



HÖGSKOLAN  
Dalarna

## **Examensarbete**

Avancerad nivå

**”Multiplikationsklubben”**

---

**Ett matematikundervisningsprojekt i årskurs 2-4 för att automatisera multiplikationstabellen**

Författare: Jonas Persson  
Handledare: Anna Teledahl  
Examinator: Maria Bjerneby Häll  
Termin: VT 2012  
Program: Lärarprogrammet  
Ämne/huvudområde: Pedagogiskt arbete  
Poäng: 15 hp

Högskolan Dalarna  
791 88 Falun  
Sweden  
Tel 023-77 80 00

## Sammanfattning

I uppsatsen redovisas en studie som gjorts om ett multiplikationsprojekt, som går under namnet *Multiplikationsklubben*, vilket genomförs av lärare på två skolor i Mellansverige. Projektet syftar till en större måluppfyllelse i matematik genom en bättre automatiserad multiplikationstabell hos eleverna i grundskolans tidiga år. I studien granskas bakgrund, motiv och mål med *Multiplikationsklubben*. Elevers och lärares olika uppfattningar om multiplikation och tabellkunskaper samt syn på vad multiplikation innebär jämförs med de uppfattningar som olika forskare uttrycker i litteraturen. Genom intervjuer med två lärare och tolv elever på en av skolorna som deltar i *Multiplikationsklubben* analyseras projektet mot bakgrund av forskning i ämnet. Många av de uppfattningar och idéer som elever och lärare uttrycker återfinns i tidigare studier samt i populärvetenskaplig litteratur inom ämnet, t.ex. att en automatiserad multiplikationstabell hos eleven är grunden inom mycket av matematiken. En annan uppfattning är den att en automatiserad multiplikationstabell kan nås genom förståelse för tabellen och en variation i multiplikationsträningen vilket genererar en motivation hos eleven i träningen. Studiens resultat visar att förståelsen för tabellen kan uppnås via en praktisk multiplikationsträning genom multiplikationsspel och ett klossbyggande som strävar mot en konkretisering av multiplikationstabellen. Multiplikationsprojektet syftar till att lyfta matematiken och nå en högre måluppfyllelse hos eleverna genom en mer motiverande undervisning.

## Sökord

Multiplikation, multiplikationstabell, årskurs 2-5, praktisk matematik, automatisera

## Tack!

Jag vill rikta ett stort tack till alla elever och de lärare som ställt upp i studiens intervjuer. Utan er skulle det inte bli någon studie. Jag vill också tacka min handledare Anna Teledahl som gett mig goda råd och instruktioner i detta arbete.

## Innehåll

1 Inledning.....	5
2 Bakgrund .....	5
2.1 Lgr 11.....	5
2.2 Läromedel och undervisning.....	6
2.2.1 Multiplikation.....	7
2.2.2 Tabellen.....	8
2.2.3 Elever i behov av särskilt stöd.....	9
2.2.4 Elevers problem i multiplikationstabellen.....	9
2.3 Minnet .....	9
2.3.1 Bristande minne.....	10
2.3.2 Automatisera tabellen .....	11
2.4 Sammanställning av forskares syn på multiplikation .....	14
3 Syfte och frågeställningar .....	15
4 Metod.....	16
4.1 Multiplikationsprojektet.....	16
4.2 Urval .....	16
4.3 Forskningsetiska perspektiv .....	16
4.4 Intervjuer.....	17
4.4.1 Intervjufrågorna.....	17
4.4.2 Inspelning och transkribering.....	18
4.4.3 Analys av intervjusvaren.....	18
5 Resultat .....	19
5.1 Intervju med elever från årskurs 2.....	19
5.2 Intervju med elever från årskurs 5.....	20
5.3 Intervju med läraren i årskurs 2 .....	21
5.4 Intervju med en lärare som ingår i projektet.....	23
5.5 Sammanfattning av lärares och elevers uppfattningar om multiplikation .....	25
5.5.1 Vad är multiplikation?.....	25
5.5.2 Argument för automatisering av multiplikationstabellen .....	25
5.5.3 Hur nås en automatisering av multiplikationstabellen?.....	25
5.6 Sammanställning av lärarnas och elevernas syn på multiplikation .....	26

6 Diskussion.....	27
6.1 Metoddiskussion .....	27
6.2 Resultatdiskussion.....	28
6.2.1 Projektets bakgrund .....	28
6.2.2 Svårigheter utan en automatiserad multiplikationstabell .....	30
6.3 Avslutande reflektion .....	31
6.4 Förslag på vidare studier .....	32
Referenser.....	33

Bilagor:

Bilaga 1: Brev till föräldrar

Bilaga 2: Intervjufrågor

# 1 Inledning

Hösten år 2011, innan jag skulle påbörja examensarbetet, hörde jag talas om ett multiplikationsprojekt som skulle arbetas fram av två skolors matematiklärare och startas upp våren 2012. Tanken med projektet var att förändra multiplikationsundervisningen. Intresset för projektet väcktes då jag tidigare sett multiplikationstabellen som något abstrakt som bara ska läras in genom ett ”tragglande” utan större förståelse (Löwing 2008, s. 165) och jag bestämde mig för att använda projektet som grund för mitt examensarbete. Jag har funnits med på planeringsträffar för att följa projektets gång. I projektet samtalades det mycket om spel och andra sätt att lära in multiplikation som motiverar elever till träning av multiplikationstabellen. I min verksamhetsförlagda utbildning inom lärarutbildning har jag märkt att det diskuteras mycket om den svenska skolan och elevers försämrade matematikresultat enligt PISA-undersökningarna (Skolverkets hemsida 2010, ”Försämrade matematikresultat i PISA”). Det är därför särskilt intressant att få nya erfarenheter av hur man kan utveckla matematikundervisningen i den svenska skolan. En sådan erfarenhet fås genom multiplikationsprojektet som är ett steg mot en utveckling av den svenska skolan.

## 2 Bakgrund

### 2.1 Lgr 11

Lgr 11 (2011a) är Sveriges nya läroplan som grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet ska följa i sin verksamhet. Lgr 11 är uppdelad i tre delar. Dessa tre delar är ”Skolans värdegrund och uppdrag”, ”Övergripande mål och riktlinjer för utbildning” och ”Kursplaner och kunskapskrav”. Dessa delar i Lgr 11 har fastställts av regeringen som förordningar för grundskolan. Alla ämnen är uppdelade i kursplaner där ämnets syfte, centrala innehåll och kunskapskrav beskrivs (Skolverket 2011a, s. 2-3). Skolverket (2011b) beskriver också i sina ”Allmänna råd för planering och genomförande av undervisningen” kursplanernas innehåll:

Ämnets syfte beskriver varför ämnet finns i skolan med utgångspunkt i skolans övergripande uppdrag [...]. Det anger vad undervisningen ska syfta till, det vill säga vilka kunskaper eleverna ska ges möjlighet att utveckla genom undervisningen. (Skolverket 2011b, s. 9)

Det centrala innehållet beskriver vad undervisningen ska hantera och innehålla. Kunskapskraven beskriver godtagbara kunskaper för olika betyg i årskurs 3 (endast godtagbara kunskaper), 6 och 9 och utgår från syftestextens förmågor och det centrala innehållet i kursplanen (Skolverket 2011b, s. 9-10). Skolverket (2011a) beskriver i Lgr 11 under ”Övergripande mål och riktlinjer” de kunskaper skolan ansvarar för att varje elev ska förvärva innan grundskolans slut. Dessa mål förklarar att varje elev ska erbjudas en undervisning som stimulerar till ett utforskande, en nyfikenhet och en lust att lära. Undervisningen ska också ge eleven ett matematiskt tänkande för att behärska vidare studier och vardagslivets alla situationer (Skolverket 2011a, s. 13). Undervisningen i matematik ska, enligt Skolverket, syfta till att bidra till elevens utveckling av kunskap som är nödvändig för att lösa problem (Skolverket 2011a, s. 63).

Skolverket (2011a) lyfter bland annat fram multiplikation som en del i kursplanen för matematik. I kursplanens syfte framställs vikten av att kunna ”välja och använda lämpliga matematiska

metoder för att göra beräkningar och lösa rutinuppgifter” (Skolverket 2011a, s. 63). Fortsättningsvis tar kursplanens centrala innehåll för årskurs 1-3 upp två punkter som delvis innehåller multiplikation, men även andra delar inom matematiken:

- De fyra räknesättens egenskaper och samband samt användning i olika situationer.
- Centrala metoder för beräkningar med naturliga tal, vid huvudräkning och överslagsräkning och vid beräkningar med skriftliga metoder och miniräknare. Metodernas användning i olika situationer.

(Efter Skolverket 2011a, s. 63)

Även det centrala innehållet för årskurserna 4-6 berör bland annat multiplikation:

- Centrala metoder för beräkningar med naturliga tal och enkla tal i decimalform vid överslagsräkning, huvudräkning samt vid beräkningar med skriftliga metoder och miniräknare. Metodernas användning i olika situationer.

(Efter Skolverket 2011a, s. 64)

Kunskapskraven för eleverna i slutet av årskurs 3 redogör för att eleven då ska kunna ”[...] välja och använda i huvudsak fungerande matematiska metoder [...] för att [...] göra enkla beräkningar med naturliga tal och lösa enkla rutinuppgifter med tillfredsställande resultat” (Skolverket 2011, s. 67). Fortsättningsvis beskrivs att eleven ska kunna tillämpa huvudräkning i de fyra räknesätten inom heltalsområdet 0 till 20 och ”[...] för beräkningar av enkla tal i ett utvidgat talområde” (Skolverket 2011a, s. 67). I slutet av årskurs 6, för betyget E, ska eleven i huvudsak kunna välja och använda matematiska metoder genom viss anpassning till sammanhanget ”[...] för att göra enkla beräkningar och lösa enkla rutinuppgifter inom aritmetik[...]” (Skolverket 2011a, s. 68).

## 2.2 Läromedel och undervisning

Löwing och Kilborn (2002) menar att: ”[...] de flesta lärare bara använder ett enda läromedel och dessutom följer det ganska slaviskt [...]” (Löwing & Kilborn 2002, s. 116). Löwing och Kilborn (2002) tror att lektionsutformningen blir så för att ge en trygghet i undervisningen, då läromedlet inte problematiserar uppgifterna allt för djupt för eleverna, vilket gör att lektionerna flyter på. Läromedlet kan också vara något för läraren att luta sig tillbaka mot i sin lektionsplanering. Löwing och Kilborn menar att det är bättre för eleverna att deras undervisning varierar och att eleverna får möta tålmodsprövande problemlösning och uppgifter som utmanar dem till att bli skickligare problemlösare. Löwing och Kilborn hävdar emellertid att många lärare och elever inte har det tålmodet, vilket gör att dessa lärare använder ett ”[...] lättskött’ läromedel där de flesta uppgifter är så likartade att alla elever vet vad de skall göra” (Löwing & Kilborn 2002, s. 116). Bergqvist m.fl. anser att om läromedlet ska få styra matematikundervisningen så måste läromedlet också utvecklas på ett sätt att det blir en tydligare koppling mellan mål och metoder (Bergqvist m.fl. 2010, s. 53).

Av Skolverkets rapport ”Lusten att lära” (2003) framgår att det finns många faktorer som påverkar lusten att lära hos skoleleverna. Det är viktigt att fånga elevernas engagemang och intresse. I rapporten beskrivs hur undervisningsmiljön påverkar detta: ”Positiva lärandemiljöer kännetecknas sammanfattningsvis av både känsla och tanke, fantasi, upptäckarglädje, engagemang och aktivt deltagande av lärare och elever – och ’kollektiva flygturer’” (Skolverket 2003, s. 14). Skolverket (2003) beskriver vidare att det är viktigt med variationen i undervisningen. Variation gäller både undervisningsmetod och gruppformationer, från individuellt till helklassgruppering. Skolverket beskriver att eleverna i de tidiga grundskoleåldrarna drivs av en egen glädje i lärandet, genom den mer praktiska, lekande och tematiska undervisningen. Skolverket nämner att undervisningen i dessa åldrar ofta aktiverar alla sinnen hos eleverna. Upp till årskurs 5 känner eleverna egen tilltro till sin matematiska förmåga och känner lusten att lära matematik, då

matematiken fortfarande är konkret och går att applicera i andra ämnen. Men det är i denna ålder intresset för matematiken sjunker i skolan då eleverna börjar se för lite utmaningar och för mycket upprepningar (Skolverket 2003, s. 14-18). Unenge är inne på samma spår och menar att många tappar intresset i matematik då läromedel och uppgifter på exempelvis prov är irrelevanta, inte verklighetsförankrade och egentligen helt meningslösa för personen som löser dem (Unenge 1999, s. 120-121).

