två grundskollärare som deltagit i studien ser tallinjen som ett kompetent hjälpmedel för att utveckla elevernas matematiska kunskaper och deras undervisning visar på att eleverna gavs förutsättningar att utveckla flera av förmågorna inom taluppfattning. Studien har bidragit till en intressant inblick i lärarnas uppfattningar och undervisning inom studiens fokusområde. Vidare vore det intressant att se hur mycket arbetet med tallinjen faktiskt påverkar elevernas taluppfattning jämfört att inte använda tallinjen som ett hjälpmedel.

## 9. Referenslista

- Andrews, P., Sayers, J. (2014). Identifying opportunities for grade one children to acquire foundational number sense: Developing a framework for cross cultural classroom analyses. *Early Childhood Education Journal*, 43(4), 257–267.
- Andrews, P., Sayers, J., Marschall, G. (2015). Developing foundational number sense: Number line examples from poland and russia. Paper presented at the 1681.
- Bay, J. M. (2001). Developing number sense on the number line. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 6(8), 448–451
- Booth, J. L., & Siegler, R. S. (2008). Numerical magnitude representations influence arithmetic learning. *Child Development*, 79(4), 1016–1031.
- Cramer, K., Ahrendt, S., Monson, D., Wyberg, T., & Miller, C. (2017). Making sense of third-grade students' misunderstandings of the number line. *Investigations in Mathematics Learning*, 9(1), 19–37.
- Dehaene, S. (2001). Précis of the number sense. *Mind & Language*, 16(1), 16–36.
- Eliasson, A. (2018). *Kvantitativ metod från början (2:3)*. Lund: Studentlitteratur AB.
- Elofsson, J. (2017) *Children's early mathematics learning and development: Number game interventions and number line estimations*. (Doktorsavhandling, Linköpings Universitet, Linköping, Linköping Studies in Behavioural Science, ISSN 1654-2029 ; 199).
- Engel, M., Claessens, A., & Finch, M. A. (2013). Teaching students what they already know? the (mis)alignment between mathematics instructional content and student knowledge in kindergarten. *Educational Evaluation and Policy Analysis*, 35(2), 157–178.
- Friso-van den Bos, I., Kroesbergen, E. H., Van Luit, J. E. H., Xenidou-Dervou, I., Jonkman, L. M., Van der Schoot, M., & Van Lieshout, E. C. D. M. (2015). Longitudinal development of number line estimation and mathematics performance in primary school children. *Journal of Experimental Child Psychology*, 134, 12–29
- Kihlström, S. (2007). Fenomenografi som forskningsansats. I Dimenäs (Red.), *Lära till lärare*. (s. 157–173). Stockholm: Författarna och Liber AB.
- Kilhamn, C. (2011). *Making sense of negative numbers*. (Doktorsavhandling, Göteborgs Universitet, Göteborg).
- Kucian, K., Grond, U., Rotzer, S., Henzi, B., Schönmann, C., Plangger, F., Gälli, M., Martin, E., & von Aster, M. (2011). Mental number line training in children with developmental dyscalculia. *Neuroimage*, 57(3), 782–795.
- Kvale, S., Brinkmann, S. (2017). *Den kvalitativa forskningsintervjun (3:5)*. Lund: Studentlitteratur AB.