Sjöberg (2006) tar upp matematikproblemet vi har i svenska skolan idag. Han beskriver att svenska elever presterar dåligt på internationella test. Han resonerar kring orsaker till detta. Något högstadieeleverna, i hans studie, själva tar upp är bristen på arbetsro och enligt TIMSS 2003 ligger Sverige på delad första plats beträffande omfattningen av störningar i klassrummet (Skolverket 2004, s. 65). Sjöberg tror att bristen på arbetsro kan härledas till stora gruppstorlekar och att mycket av matematikundervisningen drivs i helklass. Hans studie visar att de elever som gick i små klasser hade bättre resultat än de i större klasser. De i små klasser visade mer engagemang i skolarbetet och var mer uppmärksamma under lektionerna. Även lektionslängden påverkar inställningen hos eleverna. Vissa elever klarar inte av att sitta längre än 25-30 minuter för att räkna. Ändå visar Sjöbergs studie att matematiklektionerna varar i snitt 55 minuter (Sjöberg 2006, s. 164-173).

Den nya kursplanen i matematik beskriver i syftet att vi i ”Undervisningen ska bidra till att eleverna utvecklar intresse för matematik och tilltro till sin förmåga att använda matematik i olika sammanhang” (Skolverket 2011a, s. 62). Det är skolans uppdrag att göra matematikundervisning intressant och rolig för eleverna.

Firsov (2006) beskriver i en artikel hur ett intresse för matematik ofta genererar framgång i lärandet. Lärare försöker ofta att göra ämnet matematik till något roligt och intressant utan att lyckas väcka det förväntade matematikintresset hos eleverna. Forskarna vet fortfarande väldigt lite om vilka omständigheter och faktorer som påverkar att matematiken blir ointressant för vissa elever (Firsov 2006, s. 156).

### 2.2.1 Multiplikation

Kiselman och Mouwitz definierar multiplikation som en: ”operation i aritmetiken som för naturliga tal innebär upprepad addition och för andra talområden definieras genom utvidgning av denna under bevarande av viktiga räkneregler” (Kiselman & Mouwitz 2008, s. 29). Nationalencyklopedin definierar multiplikation på ett liknande sätt:

matematisk operation varigenom ett tal  $x$ , *multiplikanden*, multipliceras med ett annat tal  $m$ , *multiplikatorn*. Resultatet kallas *produkt* och skrivs  $mx$ ,  $m \cdot x$  eller  $m \times x$ , där  $m$  och  $x$  är faktorer. Om  $m$  är ett heltal innebär multiplikation upprepad addition. (Nationalencyklopedin 2012, ”multiplikation”)

Forskare beskriver multiplikation på olika sätt. Sterner och Lundberg (2002) förklarar att till en början förstår eleven multiplikation som upprepad addition, medan den senare kan lösa 7 gånger 8 genom att tänka 5 gånger 8 plus 2 gånger 8. För att tänka på det senare sättet krävs en viss multiplikationstabellkunskap. Det krävs att eleven vet att 5 gånger 8 är 40 och 2 gånger 8 är 16, vilket blir 56 (Sterner & Lundberg 2002, s. 137-138). Unenge, Wyndhamn och Sandahl (1994) beskriver multiplikation som något som kan kopplas ihop med kombinatorik, vilket ger en annan illustration av multiplikation. Som till exempel på hur många sätt kan man kombinera en lunch då det finns 3 rätter med 2 huvudrätter att välja på? Svaret ges genom 3 gånger 2 (Unenge m.fl. 1994, s. 164). En annan förklaring av multiplikation är som en mängd av mängder, där ovanstående uträkning förklaras istället som 2 mängder i 3 element (Butterworth 2000, s. 94). Lunde (2011) nämner att det stora problemet i att tänka på de ovanstående sätten är då ett eller

flera tal i en multiplikation är decimaltal. Till en början i skoltiden fungerar dessa strategier, men då bråktal och decimaltal blandas in i multiplikationerna och även i divisionerna upplevs det som en tillbakagång i matematikutvecklingen för eleverna (Lunde 2011, s. 96-97).

McIntosh (2009) beskriver i sin lärarhandledning två sätt att se på multiplikation. Det första sättet att tänka används ofta av lärare när de presenterar multiplikation: ”ett visst antal lika stora grupper med lika många i varje grupp” (McIntosh 2009, s. 70). Han menar att vi lärare ger en endimensionell bild av multiplikation. Alltså att vi ser multiplikation utifrån en tallinje, exempelvis 4 gånger 3:  $4-8-12$ . Detta sätt kan också förklaras genom att se på multiplikationen som en upprepad addition, där 4 gånger 3 ses:  $4+4+4=12$ . Där görs en gruppering av 4-högar. När eleven tänker så blir den begränsad till multiplikationer med heltalsfaktorer. Det andra sättet att tänka om multiplikation menar McIntosh är en tvådimensionell bild av multiplikation, motsvarande beräkningen av en rektangels area. Tillämpar eleven ett multiplikationstänkande på det här sättet ges den en djupare förståelse för vad multiplikation är. På detta sätt får eleven också en förståelse för den kommutativa lagen, då den kan använda en rektangelarea och se att 5 gånger 2 ger samma produkt som 2 gånger 5, endast genom att vrida rektangeln  $90^0$  (Löwing & Kilborn 2003, s. 105). I en tvådimensionell bild kan multiplikation ske med alla rationella tal, bråktal och decimaltal (McIntosh 2009, s. 70).

### 2.2.2 Tabellen

Nationalencyklopedin definierar multiplikationstabellen som en: ”sammanställning av alla de möjliga produkterna av ensiffriga tal” (Nationalencyklopedin 2012, ”multiplikationstabell”). Tabellen är något skolan under lång tid försökt lära eleverna utantill genom att rabbla och traggla den (Löwing 2008, s. 165). Multiplikationstabellen är grunden för att behärska mycket inom matematiken (Löwing & Kilborn 2003, s. 101). Kilborn (1989) för ett resonemang kring ämnet. Han beskriver att tabellen fungerar genom att eleven till exempel lär sig behärska tiotalen, så som tiokronor. På så sätt kan en elev räkna ut hur mycket 6 tiotal är. På samma sätt gäller det för eleven att träna till exempel sextalen, som att 4 sextal är 24. När eleven behärskar multiplikationstabellen kan den utföra algoritmer på mer avancerade nivåer smidigt och snabbt (Kilborn 1989, s. 76-77).

Sveriges skolelever uppvisar allt sämre resultat inom ämnet matematik (Skolverket 2010, s. 112). Löwing (2008) tar upp en situation där 55 % av eleverna i årskurs 6 inte klarade av multiplikationen 46 gånger 47. Hon anser att anledningen till elevernas svårighet med denna uppgift är att eleverna inte behärskar multiplikationstabellen. I uträkningen av uppgiften görs fyra olika deloperationer (6 gånger 7, 4 gånger 7, 6 gånger 4 och 4 gånger 4) och brister eleven i någon av dessa operationer blir hela den slutgiltiga produkten fel (Löwing 2008, s. 165).

Löwing och Kilborn (2003) anser att vägen till en smidig uträkning av en divisions- och multiplikationsalgoritm till stor del är att multiplikationstabellen behärskas. För att underlätta inläringen av tabellen kan vi ge eleverna förståelsen för den kommutativa lagen. Kommutativa lagen definieras av Kiselman och Mouwitz: ”Den räknelag för addition och multiplikation som säger att  $a+b = b+a$  och att  $ab = ba$ ” (Kiselman & Mouwitz 2008, s. 89). Ett exempel på kommutativa lagen är att multiplikationen 3 gånger 5 ger samma produkt som 5 gånger 3 (Oxford Reference Online 2012, ”commutative”). På så sätt behöver eleverna lära sig endast 55 kombinationer istället för 100 kombinationer i inläringen av multiplikationstabellen. Kommutativa lagen fungerar lika inom addition. Ett exempel är att 7 plus 9 ger samma summa som 9 plus 7. Faran finns att eleverna applicerar den kommutativa lagen i räknandet av subtraktion och division. Dessa räknesätt är antikommutativa, alltså det spelar roll vilken ordning man utför operationen (Löwing & Kilborn 2003, s.101, 105).



Johnsen Høines (2000) skriver att skolan mer och mer börjat ge eleverna introduktion i tidiga årskurser till vad multiplikation är och hur multiplikation används, för att senare träna in tabellen. På detta sätt, genom exempelvis ”grubblisar”, får eleverna en öppning till multiplikationstabellen vilket gör det lättare för läraren senare att angripa ämnet. (Johnsen Høines 2000, s. 174).

### **2.2.3 Elever i behov av särskilt stöd**

Asmervik, Ogden och Rygvold (2001) talar om vikten att individualisera undervisningen och se de olika behov som varje elev har inom ämnet. Framförallt är det viktigt med individualiseringen av undervisningen hos elever i behov av särskilt stöd. En elev kan ha stora problem med begreppsförståelsen inom multiplikation och division. Detta kan frambringa svårigheter med de olika räknesätten. En lösning på detta problem kan vara en konkretisering och exemplifiering av olika räkneoperationer för att eleven ska träna det bristande området. På så sätt får eleven möta dessa begrepp i en miljö och en kontext som genererar en begreppsförståelse för eleven. En annan elev kan läsa av och förstå uppgiften och vad som ska göras, men på grund av bristande färdigheter, så som en dåligt automatiserad multiplikationstabell, blir det ofta slarvfel i uträkningarna. I det fallet kan eleven öva att lösa enkla uppgifter. Genom att arbeta så, med större individualisering, tränas elevernas svagheter så de blir skickligare inom matematiken (Asmervik m.fl. 2001, s. 144).

Sjöberg (2006) använder sig av uttrycket ”elever i matematikproblem”, då det finns många olika orsaker till elevers matematiksvårigheter. I hans text nämns många olika sorters matematikproblem som elever kan dras med, vilket gör att vi som lärare tvingas se varje individs problem för att kunna gå vidare mot arbetet med en mer anpassad undervisning för eleven i matematikproblem. Exempel på anledningar till matematikproblem som Sjöberg tar upp är bland annat koncentrationssvårigheter, dyslexi, stress och svåra sociala förhållanden (Sjöberg 2006).

### **2.2.4 Elevers problem i multiplikationstabellen**

Magne (1998) skriver om en dansk studie som visar att 0:ans tillsammans med 7:ans, 8:ans och 9:ans tabell är de som orsakar flest fel för eleverna. Han menar att behärsningen av multiplikationstabellen utvecklas hela tiden under årskurserna 2-6, men i årskurs 6 stagnerar utveckling en aning. Magne berättar också om en undersökning i Malmö i årskurserna 7-9 där resultatet gav liknande utslag. Även i den undersökningen var de svåra faktorerna i multiplikation 0, 7, 8 och 9. Studien visade också att det var de långsamma eleverna, de som tog längst tid på sig, som gjorde de flesta felen. ”Felstudien visar att 87 procent av felen utgör korrekta svar på andra kombinationer” (Magne 1998, s. 238). Studien visar att eleverna är införstådda med de produkter som finns i tabellen, men de kopplar fel produkt till kombinationer av vissa faktorer. En intressant iakttagelse i denna studie är att de flesta felen gjorde de elever som räknade på fingrarna eller gjorde streckmarkeringar. Deras metod frambringade fel i lösningsprocessen vilket genererade i fel svar (Magne 1998, s. 237-238).

## **2.3 Minnet**

Nationalencyklopedin (2012) beskriver hur människans långtidsminne kan delas upp i fyra delsystem:

- Procedurminnet, vilket är vårt motoriska minne som behövs för att köra bil och simma.
- Det perceptuella minnet är minnet som används för identifiering av omgivning och språkliga uttryck, som att det är en cykel vi ser utanför fönstret.
- Semantiska minnet bevarar vår faktakunskap, t.ex. att Kina ligger i Asien och multiplikationstabellens alla faktorer med tillhörande produkter.
- Episodiska minnet är den del av minnet som kommer ihåg händelser och episoder som är bestämda till tid och rum och utifrån upplevelser.

(Efter Nationalencyklopedin 2012, ”minne”; Maltén 2002, s. 117)

Nationalencyklopedin (2012) förklarar att den del av långtidsminnet som hjälper till vid t.ex. en algoritmuträkning är det semantiska minnet, där vi bevarar vår inlärd kunskap som exempelvis multiplikationstabellen. Korttidsminnet, även kallad arbetsminnet, är det minnet som behandlar den information som tas in för stunden och även hämtar information från långtidsminnet (Nationalencyklopedin 2012, ”minne”). Vi känner väl igen svaret *jag bara vet det att 4 gånger 6 är 24*, när elever beskriver hur de löser multiplikationer. Unenge m.fl. (1994) beskriver denna situation utifrån att elevens egen upplevelse är att den *bara vet* svaret på 4 gånger 6, men att eleven i själva verket har svaret lagrat i långtidsminnet. När eleven emellertid ska lösa 48 gånger 6 använder den sig förmodligen inte endast av långtidsminnet, då multiplikationen 48 gånger 6 inte finns lagrat där. Däremot samarbetar då korttidsminnet med långtidsminnet. Det sker genom huvudräkning. I denna process hämtar korttidsminnet 4 gånger 6 från långtidsminnet, som är 24, och därmed är 40 gånger 6 lika med 240. Korttidsminnet hämtar också informationen att 8 gånger 6 är 48. På så sätt kan korttidsminnet addera 240 med 48 och få svaret 288 (Unenge m.fl. 1994, s. 76). Genom denna automatisering av både 4 gånger 6 och 8 gånger 6 belastas inte arbetsminnet lika hårt och ges på så sätt utrymme till att fokusera på själva algoritmen och dess struktur (Löwing 2008, s. 164). Maltén (2002) beskriver också hur korttidsminnet arbetar på så sätt att det kan hålla kvar information i högst några tiotal sekunder. Han redogör för minnets kapacitet: ”Antalet siffror som vi kan minnas anses vara som högst sju plus/minus två” (Maltén 2002, s. 116). Långtidsminnet används på så sätt att korttidsminnet hämtar bakgrundsinformation från tidigare erfarenhet som finns lagrat i långtidsminnet (Maltén 2002, s. 116-117). Bentley (2009-05) fördjupar sig i detta ämne och beskriver att genom vårt begränsade arbetsminne klarar vi inte av att göra långa beräkningar.

Vad som krävs då är att den exekutiva funktionen (en funktion i arbetsminnet som sköter kontakten med långtidsminnet) kan hämta färdiga beräkningar i långtidsminnet. Beräkningar som additioner, subtraktioner, multiplikationer. På så sätt så snabbas verksamheten i arbetsminnet upp och det gör att vi behåller en större mängd data i arbetsminnet och kan göra mer komplicerade beräkningar. (Bentley 2009-05, ”Aritmetik del 1”)

### 2.3.1 Bristande minne

Sterner och Lundberg (2002) talar om att ett särdrag för dyslexi är begränsningen av arbets- och långtidsminnet. Dyslektiker har svårt att lära sig tabeller och för att hämta information från multiplikationstabellen ur långtidsminnet så måste de starta från tabellens början (Sterner & Lundberg 2002, s. 58, 88-98). Sjöberg (2006) kritiserar det omdiskuterade begreppet ”dyskalkyli” och använder istället begreppet matematikproblem och menar att elever med matematikproblem ofta har en nedsatt minnesfunktion i arbetsminnet. De belastar arbetsminnet i större utsträckning. På så sätt brister det i uträkningen av en uppgift då arbetsminnet inte klarar av belastningen som ges av uträkningsproceduren. Denna svårighet följer dessa elever genom hela livet och på så sätt får eleverna en negativ upplevelse av matematiken som ger i en negativ inställning till ämnet (Sjöberg 2006, s. 100-101).

Även Lunde (2011) talar om att en minnesnedsättning är ofta förklaring till att elever hamnar ofta i matematiksvårigheter. Genom att dessa elever oftast inte har svårigheter med minnesfunktionen i andra ämnen så menar Lunde att elever med matematiksvårigheter har en nedsättning i långtidsminnet vad det gäller numerisk information. Han mer eller mindre avvisar Sjöbergs hypotes om att matematiksvårigheter normalt skulle komma av bristande arbetsminne. Han menar att elever med matematiksvårigheter i större utsträckning inte anses ha någon nedsättning i arbetsminnet, utan att det beror helt på långtidsminnets problem med den numeriska informationen (Lunde 2011, s. 48-49).

### 2.3.2 Automatisera tabellen

Löwing och Kilborn summerar något som många forskare tar upp: ”Eftersom olika elever har olika förkunskaper och olika känsla för tal så kan de strategier som används vid huvudräkning bli mycket olika för olika elevgrupper” (Löwing & Kilborn 2003, s. 19). Adler och Adler (2006) nämner att i arbetet med multiplikationstabellen behövs uppmärksamhet för vilken pedagogik och vilket inlärningsätt som passar bäst för varje elev. Det är därför viktigt att pedagogen kan individualisera undervisningen och finna vilken teknik och stil som passar varje elevindivid bäst (Adler & Adler 2006, s. 34).

Adler och Adler (2006) beskriver i sin bok att det är lättare att växla fokus och uppmärksamheten från något om det är en automatiserad kunskap. Ett exempel är bilkörning, där det blir lättare att lägga uppmärksamheten på något framför eller på sidan om bilen om det är så att bilkörningen i sig är automatiserad (Adler & Adler 2006, s. 28). På samma sätt blir det med matematiken och specifikt multiplikationen. Då en elev automatiserat multiplikationstabellen kan den lägga uppmärksamheten på själva algoritmen i en uppgift och genom automatik kan arbetsminnet hämta färdiga beräkningar (multiplikationstabellens produkter) från långtidsminnet (Bentley 2009-05, ”Aritmetik del 1”).

#### – *Genom belöning*

Butterworth (2000) beskriver i sin bok äldre forskning där han hänvisar till psykologen Edward L. Thorndike som publicerade en bok med titeln *The Psychology of Arithmetic*. Thorndikes forskning grundar sig i tester på djur. Djuren skulle förstå kopplingen mellan en retning och den önskade reaktionen genom belöning med mat. Butterworth fortsätter resonemanget: ”Precis som hans djur hade blivit belönade med mat när de visade den reaktion som forskare ville ha, måste barn bli belönade när de svarar rätt på frågan” (Butterworth 2000, s. 357). Thorndikes utförde aldrig forskningen på barn, utan drog slutsatsen att denna metod om en retning och en önskad reaktion skulle fungera även på barn (Butterworth 2000, s. 357).

#### – *Genom en förståelse*

Butterworth (2000) fortsätter beskriva hur en man vid namn William Brownell avfärdade Thorndikes teori genom att i en egen undersökning se hur barn som lärde sig räkna addition på fingrarna klarade sig bättre än de barn som lärde sig utantill (Butterworth 2000, s. 358). Butterworth (2000) fortsätter diskutera att inläringen av multiplikation genom att rabbla tabellen är något som inte ger barnen förståelse för själva innebörden av multiplikationen. Han poängterar att det är viktigt att eleverna får en förståelse för multiplikationstabellen och sambandet mellan två ensiffriga faktorer och produkten. Han avfärdar Storbritanniens utantill inlärningspedagogik, där de upprepar orden i multiplikationstabellen: ”Man undrar varför myndigheterna, åtminstone i Storbritannien, tycks bortse från det (inläring genom förståelse)” (Butterworth 2000, s. 358). Butterworth ger ett exempel på en flicka som lärt sig rabbla treans tabell, där hon bland annat berättade att 3 gånger 5 är lika med 15. Men när han frågade henne vad 5 gånger 3 är så tittade hon på honom och sa: ”vi har inte lärt oss femmans tabell än” (Butterworth 2000, s. 355-359).

Butterworth (2000) berättar om kinesiska elevers överlägsenhet, i jämförelse med många andra länder, inom matematik. Han nämner att de tolvåriga eleverna från Shanghai är lika duktiga som amerikanske sjuttonåringar på matematik. En av anledningarna till detta är Shanghai elevernas tabellinläring. De tragglar inte igenom tabellen som var vanligt att vi gjorde i Sverige tidigare, att träna 10 multiplar (produkten av multiplikander) inom varje multiplikand (faktor). När eleverna i Shanghai har lärt sig 3:ans tabell så blir nästa steg 4x4, 4x5, 4x6 osv. Eleverna tränar ingen

	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4							
3	6	9						
4	8	12	16					
5	10	15	20	25				
6	12	18	24	30	36			
7	14	21	28	35	42	49		
8	16	24	32	40	48	56	64	

Figur 1. Multiplikationsmatris (Butterworth 2000, s. 361).

multiplikation som de varit inne på tidigare. De tränar inte heller 1:ans tabell. På så sätt behöver dessa elever endast automatisera 40 procent av multiplikationstabellen (se Figur 1). På ett universitet i Ottawa jämförde en psykolog vuxna kinesiska elevers och kanadensiska elevers multiplikationsfärdigheter. I jämförelsen såg hon att de kinesiska eleverna var både snabbare och noggrannare i multiplikationen (Butterworth 2000, s. 359-361).

#### – *Genom aktivitet och strategitänkande*

McIntosh (2009) resonerar kring vikten av förtrogenhet med multiplikationstabellen: ”Det är dock viktigt att eleverna automatiserar tabellkunskaperna, eftersom det, tillsammans med att förstå platsvärde och räkneoperationer, är grunderna för att kunna handskas med de fyra räknesätten med flersiffriga tal” (McIntosh 2009, s.103). Han fortsätter sitt resonemang med att inläringen av tabellen inte ska stressas fram utan att eleverna ska ges tid till att träna dessa kunskaper genom spel, lekar och projekt. Det är också viktigt med aktiviteter för att träna minneskunskaperna. Han betonar att det finns en risk för eleverna att de lär sig tabellen utantill, men att de inte får någon förståelse för den. Genom en förståelse för multiplikationstabellen förstår också eleven helheten i en algoritmuträkning. En teknik som visat sig ofta ge många misstag från elever gällande multiplikation är då de räknar hela tabellen för att komma fram till den sökta produkten, till exempel för att räkna 3 gånger 8 så räknar de 3, 6, 12... Vilket visat att eleverna ofta stannar vid fel produkt. En orsak till detta är att eleverna börjar med 0, vilket gör att produkten alltid blir en multipel för lite (McIntosh 2009, s. 103-104). McIntosh (2009) tror mycket på strategier i inläringen av multiplikationstabellen. Att eleverna ska utveckla strategier och se mönster i multiplarnas tabeller, t.ex. 5:ans tabell kan förstås genom att man multiplicerar faktorn med 10 och delar det i 2. Det är viktigt att i undervisningen hänvisa till de kopplingar som är möjliga, som att 3 gånger 7 är lika mycket som 7 gånger 3. Eller att visa på förbindelsen mellan 2:ans och 4:ans tabell. Han talar om två strukturer som kan uppmuntras i en inläring av multiplikationstabellen. Den ena strukturen är att varje multiplikator har en strategi eller tankeform, t.ex. i 6:ans tabell kan eleven tänka ”5 gånger plus 1 mängd till”. Den andra strukturen är talföljdsräkning, att eleven räknar upp från multipeln, antalet multiplikationer. Om man ska lösa 3 gånger 7 med denna struktur så ska eleven räkna fram 3:e multipeln av 7, alltså 7, 14 och 21, 3:e multipeln är 21 (McIntosh 2009, s. 101-102, 104-105). McIntosh menar att tabellen lärs in effektivt då elever får arbeta med laborativa aktiviteter och sedan muntligt bearbeta och diskutera dessa, för att visa hur de tänkte (McIntosh 2009, s. 106).