- Larsen, A. K. (2009). *Metod helt enkelt. En introduktion till samhällsvetenskaplig metod.* (1:2). Malmö: Gleerups.
- LeFevre, J., Skwarchuk, S., Smith-Chant, B. L., Fast, L., Kamawar, D., & Bisanz, J. (2009). Home numeracy experiences and children's math performance in the early school years. *Canadian Journal of Behavioural Science/Revue Canadienne Des Sciences Du Comportement*, 41(2), 55–66.
- Maertens, B., De Smedt, B., Sasanguie, D., Elen, J., & Reynvoet, B. (2016). Enhancing arithmetic in pre-schoolers with comparison or number line estimation training: Does it matter? *Learning and Instruction*, 46, 1–11.
- Peeters, D., Degrande, T., Ebersbach, M., Verschaffel, L., & Luwel, K. (2016). Children's use of number line estimation strategies. *European Journal of Psychology of Education*, 31(2), 117–134.
- Sasanguie, D., Göbel, S. M., Moll, K., Smets, K., & Reynvoet, B. (2013). Approximate number sense, symbolic number processing, or number–space mappings: What underlies mathematics achievement? *Journal of Experimental Child Psychology*, 114(3), 418–431.
- Schneider, M., Merz, S., Stricker, J., De Smedt, B., Torbeyns, J., Verschaffel, L., & Luwel, K. (2018). Associations of number line estimation with mathematical competence: A meta-analysis. *Child development*, 89(5), 1467–1484.
- Skolverket. (2018). *Läroplan för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet.* Mönlycke: Elanders Sverige AB
- Sullivan, J., & Barner, D. (2014). The development of structural analogy in number-line estimation. *Journal of Experimental Child Psychology*, 128(nummer), 171–189.
- Vetenskapsrådet. (2017). *God forskningssed.* Stockholm: Vetenskapsrådet
- White, S. L. J., & Szucs, D. (2012). Representational change and strategy use in children's number line estimation during the first years of primary school. *Behavioral and Brain Functions*, 8(1), 1–1.
- Woods, D. M., Geller, L. K., & Basaraba, D. (2017). Number sense on the number line. *Intervention in School and Clinic*, 53(4), 229–236.

## Bilaga 1. Informationsbrev



HÖGSKOLAN  
DALARNA

### **Information om examensarbetet Tallinjens relation till taluppfattning: en kvalitativ studie av lärares uppfattningar av tallinjens potential i matematikundervisning.**

Du tillfrågas härmed om att delta i denna undersökning.

Undersökningens syfte är att åskådliggöra lärares uppfattningar om tallinjens potential för utveckling av taluppfattning och hur och om denna kunskap påverkar undervisningen inom matematik i elevernas tidiga år i grundskolan. Forskning har visat på kopplingar mellan förståelse för tallinjen och en väl utvecklad taluppfattning. Genom att involvera tallinjen som ett naturligt redskap tidigt i elevernas skolgång finns möjligheter till att eleverna skapar en ökad förståelse för tal och tals relation till varandra. När barn börjar sin obligatoriska skolgång befinner sig alla barn på olika nivå i sin taluppfattning och det har via forskning visat sig att eleverna ofta ges undervisning som berör sådana förmågor som majoriteten av eleverna redan besitter, vilket skapar en negativ effekt i deras lärande. Denna studie menar skapa en förståelse för vilket utrymme tallinjen får i den svenska skolan och om den används för att utveckla elevers taluppfattning, samt bidra till vidare kunskapsutveckling för hur tallinjen kan involveras i elevers matematikundervisning och hur detta kan bidra till undervisning av taluppfattning som kan anpassas till alla elevers kunskapsnivå.

I studien kommer två verksamma matematiklärare i grundskolans tidiga år att medverka. Urvalet har skett utifrån möjlighet till anpassat undervisningsinnehåll vid undersökningstillfället, de medverkandes behörighet, samt ålder på eleverna. De medverkande har även valts ut utifrån intresset av att medverka i studien. Undersökningen består av två delar, ett intervjutillfälle med vardera deltagande, samt observationer av matematikundervisning i klassrumsmiljö vid 2–3 tillfällen. Observationerna kommer fokusera på undervisningen och anteckningar kommer att ske genom ett löpande protokoll. Intervjun beräknas ta mellan 40–60 minuter och menar inte beröra några känsliga områden. För att säkerställa bearbetningen av empiri ifrån intervjutillfället kommer samtalet att spelas in via ljudupptagning. Efter intervjun kommer du som medverkande få ta del av intervjutranskriberingen för att få möjlighet att säkerställa att insamlad data stämmer. Som medverkande i studien får du även möjlighet att ta del av det färdiga examensarbetet.

I den färdiga uppsatsen kommer du som deltagande ges ett fingerat namn. All information kommer endast användas till att färdigställa examensarbetet och kommer vid tillfället som arbetet är slutfört och godkänt att kasseras. Under examensarbetets gång kommer ljudfil från intervjun, transkriptioner, samt dokumentationer från observationerna att försvaras oåtkomligt från obehöriga. All information kommer att sparas digitalt i en lösenordskyddad mapp på privat dator. Mappen kommer även säkerhetskopieras till en privat extern hårddisk.