Kilborns (1989) resonemang om automatiseringen av multiplikationstabellen är väldigt likt McIntosh resonemang. Kilborns metod för hur multiplikationstabellen ska läras in skiljer sig helt från det klassiska tragglandet och nötrandet. Han menar, precis som McIntosh, att vi kan finna mönster i tabellen som gör det enklare att förstå och lära oss tabellen. Bland annat nämner han hur vi i 2:ans tabell endast behöver dubbla talet som ska multipliceras med 2. Ett annat exempel är 5:ans tabell där tänket ska fungera som att man halverar tiotalet i fråga. På detta sätt kan man finna olika mönster att tänka i inom varje multipel i multiplikationstabellen. För att slutligen automatisera tabellen ska eleverna, enligt Kilborn, endast träna 7 multiplikationskombinationer i taget, genom att arbetsminnet endast klarar av att behandla 7 ”data” samtidigt. Med arbetsminnets hjälp kan stoffet, eller data, sorteras in i långtidsminnet (Kilborn 1989, s. 88-90).

I en studie av Heirdsfield m.fl. (1999) visar deras undersökning att elevers strategitänkande utvecklas med årskurserna. I resultatet av studien, som genomförts på 95 elever från Queensland, Australien, visas i multiplikationen 5 gånger 8 att de yngre eleverna i studien, som gick i årskurs 4, använde sig mer av upprepad addition medan de äldre, årskurs 6, använde sig mer av talfakta och vetskapen om att 5 gånger 8 ger lika mycket som en halvering av 10 gånger 8. De äldre eleverna hade befäst 10 gånger 8 som talfakta och visste att det är 80. Att använda sig av strategin med talfakta, att produkten är hälften av 10 gånger 8, visade sig vara den metod som gav störst andel rätta svar, oberoende av årskurs. Studiens resultat visar också att multiplikationen 25 gånger

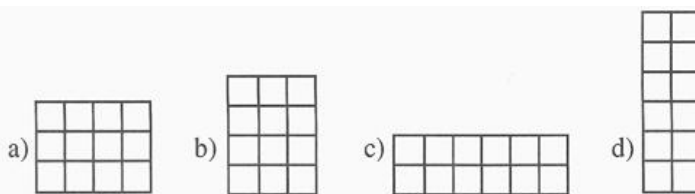
19 löstes på flera sätt, men det sätt som gav överlägset störst andel rätta svar, oberoende av årskurs, var att dela upp multiplikationen:  $4 \times 25 = 100$ ,  $4 \times 4 = 16$ ,  $4 \times 100 = 400$  och på den produkten adderar man till sist  $3 \times 25$  som är 75 och den slutliga produkten i multiplikationen är 475. I så gott som alla årskurser misslyckades fler än 50 % av eleverna att nå det korrekta svaret på 25 gånger 19 då de praktiserade två andra strategier (två varianter av talsortsuppdelning) på multiplikationen (Heirdsfield m.fl. 1999, s. 3-5).

McIntosh, Reys och Reys (1997) menar också att ett strategitänkande förenklar vissa multiplikationer (McIntosh, Reys & Reys 1997, s. 323). De nämner att genom huvudräkning kan man förvandla en svårare multiplikation till en enklare:

The purpose of mental strategies is to turn A calculation that we cannot do into a calculation that we can do, by employing relationships between numbers and operations. For example,  $60 \times 15$  may appear difficult. But if we notice and use relevant relationships, we can substitute (i.e., transform  $60 \times 15$  into)  $30 \times 30$ , which is easy to compute. (McIntosh, Reys & Reys 1997, s. 323)

Hedrén (2000) utvecklar det Heirdsfield m.fl. och McIntosh, Reys och Reys beskriver ovan. Hedrén förklarar att en elev behöver ha kännedom om ett tals delbarhet och förståelse för och användning av räknelagarna för att kunna använda sig av en strategi där man delar upp en multiplikation till en enklare multiplikation med fler faktorer eller då man omvandlar en multiplikation, som i McIntosh, Reys och Reys exempel ovan (Hedrén 2000, s. 26). I Hedréns (2000) studie följer han en klass från årskurs 2 till 5 för att se om det är lämpligt för eleverna att finna egna metoder för beräkning av de fyra räknesätten. I hans utvärdering och diskussion av studien finner han att elever hittar olika strategier och metoder på vägen till lösningen av en uppgift. Ändå menar han att det går snabbare och att det är effektivare för eleverna att räkna med algoritmer. Studien visade att fördelen med att låta eleverna finna egna metoder var att de "[...] fick en djupare förståelse för de naturliga talen och för de olika räknesätten än vid mer traditionell undervisning" (Hedrén 2000, s. 39, 142-143).

Malmer (2002) beskriver att tabellen måste tränas även i åk 5-6, då fortfarande några har stora problem med den. Oftast beror det på ett dåligt långtidsminne. I dessa situationer är det klokt att träna multiplikationstabellen genom nya strategier som är mer kreativa och konkreta, vilket skapar associationer (Malmer 2002, s. 158-159). Malmer (2002) tar också upp vikten av att låta eleverna arbeta med bildlig multiplikation, att eleverna får se den konkreta matematiken och får på så sätt ett samband med den abstrakta multiplikationen som multiplikationstabellen är och matematikboken många gånger är. Genom att se på bilder och använda sig av klossar kan eleverna se att 12 är delbart med (förutom 1 och 12) 2, 3, 4 och 6 (se Figur 2) (Malmer 2002, s.148). Det finns många olika verktyg i den praktiska matematiken, men Malmer (2002) nämner att genom en undervisning där man arbetar med klossar kan eleverna få en förståelse för den kommutativa lagen. De kan också se hur 5 gånger 7 är lika som 5 gånger 5 plus 5 gånger 2, genom att pedagogen visar med klossar och bilder. På detta sätt öppnas det upp nya strategier och tänkande för eleverna som de kan välja att tillägna sig (Malmer 2002, s. 159-160).



Figur 2. Multiplikationsbilder (Malmer 2002, s. 148).

## 2.4 Sammanställning av forskares syn på multiplikation

Som avslutning på kapitel Bakgrund sammanställs i en matris hur olika forskare och matematikdidaktiker ser på multiplikation och automatisering av tabellen. Matrisen ger en starkt förenklad bild av forskningen och forskares syn på multiplikation.

Tabell 1. *Sammanställning av forskares syn på multiplikation*

Forskare	Vad är multiplikation?	Argument för en automatisering av multiplikationstabellen	Hur ska en automatisering av multiplikationstabellen uppnås?
<b>Kiselman &amp; Mouwitz</b>	Upprepad addition.		
<b>Unenge, Wyndhamn &amp; Sandahl</b>	Kombinatoriskt resonemang		
<b>Bentley</b>		För att kunna lägga fokus på själva multiplikationsalgoritmen.	
<b>McIntosh, tillsammans med Reys &amp; Reys</b>	Tvådimensionell bild av räkning.	Grunden för att handskas med de fyra räknesätten. Genom att lagra (automatisera) tabellen i långtidsminnet belastar eleverna inte arbetsminnet på samma sätt i algoritmuträkningen.	Genom aktiviteter, strategitänkande och en förståelse för multiplikation där man kan se mönster i tabellen.
<b>Löwing &amp; Kilborn</b>		Grunden till att behärska mycket inom matematiken.	Genom en förståelse för den kommutativa lagen och en variation i träningen. Även kunna se mönster i multiplikationstabellen.
<b>Adler &amp; Adler</b>		Lättare med matematik, specifikt multiplikation.	Individualiserad undervisning som är anpassad till varje elev.
<b>Butterworth</b>	Mängd av mängder.		Förståelse för multiplikationen och genom en förståelse för den kommutativa lagen, vilket ger färre produkter att träna in.
<b>Malmer</b>			Genom konkreta strategier som ger associationer. Träna sambandet mellan den konkreta multiplikationen och den abstrakta.
<b>Heirdsfield m.fl.</b>			Rätt strategitänkande, genom en uppdelning av en multiplikation, och att se mönster i den eller använda sig av talfakta i multiplikationen, leder effektivare till rätt svar.
<b>Hedrén</b>			För en bättre förståelse ska eleverna uppmuntras till att finna egna strategier och metoder i multiplikationsräkningen. Men det är effektivare och snabbare för eleverna att räkna med algoritmer.

### **3 Syfte och frågeställningar**

Syftet med studien är att få kunskap om ett matematikundervisningsprojekt med fokus på multiplikation som genomförs på en F-6 skola i Mellansverige. De frågeställningar som ska besvaras genom studien är följande:

- Vilket var det ursprungliga syftet med projektet och vilka var motiven till det?
- Hur ser elever och lärare på multiplikations- och tabellkunskaper?
- Hur ser elever och lärare på automatisering av multiplikationstabellen?
- Hur ska multiplikationstabellen automatiseras?
- Vilken koppling finns mellan tidigare forskning och elevers och lärares uppfattningar om multiplikation och tabellkunskaper?

## 4 Metod

I detta kapitel beskrivs kortfattat projektet *Multiplikationsklubben* samt urval av informanter, och de intervjuer som genomförts. Även de forskningsetiska principerna, och hur de har beaktats, tas upp i kapitlet.

### 4.1 Multiplikationsprojektet

Skolan, där studien utförs, genomför tillsammans med en grannskola ett projekt där de arbetar fram en multiplikationspärm som ska användas i årskurserna 2-4. Detta projekt initierades då rektorn, tillsammans med matematiklärarna på dessa två skolor, såg elevernas multiplikations-svårigheter. De såg att multiplikationssvårigheterna grundade sig i elevernas svårigheter att bemästra multiplikationstabellen. Projektet har fått namnet *Multiplikationsklubben*. Även jag har ingått i projektet, fast då med syftet att undersöka och studera projektet. Under projektets gång har fyra lärare, två från varje skola, tagit fram passande material till projektet. Meningen är att varje klass ska ha en egen multiplikationspärm. I pärmen är varje tabell uppdelad med olika arbetsmoment tillhörande varje flik. Till exempel inleds fliken för 3:ans tabell med vad och på vilket sätt tabellen ska tränas. Det kan vara genom att spela ett speciellt spel (praktiskt eller på datorn), eller bygga med klossar på ett visst sätt utifrån instruktioner som finns i pärmen, det kan också vara att genomföra en eller flera träningsstenciler för multiplikation som finns innanför tabellens flik.

### 4.2 Urval

Studien genomförs på en av dessa två skolor som genomför multiplikationsprojektet. Skolan är en F-6 skola i Mellansverige. Genom att projektet leds av två lärare från skolan, den ena läraren undervisar i årskurs 2 och den andra i årskurs 5, så är det mot eleverna i dessa klasser som studien riktas. Eleverna i årskurs 2 har börjat arbeta med *Multiplikationsklubben* och mött den i undervisningen. Eleverna i årskurs 5 har inte och kommer inte att ta del av det nya materialet från *Multiplikationsklubben*. Anledningen till att årskurs 5 eleverna intervjuats är att många av dessa elever beskrivs av lärarna som svaga inom just multiplikationstabellen. Eleverna i årskurs 5 blir då intressanta för studien i och med att många av dem inte har befäst multiplikationstabellen. Det blir också intressant att ta reda på hur eleverna ser på sina egna eventuella bristande tabellkunskaper. De två lärarna som ingår i projektet har intervjuats och i årskurs 2 har sex elever intervjuats, även i årskurs 5 har sex stycken elever intervjuats.

### 4.3 Forskningsetiska perspektiv

Patel och Davidson (2011) förklarar de fyra etiska principer som ska beaktas inom forskning:

- Informationskravet – alla berörda inom studien är informerade om studiens syfte.
- Samtyckeskravet – deltagarna inom studien har gett sitt samtycke till att medverka.
- Konfidentialitetskravet – uppgifter och information om alla berörda inom studien ska förvaras så obehöriga inte kan ta del av dem.
- Nyttjandekravet – allt insamlat material om berörda får endast användas inom studien.

(Efter Patel & Davidson 2011, s. 63)

I min studie har elever och lärare intervjuats. Alla personer som nämns i uppsatsen har fingerade namn i enlighet med konfidentialitetskravet (Patel & Davidson 2011, s.63).



Innan genomförande av intervjuerna kontaktades elever och elevernas hem (informationskravet), genom brev, för att få ett godkännande både från elev och från målsman (samtyckeskravet), enligt de forskningsetiska principerna. I brevet (se Bilaga 1) presenterar jag mig själv och syftet med intervjuerna, som också upprepas vid intervjutillfället vilket gör eleverna införstådda med att intervjuerna är konfidentiella (Patel & Davidson 2011, s. 63, 74-75; Vetenskapsrådet 2002, s. 7). Informationsbrevet är utformat utifrån en tidigare studies informationsbrev som jag använt som mall. Det har senare blivit känt för mig att detta informationsbrev inte uppfyller kraven enligt Högskolan Dalarnas forskningsetiska anvisningar. Jag tar upp denna brist i metoddiskussionen.

## 4.4 Intervjuer

Intervjuundersökningen är planerad utifrån Kvales och Brinkmanns (2009) beskrivning av *sju stadier i en intervjuundersökning*, där stadierna kan sammanfattas i att första steget handlar om formulering av syfte för en undersökning och planering av hur den ska genomföras. Därefter kommer utförande av intervjuerna och förberedelse för analys. Avslutningsvis handlar det om att analysera intervjuerna, bedöma dess tillförlitlighet och skriva rapporten utifrån vetenskapliga kriterier (Kvale & Brinkmann 2009, s. 118).

Patel och Davidson (2011) beskriver vikten av motiverade personer i en intervju. Eleverna i detta fall har inget att vinna på att bli intervjuade och kan därför vara svåra att motivera till korrekta och mer ingående svar. Därför är det viktigt att intervjuerna blir intressanta för eleverna, att frågorna och följdfrågorna i intervjuerna formuleras och framställs på rätt sätt (Patel & Davidson 2011, s. 73-75). En del i att hålla intresset uppe hos eleverna i intervjuerna, speciellt de yngre eleverna, är att inte i intervjuja för länge, barn tröttnar fortare än vuxna (Doverborg & Pramling Samuelsson 2000, s. 26).

Intervjuerna behandlas konfidentiellt då jag, som intervjuare, vet vem som intervjuats men de intervjuades namn fingeras i rapporten (Patel & Davidson 2011, s. 74; Kvale & Brinkmann 2009, s. 88-89). Namnen fingeras genom att de intervjuade eleverna i årskurs 2 skrivs ut som en 2:a och en efterföljande bokstav, för att skilja mellan de olika intervjuade eleverna i årskurs 2. Även i intervjuerna med eleverna i årskurs 5 och lärarna tillämpas samma logik, att de betecknas med en 5:a och en efterföljande bokstav, t.ex. 5B är elev B i årskurs 5, och för lärarna LA eller LB.

I intervjuerna används diktafon för ljudupptagning. Trost (2010) nämner fördelarna av ljudupptagning med diktafon. Trost beskriver: ”Till fördelarna hör att man kan lyssna till tonfall och ordfall upprepade gånger efteråt [...]” och några rader längre ner: ”Man behöver inte göra en massa anteckningar utan kan koncentrera sig på frågorna och svaren [...]” (Trost 2010, s. 74). Av dessa anledningar har intervjuerna endast noterats kort vad som upplevts och setts genom kroppsspråk och annat icke-verbalt språk. På så sätt störs inte den intervjuade av ett antecknande från intervjuaren och istället sparas intervjun genom en inspelning (Kvale & Brinkmann 2009, s. 194). Således läggs fullt fokus från intervjuaren på den intervjuade och de frågor som ska ställas, vilket också ger ett bättre flyt i intervjun (Trost 2010, s. 74).

### 4.4.1 Intervjufrågorna

Patel och Davidson (2011) förklarar att frågorna kan formuleras utifrån två aspekter. Den första aspekten att utgå från är standardisering, vilket betyder att vi förbereder frågorna utifrån hur mycket ansvar vi vill lägga på intervjuaren. Vid hög grad av standardisering ställer intervjuaren exakt samma frågor i samma ordning till alla som blir intervjuade. Den andra aspekten är strukturering. Hög grad av strukturering innebär att frågorna formuleras på ett sätt att den intervjuade har ett litet utrymme för tolkning och alternativ av svar, vilket ramar in den intervjuade inom ett mindre svarsområde.

Vid intervjuerna används det som kallas för "tratt-tekniken", vilket innebär att intervjun inleds med stora öppna frågor för att sedan innehålla mer specifika frågeställningar (Doverborg & Pramling Samuelsson 2000, s. 32). På så sätt får den intervjuade en möjlighet att formulera sig och uttrycka sig till en början, vilket aktiverar och motiverar personen. Det är också viktigt i intervjuer med elever att formulera sig på deras "nivå", att göra sig förstådd så eleven uppfattar frågan som jag vill att den ska uppfattas. I intervjuer med lärare uppstår inte detta problem på samma sätt då jag, som intervjuare, och lärarna använder samma fackspråk (Patel & Davidson 2011, s. 75-79). Trost (2010) beskriver också att det är viktigt att man som intervjuare formulerar sig enkelt och förståeligt. Som intervjuare är det viktigt att anpassa sig till den man intervjuar på ett naturligt sätt. På så sätt minskar risken för missförstånd mellan den intervjuade och intervjuaren (Trost 2010, s. 95, 102).

#### **4.4.2 Inspelning och transkribering**

Som nämnts tidigare har intervjuerna spelats in. Att skriva ut intervjuerna kan vara förenat med åtskilliga tekniska och tolkningsmässiga problem (Kvale & Brinkmann 2009, s. 196-197). Trots detta har intervjuerna transkriberas för att underlätta bearbetandet och skrivandet av resultat (Kvale & Brinkmann 2009, s. 196). Utskriften av intervjuerna har gjorts genom att skriva ner det som sägs ordagrant, utan noteringar av det inspelningen inte ger i ljud, förutom i något fall då det anses nödvändigt med en notering.

#### **4.4.3 Analys av intervjusvaren**

Intervjuerna resulterar i intervjusvar från lärare och elever som senare sammanfattas i resultat. Resultatet analyseras och diskuteras i diskussionsavsnittet för att undersöka projektets bakgrund och motiv och besvara rapportens frågeställningar. Analyserna av intervjuerna genomförs utifrån att söka svaren på studiens frågeställningar tillsammans med den forskning som ligger till grund (kapitel "Bakgrund") för studien. I avlyssnandet och analysen av intervjuerna har fokus främst varit att finna svar på frågorna om elevers och lärares syn på multiplikation, vilka argument som finns för automatisering av multiplikationstabellen och hur tabellen ska automatiseras. Därigenom speglas studiens intervjusvar, och på så sätt även multiplikationsprojektet, mot tidigare forskning inom samma område.

## 5 Resultat

I detta kapitel beskrivs resultatet av de intervjuer som genomförts med elever och lärare i denna studie. I intervjuerna läggs fokus på multiplikationsprojektet, även kallat *Multiplikationsklubben*, och elevernas multiplikationstänkande. Intervjuerna av alla elever har skett under lektionstid i enskilt rum. Innan varje intervju har eleverna, utöver ett godkännande från hemmet, fått friheten att själva välja om de vill delta eller ej. Som nämndes tidigare har från årskurs 2 sex elever intervjuats, även i årskurs 5 har sex elever intervjuats. Två lärare som båda varit med och tagit fram materialet till projektet har intervjuats. En av lärarna har också börjat implementera materialet i undervisningen i årskurs 2. Alla intervjufrågor presenteras i Bilaga 2. Av Bilaga 2 framgår också vilka frågor varje årskurs och lärare svarade på. Resultatet är en sammanfattning, tillsammans med utvalda citat, av de intervjuer som gjorts i studien.

### 5.1 Intervju med elever från årskurs 2

Eleverna i årskurs 2 är de eleverna som först får testa att arbeta med multiplikation utifrån den nya pärmen som tagits fram genom projektet. De har arbetat utifrån pärmen i närmare en månad.

Elevernas syn på vad matematik är (Fråga 1) varierade mycket, då svaren bland annat var ”Det är när man ska räkna ut ett tal” (2E) och ”Typ väger” (2D). Tre av eleverna nämner att matematik handlar om att klura ut saker och att räkna plus och minus.

När eleverna får frågan om vad multiplikation är (Fråga 2) uttrycker samtliga elever att multiplikation är då man ”plussar” ett tal ett visst antal gånger. Alla eleverna i årskurs 2 svarar också att de lärt sig räkna med multiplikation (Fråga 3). De flesta av eleverna får problem när de ska förklara hur de tänker när de räknar multiplikation (Fråga 4). Intervjuaren ber eleverna att ge exempel på hur de räknar multiplikation. Elev 2E beskriver: ”Om man räknar 4 gånger 5 så räknar jag till 5 4 gånger” och hon fortsätter beskriva: ”Använder fingrarna för att ha koll”. Elev 2E sätter upp ett finger för varje 5:a den lägger på tills den har 4 fingrar som står upp. Även elev 2C förklarar att hon använder fingrarna för att räkna multiplikation. Elev 2D förklarar att han tänker ”Hoppa 2-hopp” då han multiplicerar med 2. De andra eleverna nämner att de också räknar på fingrarna men klarar endast upp till 2:ans tabell.

Ovan beskrivs att elev 2C räknar multiplikation med hjälp av fingrarna. Hon demonstrerar detta genom att beräkna högt för mig 6 gånger 7 (Fråga 5). Elev 2C visar hur hon håller upp 7 fingrar och på varje finger räknar hon 6 gånger och kommer snart fram till att 6 gånger 7 är 42. För de andra eleverna blir 6 gånger 7 för svårt, då de förklarar att de behärskar multiplikation endast upp till och med 2:ans tabell.

Elev 2C nämner också att hon tränar multiplikation (Fråga 6) både i skolan, i hemmet och på fritids. En annan elev (2A) beskriver ett misstag som han gjorde i början då han tränade 2:ans tabell:

Förut så hade jag lite krångligt med att man skulle lägga 2. 2 gånger 5 typ, ska man räkna så här: 2-4-6-8-10. Då räknade jag med ett sätt som inte var så bra. Då räknade jag aldrig med 2:an. Jag räknade bara 4-6-8-10-12.

Elev 2A fortsätter med att beskriva hur han upptäckte att han i sin multiplikationsräkning fick fel svar och på så sätt fann att han startade ”plussningen” på fel tal.

Något som nämns upprepat i intervjuerna med eleverna från årskurs 2 är att multiplikationsträningen har gått från att träna i böckerna till mer praktisk övning, som att spela multiplikationsspel (se Figur 3) och arbeta med klossar, i och med att eleverna börjat arbeta utifrån pärmen. Eleverna berättar också att de tränar tabellen genom övningspapper. Tre elever nämner att de spelat ett roligt spel där de haft svaret på baksidan av ett kort och multiplikationen på framsidan. Två elever (2C och 2D) berättar att de



Figur 3. Multiplikationsspel.

tycker det är roligare med multiplikationsträning nu än tidigare. Ingen tycker det är tråkigare. Elev 2E svarar på fråga 7 (se Bilaga 2) om det är lättare att lära sig multiplikation genom det nya sättet att arbeta: ”Det är lite lättare”. Elev 2B säger också att det blivit lättare att lära sig.

## 5.2 Intervju med elever från årskurs 5

Eleverna i årskurs 5 har inte mött det nya materialet från projektet. Intervjuerna med eleverna från årskurs 5 fokuserar mer på svårigheterna med multiplikationsräkning. I intervjuerna frågas också om elevernas strategier och tänkande vid multiplikationslösning.

Även dessa elever får frågan om vad multiplikation är (Fråga 1). I likhet med många av eleverna i årskurs 2 svarar ett par av eleverna i årskurs 5, elev 5A och 5B, att multiplikation är när man ”plussar” många gånger. Elev 5B förklarar vad han menar: ”Lite lättare än att köra en massa [tyst i två sekunder] t.ex.  $5+5+5+5+5+5+5+5$ , så kan man ta det lite lättare ju med 5 gånger 8”. Elev 5D förklarar multiplikation: ”Ja, när det är 5 gånger 5 då tar jag 5 5 gånger”. I de tre övriga intervjuerna svarar eleverna att multiplikation är ”när man gångrar någonting”.

Tre av eleverna (5A, 5B och 5F) tycker att multiplikation är lätt (Fråga 2). Elev 5E säger att multiplikation är riktigt svårt, medan eleverna 5C och 5D beskriver att det som är svårt är 6:ans till och med 9:ans tabell (Fråga 3 och 4). Även de andra intervjuade eleverna tycker att de tabeller som skapar svårigheter är 7:ans till och med 9:ans tabeller, och även 6:ans tabell i vissa fall. Samtliga intervjuade elever anser att de behärskar 0:ans till och med 5:ans tabell, förutom elev 5E som också tycker att 4:ans är svår.