Ditt deltagande i undersökningen är helt frivilligt. Du kan när som helst avbryta ditt deltagande utan närmare motivering. Undervisningen är densamma vare sig du medverkar i studien eller inte. Undersökningen kommer att presenteras i form av en uppsats vid Högskolan Dalarna. Undersökningen är forskningsetiskt granskad av Forskningsetiska nämnden vid Högskolan Dalarna.

Ytterligare upplysningar lämnas av nedanstående ansvariga.

**Student**

Ort/datum \_\_\_\_\_

e-post: [h15desan@du.se](mailto:h15desan@du.se)

Telefon:

\_\_\_\_\_  
Desirée Andersson

**Handledare**

Ort/datum \_\_\_\_\_

e-post: [jis@du.se](mailto:jis@du.se)

Telefon:

\_\_\_\_\_  
Jenny Isberg



## Bilaga 2. Informationsbrev vårdnadshavare



HÖGSKOLAN  
DALARNA

### **Information om examensarbetet Tallinjens relation till taluppfattning: en kvalitativ studie av lärares uppfattningar av tallinjens potential i matematikundervisning.**

Ni tillfrågas härmed om ni accepterar ert barns deltagande i denna undersökning. Undersökningens syfte är att åskådliggöra lärares uppfattningar om tallinjens potential för utveckling av taluppfattning och hur och om denna kunskap påverkar undervisningen inom matematik i elevernas tidiga år i grundskolan. Forskning har visat på kopplingar mellan förståelse för tallinjen och en välutvecklad taluppfattning. Genom att involvera tallinjen som ett naturligt redskap tidigt i elevernas skolgång finns möjligheter till att eleverna skapar en ökad förståelse för tal och tals relation till varandra. När barn börjar sin obligatoriska skolgång befinner sig alla barn på olika nivå i sin taluppfattning och det har via forskning visat sig att eleverna ofta ges undervisning som berör sådana förmågor som majoriteten av eleverna redan besitter, vilket skapar en negativ effekt i deras lärande. Denna studie menar skapa en förståelse för vilket utrymme tallinjen får i den svenska skolan och om den används för att utveckla elevers taluppfattning, samt bidra till vidare kunskapsutveckling för hur tallinjen kan involveras i elevers matematikundervisning och hur detta kan bidra till undervisning av taluppfattning som kan anpassas till alla elevers kunskapsnivå

I studien kommer två verksamma matematiklärare i grundskolans tidiga år att medverka. Urvalet har skett utifrån undervisningsinnehåll vid undersökningstillfället, samt lärarens behörighet och ålder på eleverna i lärarens klass. De medverkande har även valts ut utifrån intresset av att medverka i studien. Undersökningen består av två delar, ett intervju tillfälle med var lärare, samt 2–3 observationstillfällen av lärarens matematikundervisning i klassrumsmiljön. Det är vid observationstillfällena som eleverna i klassen blir berörda. Observationerna menar att undersöka lärarens undervisning och därmed kommer inte några elever aktivt observeras. Däremot kan eleverna vara en avgörande faktor då de är en del av miljön som observationen äger rum i och det kan hända att elevernas deltagande påverkar undervisningen och därmed även den data som samlas in. All insamling av data under observationerna kommer att ske genom skriftliga anteckningar, vilket betyder att varken bild eller ljud av eleverna är aktuellt i undersökningen.

Ingen elev kommer varken i dokumentationer eller i det färdiga arbetet att nämnas vid namn. Inte heller ska information som kan härleda till elevernas skola att delges i det färdiga arbetet. All information som samlas in kommer endast användas till att färdigställa examensarbetet och kommer vid tillfället som arbetet är slutfört och godkänt att kasseras. Under examensarbetets gång kommer dokumentationer från observationerna att försvaras oåtkomligt från obehöriga. All information kommer att

sparas i en lösenordskyddad mapp på privat dator. Den lösenordskyddade mappen kommer även att säkerhetskopieras till en privat extern hårddisk.