De flesta av eleverna berättar att de använder multiplikationstabellkunskapen (Fråga 5) väldigt ofta i matematiken. Elev 5C nämner att han inte tänker på det då han räknar. Elev 5B beskriver hur han har svårt att använda multiplikationstabellkunskapen då han inte automatiserat hela multiplikationstabellen. Elev 5E förklarar när man behöver använda multiplikationstabellen: ”Man har det typ i division”. De flesta intervjuade eleverna ser användningen av tabellkunskapen i den multiplikationsräkning med decimaltal de arbetar med nu i matematikboken.

Både elev 5B och elev 5F beskriver (se ovan) att de tycker multiplikation är lätt, trots detta använder dessa två elever i vissa fall lathunden (se Figur 4) i multiplikations- och även divisionsräkning (Fråga 6). De förklarar att det är svårigheterna med 7:ans till och med 9:ans tabell som gör att de använder lathunden. Även eleverna 5D och 5E nämner att de använder lathunden särskilt då de räknar inom 7:ans till och med 9:ans tabell. Endast två av de sex intervjuade eleverna i årskurs 5 använder inte lathunden (elev 5A och elev 5C). Elev 5A beskriver: ”som 8 gånger 9 vet jag direkt att det blir 72”. De elever som använder lathund menar att det går fortare med lathundens hjälp då det är multiplikationer som är svåra.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Figur 4. Lathund multiplikationstabellen.

I de multiplikationer som eleverna automatiserat går det snabbare utan att titta på lathunden, då de redan vet svaret.

När det gäller att beräkna 6 gånger 7 och beskriva hur de tänker (Fråga 8 och 9) så berättar eleverna 5D och 5F att de först multiplicerar 6 gånger 6 som de vet är 36 sedan lägger de till en till 6 och får det slutliga svaret till 42. Elev 5A har ett annat sätt att lösa 6 gånger 7: ”Då delar jag 6:an i två högar och så tar jag 7 gånger 3 och det är 21. Och 21 plus 21 är 42”. Elev 5A fortsätter förklara, med 8:ans tabell som exempel, att hon då delar 8:an i två 4:or och utgår från det. Elev 5C beskriver att han först multiplicerar 6 med 5 och 2 med 6, för att sedan ”plussa” ihop dessa svar som är 30 plus 12, vilket ger 42. Både elev 5B och elev 5E förklarar att de räknar ut 6 gånger 7 med hjälp av fingrarna eller genom att dra streck på papper för att räkna upp till svaret.

När det kommer till att multiplicera med decimaltal (Fråga 10 och 11) ser eleverna inga större svårigheter. Elev 5C beskriver: ”Det är som att räkna ett vanligt tal, bara att man ska komma ihåg att sätta ut ett kommatecken”. Alla elever, utom elev 5E, ser var kommatecknet ska sitta genom att först göra en överslagsräkning av multiplikationen. Elev 5E tror att hon någon gång har multiplicerat med decimaltal och berättar: ”Det är svårt”. Hon berättar också att hon inte vet var kommatecknet ska sättas i svaret. Eleverna 5A, 5C, 5D och 5F beskriver att de ser hur många decimaler som finns i talet som multipliceras och på så sätt vet de var kommatecknet ska sättas i svaret.

### 5.3 Intervju med läraren i årskurs 2

Läraren i årskurs 2, LA, är en kvinna. Hon har funnits med från projektets början och varit med i själva planeringen. Som nämnts tidigare har hon börjat implementera det nya materialet från projektet i sin klass. Under intervjun tillfrågas hon om själva mottagandet från elevernas sida av det nya materialet, om anledningarna till projektet och vilken skillnad det ger i undervisningen i och med multiplikationsklubben.

Även LA fick frågan ”Vad är multiplikation” (Fråga 1). Hon ser multiplikation som: ”Förenklat sätt att räkna” och fortsätter: ”Istället för att använda upprepad addition så kan man köra multiplikation”. Hon berättar också att division är motsatsen till multiplikation (Fråga 2): ”Division är ju multiplikation baklänges”. Multiplikation är en förenkling av större addition, som hon beskriver: ”Om man ska lägga ihop många saker så är det lättare att ta multiplikation, det är därför man hittar på det tänker jag”.

Efter ett tag riktas intervjun mer mot själva projektet (Fråga 3) och varför de valt att fokusera på multiplikation och specifikt multiplikationstabellen. LA berättar att hon ser vikten av träningen inom multiplikationstabellen tidigt i skolan, då eleverna fortfarande är motiverade:

När de blir större då blir de så omotiverade att träna. Nu är de mera motiverade när de är mindre, för då är det nytt och mera spännande. Det är någon nytt och då är de lite sugna på det.

Hon nämner att det är viktigt att fånga eleverna tidigt i grundskolan för att de på så sätt ska ha en grund i multiplikationstabellen inför matematik i grundskolans senare årskurser.

Den avsikt lärarna har med projektet (Fråga 4) är som LA beskriver att eleven: "Nöter ju mera, eller det blir flera olika moment". Hon fortsätter beskriva att eleverna möter mera varierande multiplikationsträning. Detta mer regelbundet än tidigare innan införandet av multiplikationsklubben. Nu mer ska eleverna träna multiplikation minst en gång i veckan, tidigare mötte de multiplikation endast då arbetsområdet handlade om just multiplikation. På så sätt nöts tabellen in och fler elever har större chans att befästa tabellen. Förhoppningen är också att multiplikationsträningen ska kunna börja redan i årskurs 1 för de elever som är motiverade och klarar av det. LA nämner också att tanken med detta är att alla lärares multiplikationsundervisning ska se lika ut. Tidigare berodde det till viss del på den enskilde läraren hur multiplikationsundervisningen skulle utformas och hur mycket tid som skulle prioriteras till den.

Som tidigare förklarats har årskurs 2 börjat arbeta utifrån det nya projektet. Därför tillfrågades LA om effekten och hur projektet påverkat eleverna (Fråga 5). Huruvida elevernas multiplikationskunskaper utvecklats med projektet är ännu för tidigt att säga: "Nej, det är jättesvårt att se". Men LA tycker att projektet har utvecklat en glädje och motivation hos eleverna:

Alltså, ja, de tyckte det var jättekul att få börja, så jag fick världens respons av dem. De tackade för mattelektionen och de tyckte jag var världens bästa mattelärare och sådana där saker. Mycket tror jag att det var för de var en försöksgrupp och de fick testa någon nytt som de var först med också och då fick man ju vara någon speciell.

Tanken med multiplikationsträningen är att tabellen ska "sätta sig", som LA uttrycker det, som svar på frågan om vad multiplikationsundervisningen bör fokusera på, om det är strategitänkande eller att träna in tabellen till talfakta (Fråga 6). Att kunna tabellen utantill är till stor hjälp också vid division: "Det hjälper ju till en hel del". Men ändå vill LA betona:

Men själva förståelsen är ju viktig i början. Det är därför vi har gjort att man ska bygga, man ska rita, man ska skriva. För att man ska se liksom, så här funkar det, så här ser det ut. Så förståelse är viktig från början.

Hon kommer också in på 0:ans tabell, att den kan vara svår, speciellt under grundskolans första årskurser, men genom att komma förbi det abstrakta och att kunna visa mer praktiskt hur 0:ans tabell fungerar så kan eleverna få förståelse för 0:ans tabell, som annars är svår.

LA beskriver också vad multiplikationsprojektet syftar till (Fråga 7): "Lyfta matten och en del av det är det här med multiplikation". Som nämnts tidigare syftar multiplikationsträningen till att elever ska få det lättare i matematik senare i grundskolan, "Istället för att traggla tabellerna där". Tanken i projektet är att se utifrån Lgr 11, vad läroplan och kursplan vill lägga vikten på, och inte vara lika beroende av matematikboken utan att den får bli ett av alla andra hjälpmedel. Hon

kommer också in på värdet av problemlösning för att utveckla matematikkunskaperna i skolan: ”Problemlösning, det är en väldigt stor del. Det är både en förmåga och ett centralt innehåll.”

Intervjun fortsätter med en fråga om hur eleverna tänker och hur de lär in multiplikationstabellen utifrån det nya projektet (Fråga 8). Hon tar elev 2A som exempel på en elev som gynnas mycket av konkret multiplikationsträning, som det nya materialet också är med bland annat spel och klossar. Hon beskriver elev 2A:s möte med multiplikation:

För första gången vi gjorde det i höstas då hade han jättesvårt, och en del hade ju det. För boken är ju mest bara bilder och så där. Och första gången man kommer i kontakt med det förstår man inte riktigt, det kan vara svårt att greppa. Men för honom såg jag att multiplikationen blev lättare på det här sättet.



Figur 5. 2 gånger 4 med klossar.



Figur 6. 4 gånger 2 med klossar.

Och LA fortsätter beskriva hur den praktiska matematiken främjar många elevers förståelse för multiplikation. Ett praktiskt exempel hon visar är med klossar som går att bygga ihop till en modell och på så sätt visar hon hur 2 gånger 4 (se Figur 5) ger samma produkt som 4 gånger 2 (se Figur 6), endast genom att vrida modellen. Hon berättar också att det finns en fara med det praktiska tränandet: ”Problemet med de här klossarna är att de bygger ju torn, de bygger ju inte som jag vill att de ska bygga”. Hon menar att i vissa fall kan det praktiska materialet vara ett störande moment i undervisningen. LA visar också hur eleverna först fått bygga multiplikationer med hjälp av klossarna, för att sedan rita av och räkna ut den upprepade addition som klossarna symboliserar. När det blir för abstrakta uppgifter och stenciler så läser det sig för de flesta eleverna och de förstår inte, berättar LA.

Intervjun avslutas med att LA visar upp material som tillhör *Multiplikationsklubben*. Materialet finns i klassrummet. Hon tar fram olika multiplikationsspel och klossar och visar hur de fungerar. Hon berättar att allt material hålls i klassrummet, så eleverna hela tiden har tillgång till det under lektionerna.

#### 5.4 Intervju med en lärare som ingår i projektet

Även denna lärare, LB, är en kvinna. Hon ingår i projektet, tillsammans med LA och två lärare från en grannskola, och har arbetat fram det material och den undervisningsmetod som ska användas fortsättningsvis i multiplikationsundervisningen. Intervjuns frågor fokuserar mestadels på bakgrunden, förhoppningen och syftet med projektet.

Precis som de tidigare intervjuade fick också LB frågan om vad multiplikation är (Fråga 1). På frågan svarar hon: ”Upprepad addition är det ju”. Och hon fortsätter genom att beskriva att det är en förenkling av addition, att multiplikation är ett sätt att underlätta beräkningarna. Hon konkretiserar vad hon menar med hjälp av ett exempel:

Vi hade en mattediagnos igår och då skulle man räkna ut vad 6 CD-skivor kostar, och då kostar en CD-skiva 9,38 € eller något sådant. Och då var det ju en som hade skrivit 9,38 under varandra 6 gånger och sen gjort en additionsalgoritm. De flesta hade ju skrivit gånger 6 då och räknat ut det. Så där såg man ju verkligen vad det förenklar.

Hon menar att skillnaden mellan multiplikation jämfört med addition och subtraktion (Fråga 2) är att multiplikation är något man måste lära sig utantill för att ha användning av det. Så är även divisionen, fortsätter LB. Hon beskriver addition och subtraktion:

De tabellerna har jag inte automatiserat, men jag klarar mig väldigt bra ändå. Multiplikationen däremot den måste man kunna. Men addition och subtraktion räcker det med att man har strategier för hur man ska tänka tycker jag.

LB tycker multiplikationen och divisionen är liknande räknesätt på så sätt att det handlar om att automatisera multiplikationstabellen i båda räknesätten.

LB menar också att multiplikationstabellen är nödvändig (Fråga 3) för att klara multiplikationsuppställningar. Hon fortsätter: ”För du kan ju inte sitta och räkna på fingrarna vad 7 gånger 8 är. Bra strategier det klarar du dig en bit på, men det är alldeles för omständigt.” Det är viktigt att eleverna automatiserar tabellen för den matematik som de stöter på i äldre åldrar. Tabellen är också viktigt i den vardagliga matematiken, t.ex. för att kunna göra överslagsräkningar när du är på affären och handlar.

Anledningen till att projektet drogs igång (Fråga 4) var att lärarna märkte att eleverna kom till mellanstadiet utan att kunna tabellen. LB menar att det är lättare för de yngre eleverna att lära: ”Jag har jobbat med yngre barn förut och märkt att det är mycket lättare för dem att lära sig än för de här större eleverna”. Många elever hade svårt också att nå målen vilket gjorde att lärarna ville förändra matematikundervisningen och då började de förändra i multiplikationsundervisningen. Den förändring som blev i materialet i och med multiplikationsprojektet (Fråga 5) är att undervisningen och materialet är mer strukturerat, att eleverna ska arbeta genom tabellen mer grundligt och inte bara öva den i boken. Multiplikationstabellen är något som ska jobbas mer med än bara i matematikboken. I pärmen finns inom varje tabell instruktioner för vad som ska tränas och på vilket sätt. Det som utgör materialet är kopieringsunderlag med tydliga strukturer:

Olika övningar på olika tabeller beroende på hur mycket man måste jobba. Man måste jobba mer med 7:ans tabell eller på ett annat sätt med 7:ans tabell än kanske 2:ans tabell, så är det ju.

Det finns också spel och klossar för eleverna att välja på då de tränar multiplikationstabellen.

Förhoppningen med projektet, *Multiplikationsklubben*, (Fråga 6 och 7) är att eleverna ska ha automatiserat tabellen innan årskurs 4. LB berättar att hon upplever att det är lättare att motivera yngre elever att arbeta med tabellerna. Anledningen till projektet är, som nämnts tidigare, också att det behövs mer träning av multiplikationstabellen än vad boken kan ge.

LB berättar om sin syn på elevers multiplikationstänkande (Fråga 8): ”Då tänker jag att det är olika för olika elever. Duktiga barn de kan säkert lära sig genom strategier.” Medan de elever som



är svagare i matematik oftast blir tvungna att lära sig utantill. Att behöva lära sig strategier är inte för alla, menar LB, då det kan krångla till multiplikationstänkandet för vissa. Hon förklarar att i hennes undervisning visar hon alltid strategier för att försöka ge eleverna en större förståelse, t.ex. för 4:ans tabell kan eleverna tänka ”dubbelt och dubbelt igen”.

Syftet med projektet (Fråga 9) är att elevernas måluppfyllelse ska öka. Detta genom att tidigt lägga grunden till en automatiserad multiplikationstabell: ”De ska befästa multiplikationstabellen, det är ett sådant viktigt redskap att ha med sig”. I *Multiplikationsklubben* (Fråga 10) ska multiplikationen tränas genom fler sinnen och på fler sätt:

Där är det ju frågan om att få med fler sinnen och att man bygger tabellen, man ritar av, man jobbar praktiskt. Man jobbar på olika sätt, vi vill ha in flera olika sätt att träna på och hoppats att det tillsammans ska bilda en enhet så de lär sig. Det kan också vara att spela spel och lite sådana tävlingsmoment.

## **5.5 Sammanfattning av lärares och elevers uppfattningar om multiplikation**

### **5.5.1 Vad är multiplikation?**

Som resultatet i intervjuerna visar ansåg båda lärarna, eleverna i årskurs 2 och två elever från årskurs 5 att multiplikation är upprepad addition, eller som eleverna uttrycker det att man ”plussar” många gånger.

### **5.5.2 Argument för automatisering av multiplikationstabellen**

Många av eleverna i årskurs 5 ser användningen av multiplikationstabellen i den övriga matematiken, som i divisionen och multiplikationen. Elev 5B nämner att han har svårt att använda sig av multiplikationstabellen då han inte befäst den ännu. LA beskriver att en automatiserad tabell är till stor hjälp vid division. LB är tydligare med att tabellen behövs för den övriga matematiken då hon förklarar att multiplikationstabellen är nödvändig för att klara multiplikationsalgoritmer. LA förklarar att med en automatiserad multiplikationstabell underlättar det för kommande matematik i senare årskurser. LB fortsätter att beskriva att strategier kommer eleven en bit på, men att det är för omständigt. Hon menar också att en automatiserad multiplikationstabell är viktigt i vardagen till exempel då man behöver göra en överslagsräkning då man handlar.

### **5.5.3 Hur nås en automatisering av multiplikationstabellen?**

För att nå en automatisering hos eleverna strävar projektet mot att söka elevernas motivation, bland annat genom att nå dem tidigt i grundskolan då, som lärarna säger, elever är mer motiverade under de första årskurserna. Lärarna tror också att motivation kan uppnås genom en mer konkret matematik, där LA tar elev 2A som exempel i hur multiplikationen blev ”enklare” för honom genom den mer konkreta pedagogiken. Båda lärarna anser att multiplikationsträning är något som behövs mer än i bara det som ges av matematikboken, vilket är en av anledningarna till att de varit med och startat projektet. LA menar att en automatisering av multiplikationstabellen ska tränas genom att nöta mer och genom flera olika moment. LB betonar vikten av variation då hon beskriver att multiplikationen ska tränas genom fler sinnen och på fler sätt.

## 5.6 Sammanställning av lärarnas och elevernas syn på multiplikation

Genom en matris (Tabell 2 nedan) sammanställs resultat av intervjuerna med lärare och elever under samma punkter som forskares syn på multiplikation sammanställts (se Tabell 1) i kapitel ”Bakgrund”.

Tabell 2. Sammanställning av elevers och lärares syn på multiplikation

Svar från:	Vad är multiplikation?	Argument för en automatisering av multiplikationstabellen	Hur ska en automatisering av multiplikationstabellen uppnås?
<b>Elever årskurs 2</b>	Upprepad addition.		
<b>Elever årskurs 5</b>	Upprepad addition, gångrar någonting.	Användbar vid övrig matematik, t.ex. vid division och multiplikation.	
<b>LA</b>	Upprepad addition, förenklad addition.	Till stor hjälp vid division och underlättar för matematik i senare årskurser.	Genom förståelse, motivation och mer konkret multiplikationsträning. Även genom mer träning än det som ges av matematikboken.
<b>LB</b>	Upprepad addition.	Nödvändig för att klara av multiplikationsalgoritmer. Viktig också i vardagen, t.ex. vid överslagsräkning då man handlar.	Variation genom att träna multiplikationstabellen på fler sätt och genom fler sinnen. Även genom mer träning än det som ges av matematikboken.

## 6 Diskussion

I detta kapitel diskuteras inledningsvis den metod som valts till studien. Därefter diskuteras det resultat studien gett kopplat till dess syfte och den litteratur som ligger till grund för studien.

### 6.1 Metoddiskussion

Studiens metod utgår helt och hållet från intervjuer. Trost (2010) berättar att barnintervjuer kräver att man som intervjuare fångar barnets intresse och lyckas motivera dem. För att barnet inte ska förlora koncentrationen krävs att intervjun är kort, då barn oftast tröttnar fortare än vuxna (Doverborg & Pramling Samuelsson 2000, s. 26). En svårighet som uppstår vid korta intervjuer är att det inte finns tid att gå in på djupet och verkligen försöka förstå den intervjuade. Det svåraste i planeringen av intervjuerna var att planera rätt fråga i rätt ordning för att eleverna hela tiden skulle vara intresserade. Att inleda med stora och öppna frågor ledde i vissa fall till svårigheter för eleverna då det inte fanns några givna svar (Doverborg & Pramling Samuelsson 2000, s. 32).

Precis som Trost (2010) nämner upplever jag att genom en inspelning av intervjuerna gavs en god miljö för de intervjuade lärarna och eleverna då de inte blev störda genom ett skrivande av mig som intervjuare. En annan fördel med ljudinspelningar är att i bearbetningen av intervjuerna kan jag använda mig av citat och hör även vilket tonläge den intervjuade använder (Trost 2010, s. 74). I bearbetningen av intervjuerna hörs också mina, intervjuarens, frågor till elever och lärare där det också hörs stor skillnad i mitt tonfall och mina formuleringar beroende på vem som intervjuas. En anpassning sker utifrån vem som blir intervjuad för att inget missförstånd ska ske mellan intervjuaren och den som blir intervjuad (Trost 2010, s. 102).

I metodkapitlet beskrivs hur intervjufrågorna kan formuleras utifrån två aspekter som Patel och Davidson (2011) skriver om. Intervjuerna var planerade utifrån en hög grad av standardisering, alltså att exakt samma frågor ställs i samma ordning till alla intervjuade inom samma intervjugrupp (elever i årskurs 2, elever i årskurs 5, de två lärarna). När intervjuerna genomfördes blev det ändå en variation i formuleringarna då elever och lärare inte alltid förstod frågeformuleringen och jag fick som intervjuare därför utveckla frågan och förtydliga den. Frågorna var inramade för att ge små utrymmen för tolkningar, då många intervjufrågor handlade om projektet i sig eller om multiplikation, vilket innebär att intervjufrågorna i hög grad var strukturerade (Patel & Davidson 2011, s. 75-76).

Kravet på konfidentialitet i studien har lösts genom att elever och lärare fått korta beteckningar med två bokstäver eller en siffersymbol och en bokstav, enligt metodbeskrivningen ovan (Kvale & Brinkmann 2009, s. 88-89). Problemet med detta är att namnen berättar endast roll (elev i årskurs 2, elev i årskurs 5 eller lärare), men inte vilket kön. Detta kan göra det svårt för läsaren att följa med i redovisningen av resultatet. Anledningen till de använda beteckningarna på elever och lärare är att i studien läggs ingen vikt vid kön, då det inte är det som ska studeras.

Informationsbrevet, som är utformat utifrån en tidigare students examensarbete, uppfyller inte alla krav enligt Högskolan Dalarnas forskningsetiska anvisningar. Det gäller informationen till föräldrarna om den frivillighet som intervjuerna innebär. Det finns även brister i brevets rubriker och information om den studie som barnen ges möjlighet att delta i. Den information som saknas är upplysningen om hur urvalet har skett, vilka för- och nackdelar som kan drabba de deltagande, när det gäller uppoffrande av tid eller eventuella obehag i och med intervjuerna. I brevet finns inget klart formulerat syfte för studien, vilket det ska finnas enligt Högskolan Dalarnas

forskningsetiska anvisningar. Det finns också brister i informationen om den konfidentialitet som gäller hantering av all insamlad data. I brevet ska det informeras om att intervjumaterialet och inspelningarna förstörs och makuleras då uppsatsen är färdigställd. I intervjuerna har eleverna informerats om att deltagandet i undersökningen är helt frivilligt och att de kan avbryta sin medverkan när som helst, vilket inte noterats i informationsbrevet. Även detta utgör en brist i brevet enligt Högskolan Dalarnas forskningsetiska anvisningar. Avslutningsvis saknas också i brevet ortens namn och hur jag som ansvarig för studien kan nås, mitt telefonnummer. Det ska också finnas en underskrift från både handledare på högskolan och mig som student i brevet, något som saknades.