Ditt barns deltagande i undersökningen är helt frivilligt. Du kan när som helst avbryta ditt barns deltagande utan närmare motivering. Undervisningen är densamma vare sig ditt barn medverkar i studien eller inte. Undersökningen kommer att presenteras i form av en uppsats vid Högskolan Dalarna. Undersökningen är forskningsetiskt granskad av Forskningsetiska nämnden vid Högskolan Dalarna.

Ytterligare upplysningar lämnas av nedanstående ansvariga.

**Student**

Ort/datum \_\_\_\_\_

e-post: [h15desan@du.se](mailto:h15desan@du.se)

Telefon:

\_\_\_\_\_  
Desirée Andersson

**Handledare**

Ort/datum \_\_\_\_\_

e-post: [jis@du.se](mailto:jis@du.se)

Telefon:

\_\_\_\_\_  
Jenny Isberg

### **Bilaga 3. Samtyckesformulär**

#### **Samtyckesformulär**

Jag samtycker via namnunderskrift att jag har tagit del av den skriftliga forskningsprojektsinformationen avseende projektet *Tallinjens relation till taluppfattning: en kvalitativ studie över lärares uppfattning om tallinjens potential i matematikundervisning* och har haft möjlighet att ställa kompletterande frågor och fått dessa besvarade.

Jag samtycker via namnunderskrift till deltagande i projektet och behandling av personuppgifter.

Jag samtycker via namnunderskrift att de i projektet medverkande handledare och examinatorer får ta del av lämnade uppgifter och analysera insamlad data.

**Datum:** \_\_\_\_\_

**Namnunderskrift:** \_\_\_\_\_

**Namnförtydligande:** \_\_\_\_\_

## Bilaga 4. Samtyckesformulär vårdnadshavare

### Samtyckesformulär vårdnadshavare

Jag samtycker via namnunderskrift att jag har tagit del av den skriftliga forskningsprojektsinformationen avseende projektet *Tallinjens relation till taluppfattning: en kvalitativ studie över lärares uppfattning om tallinjens potential i matematikundervisning* och har haft möjlighet att ställa kompletterande frågor och fått dessa besvarade.

Jag samtycker via namnunderskrift till mitt barns närvarande vid undersökningen.

Jag samtycker via namnunderskrift att de i projektet medverkande handledare och examinatorer får ta del av lämnade uppgifter och analysera insamlad data.

**Datum:** \_\_\_\_\_

**Elevens namn:** \_\_\_\_\_

**Fylls i av Vårdnadshavare**

**Datum:** \_\_\_\_\_

**Vårdnadshavares underskrift:** \_\_\_\_\_

**Namnförtydligande vårdnadshavare:** \_\_\_\_\_

## Bilaga 5. Intervjuguide

### Intervjuguide

Syftet: Att åskådliggöra lärares uppfattningar om tallinjens potential för utveckling av taluppfattning och hur och om denna kunskap påverkar undervisningen inom matematik i elevernas tidiga år i grundskolan.

- Bakgrundsfakta – erfarenhet.
- Beskriv hur du tolkar begreppet taluppfattning.
  - Vad anser du påverkar elevernas utveckling av taluppfattning?
- Vad tar du i beaktning i din undervisning för att utveckla elevers taluppfattning?
- Hur skulle du beskriva tallinjen?
- Beskriv din upplevelse av tallinjens roll i matematikundervisning för yngre elever.
  - Involverar du tallinjen som en naturlig del i matematikundervisningen?
    - På vilket sätt involverar du tallinjen i undervisningen och vad är syftet med det? Alt. Hur upplever du att du skulle kunna involvera tallinjen mer i din matematikundervisning?
    - Vad utgår du ifrån när du planerar en lektion med tallinjen?
  - Vad för effekter tänker du att arbete med tallinjen kan ge på elevers tidiga utveckling av taluppfattning, förståelse för tal och tals relation till varandra?
  - Vad upplever du att eleverna utvecklar för förmågor utifrån genom att de ges undervisning om och med hjälp av tallinjen?
- Beskriv din uppfattning om vad kunskap och förståelse för tallinjen kan bidra till i elevers fortsatta matematiska utveckling?