## 6.2 Resultatdiskussion

När man ser på den första frågan (andra frågan för årskurs 2 eleverna), om vad multiplikation är, så ger eleverna i årskurs 2 mera liknande svar med varandra än vad eleverna i årskurs 5 gör. Svaret från eleverna i årskurs 2 överensstämmer tydligare överens med lärarnas svar, vilket kan tolkas som att årskurs 2 nyligen har introducerats multiplikationsräkning från lärarna, som gör att de speglar lärarnas åsikt tydligare. Eleverna i årskurs 5 har räknat med multiplikation i många år, vilket gör att de skapat en egen bild av multiplikation. Även ett par av eleverna i årskurs 5 ger en bild av multiplikation som upprepad addition. Denna uppfattning stämmer väl överens med definitionen av multiplikation som ges av både Kiselman och Mouwitz (2008) och Nationalencyklopedin (2012), då de beskriver multiplikation som upprepad addition (Kiselman & Mouwitz 2008, s. 29; Nationalencyklopedin 2012, ”multiplikation”). Problemet med denna definition och syn på multiplikation uppstår då två decimaltal ska multipliceras, exempelvis 5,4 gånger 6,2. Många elever i årskurs 5 vet var decimaltecknet ska sättas då de räknar multiplikationsalgoritmer med decimaltal. Faran med detta finns i att eleverna inte förstår multiplikationer med decimaltal utan de har endast lärt sig reglerna för var decimaltecknet ska sättas. I slutändan kan denna brist på förståelse hos eleverna frambringa en upplevelse av tillbakagång i matematikutvecklingen (Lunde 2011, s. 96-97). McIntosh (2009) beskriver att lärare ofta använder sig av en endimensionell bild, t.ex. upprepad addition, när de förklarar multiplikation för eleverna, precis som resultatet i studien visar. Ett exempel på en endimensionell bild är då man räknar till exempel 4 gånger 3 genom att addera  $4 + 4 + 4 = 12$ . McIntosh förklarar vidare att denna multiplikationssyn ställer till det för eleverna då de blir begränsade till heltalsfaktorer i multiplikationsräkningen. Istället menar McIntosh att multiplikation ska förklaras genom en tvådimensionell bild. Med det menar han att multiplikation ska ses på samma sätt som när man räknar ut area. Att se två reella talfaktorer precis som i en beräkning av area ger eleverna en större förståelse för multiplikationsräkning med decimaltalsfaktorer (McIntosh 2009, s. 70). Ingen av eleverna eller lärarna beskrev multiplikation utifrån en tvådimensionell bild. Detta är något som kan skapa stora problem för elevernas förståelse för multiplikation senare i grundskolan då de räknar mycket multiplikation med decimaltalsfaktorer. Min egen erfarenhet av multiplikationen från mellanstadiet är liknande med elevernas och lärarnas i studien, att när man multiplicerar så adderar man på ett enklare sätt. Senare i högstadiet övergick jag till den mer tvådimensionella bilden, som McIntosh beskriver, vilket gav mig en förståelse för vad jag räknade när jag multiplicerade med decimaltal. Det uppstår också svårigheter för elever när de ska multiplicera två tal mellan 0 och 1. I de multiplikationerna är produkten mindre än faktorerna. Detta kan skapa förvirring hos elever som har bilden av multiplikation som en upprepad addition och på så sätt tror att produkten alltid ska vara större än faktorerna i multiplikationen (McIntosh 2009, s. 70).

### 6.2.1 Projektets bakgrund

Lärarna beskriver att tanken och syftet med projektet är att lyfta matematiken och i synnerhet multiplikationen då de ser den nytta eleven har av en automatiserad multiplikationstabell i den fortsatta matematiken. Vilket också betonas från LA då hon beskriver att en utantill inläring av multiplikationstabellen är till stor hjälp i divisionsräkningen. En stor del av forskningen stöder

lärarnas åsikter om och syfte med projektet, bland annat Löwing som förklarar orsaken till elevers allt större svårigheter med matematik och algoritmräkning är att de inte behärskar multiplikationstabellen (Löwing 2008, s. 165). Multiplikationstabellen är grunden till mycket inom matematik (Löwing 2003, s.101). Även Kilborn är inne i samma resonemang, att eleven automatiserar tabellen för att räkna algoritmer smidigare på högre nivå (Kilborn 1989, s. 76-77). Syftet med undervisningen i matematik är att eleven ska utveckla nödvändiga kunskaper för att lösa problem (Skolverket 2011a, s. 63). För att eleven ska kunna utveckla dessa kunskaper så håller jag med Löwing och Kilborn om att multiplikationstabellen behöver bemästras. Om eleven automatiserar tabellen och tränar in tabellens alla kombinationer in i långtidsminnet så underlättar det för korttidsminnet som endast behöver koncentrera sig på algoritmräkningen och kan hämta tabellens produkter från långtidsminnet (Unenge m.fl. 1994, s. 76; Löwing 2008, s. 164; Maltén 2002, s. 116-117; Bentley 2009-05, ”Aritmetik del 1”).

#### – *Ett roligare arbetssätt med multiplikation*

Två av eleverna i årskurs 2 tycker multiplikation blir lättare att lära sig genom *Multiplikationsklubben* än tidigare, då mycket av träningen gjordes genom böckerna. Två andra elever i samma årskurs tycker att träningen har blivit roligare. Något som också bekräftas i intervjun med LA, då hon berättar att eleverna: ”[...] tackade för mattelektionen och dom tyckte jag var världens bästa mattelärare och sådana där saker”. Lärarna har genom *Multiplikationsklubben* hittat ett sätt att arbeta med eleverna som skapar motivation och variation (Skolverket 2003, s. 14-15). Då ska det också hållas i minnet att eleverna fortfarande går i årskurs 2, vilket båda lärarna nämner är en ålder där eleverna har lättare att lära och det är lättare att motivera dem. Detta tas också upp av Skolverket, att elever i grundskolans tidiga årskurser ofta drivs av egen glädje i lärandet (Skolverket 2003, s. 17). LA menar att förhoppningen med projektet är att multiplikationsträningen kan börja redan i årskurs 1. Hon nämner också att det är viktigt att fånga upp eleverna tidigt och lägga en grund med multiplikationstabellen för kommande matematik. LA:s resonemang stämmer väl överens med vad Löwing och Kilborn nämner, att multiplikationstabellen är grunden till att behärska mycket inom matematiken (Löwing & Kilborn 2003, s. 101).

Skolverket nämner att med rätt miljö i klassrummet kommer också lusten till lärande hos eleverna (Skolverket 2003, s. 14). LA visar och berättar att klossar och spel finns i klassrummet och eleverna kan själva hämta detta material för att träna multiplikationstabellen. Det är en miljö som är tillåtande och där eleverna tillåts vara aktivt deltagande. Lärarna nämner ingenting om förändring i schemat, t.ex. att lektionerna är kortare men fler, då de berättar om vad som blir annorlunda i undervisningen genom *Multiplikationsklubben* (se Bilaga 2). Sjöberg berättar att lektionslängden påverkar eleverna, vissa elever klarar inte av att sitta och räkna längre än 25-30 minuter (Sjöberg 2006, s. 164-171). Lärarna talar inte heller något om klassuppdelningar och mindre gruppstorlekar. Vilket också Sjöberg nämner vikten av då han berättar om sin egen studie som visar att elever i mindre klasser (gruppstorlekar) hade bättre resultat i matematik än de i större klasser (Sjöberg 2006, s. 168-173). I Lgr 11 skriver Skolverket att det är skolans uppdrag, och inte elevens, att göra matematikundervisningen intressant och rolig för eleverna (Skolverket 2011a, s. 62). Lärarnas resonemang om att göra multiplikationsträningen rolig och motiverande för att nå en högre måluppfyllelse hos eleverna följer både Lgr 11 och Firsovs (2006) resonemang. Firsov menar att ett intresse och motivation för matematik ofta frambringar ett lärande (Firsov 2006, s. 156).

#### – *Förståelse genom praktisk undervisning*

LB avslutar sin intervju med att beskriva att tanken med projektet var att måluppfyllelsen bland eleverna skulle öka då multiplikationstabellen skulle tränas genom fler sinnen och på fler sätt än tidigare. Skolverket nämner också att en undervisning som aktiverar fler sinnen ofta skapar en lust att lära hos eleven (Skolverket 2003, s. 17). LA bekräftar också denna arbetsmetod, att ta in fler sinnen och arbeta mer praktiskt, då hon ger exempel på elev 2A vars förståelse för

multiplikation ökade i och med att eleverna fick arbeta mer konkret med multiplikation och på ett mer varierat sätt, vilket också styrks av Asmervik, Ogden och Rygvold (2001, s. 144). Malmer skriver också om detta, att elever som inte har en fullständig förståelse för multiplikationen kan utvecklas genom mer praktisk multiplikationsträning (Malmer 2002, s.148). Även eleverna i årskurs 2 beskriver att de börjat träna multiplikation på ett mer praktiskt sätt, genom spel och klossar bland annat. Att använda sig av klossar, som LA visar att 2 gånger 4 ger samma svar som 4 gånger 2, är något som ger en förståelse rent praktiskt för den kommutativa lagen (Malmer 2002, s. 159-160). Att arbeta praktiskt, genom bland annat spel och klossar, är något som går hand i hand med McIntosh (2009) resonemang om variation, att tabellen ska tränas in genom just spel, lekar och projekt. Han, och även Butterworth, menar att det är viktigt med en förståelse hos eleverna för multiplikation, för då förstår de helheten med algoritmuträkning (McIntosh 2009, s. 103-104; Butterworth 2000, s. 359-361). Detta är något som LB håller med om till stor del. Men hon förklarar också att för vissa svagare elever kan det vara svårt med förståelsen och de får då försöka lära sig multiplikationstabellen helt utantill. Detta stöds också genom Thorndikes teori om en utantill inläring, men samtidigt kritiserar Butterworth, som menar att forskningshistoriken kring denna pedagogik visar på att en förståelse för multiplikationstabellen gynnar elevens lärande, i motsats till att träna en utantill inläring genom en sorts ”tragglande” (Butterworth 2000, s. 357-358). LA tror att elevernas tabellinläring gynnas av att eleverna får nöta mer träning av multiplikationstabellen än vad matematikboken erbjuder då det är en av avsikterna med undervisningen inom multiplikationsklubben. Hon nämner också att genom multiplikationsklubben möter eleverna fler moment och variation i undervisningen. Att variera undervisningen och samtidigt individualisera den är något Adler och Adler nämner, att se vilken undervisningsteknik som passar bäst till varje individ (Adler & Adler 2006, s. 34). Hedrén anser att genom ett mer fritt strategitänkande hos eleven och en större frihet i valet av lösningsmetod uppnår den en större förståelse för de naturliga talen och räknesättet den praktiserar (Hedrén 2000, s. 142-143). I både kursplanens syfte och dess kunskapskrav påtalas vikten av elevens metodval samt vikten av att eleven utvecklar en förmåga till att välja en metod utifrån det sammanhang och den kontext uppgiften står i (Skolverket 2011a, s. 62-68). I intervjuerna med lärarna beskrivs multiplikationsklubbens arbetssätt som varierande där många sinnen ska aktiveras. Genom ett varierat arbetssätt med många olika metoder att träna multiplikationstabellen på ges eleverna redskap till att just utveckla förmågan att välja en metod i de multiplikationer som de stöter på. LA betonar vikten av problemlösning, där det är viktigt att kunna välja metod för att lösa problemet. På så sätt kopplas kursplanens syfte ihop med det centrala innehållet i multiplikationsundervisningen. Båda lärarna betonar i sina intervjuer att det behövs mer multiplikationsträning i skolan än vad böckerna kan erbjuda. Något som också bekräftas då många elever i årskurs 5 beskriver sina svårigheter i 6:an till och med 9:ans tabell och att de ofta får lov att använda lathundarna i algoritmräkningen.

### **6.2.2 Svårigheter utan en automatiserad multiplikationstabell**

I intervjun med årskurs 5 eleverna framkommer några effekter av vad som sker då man inte helt har befäst multiplikationstabellen. Som tidigare nämnts uppger alla dessa elever att de tycker 6:an till och med 9:ans tabell är svår, även om elev 5A senare bevisar genom ett exempel att hon automatiserat 8 gånger 9. Effekten av en inte helt befäst multiplikationstabell blir i detta fall, som eleverna förklarar det, att de använder lathunden som hjälp i multiplikations- och även divisionsräkning. Detta fall liknar väl det som Löwing beskriver då svenska elever har stora problem med multiplikationen 46 gånger 47, för att de inte bemästrar multiplikationstabellen (Löwing 2008, s. 165). LB förklarar också att det är nödvändigt med tabellen för att klara av att räkna multiplikationsuppställningar. Många av eleverna i årskurs 2, och även eleverna 5B och 5E, berättar att de använder fingrarna när de räknar multiplikationer som de inte har automatiserat, vilket LB menar att eleverna ska träna för att slippa. Det är lättare att fokusera på själva uträkningen om tabellen är automatiserad (Adler & Adler 2006, s. 28). Hon fortsätter beskriva att

det kan vara bra med strategier, men det är ändå viktigt att eleverna automatiserar tabellen i tidig ålder. LB menar att strategier kan bli en alltför omständlig väg, men senare i intervjun nämner hon att strategier kan vara till för ”duktiga barn”. McIntosh, Reys och Reys menar att strategitänkande kan förenkla vissa multiplikationer (McIntosh, Reys & Reys 1997, s. 323). Studien av Heirdsfield m.fl. (1999) på elever i årskurs 4-6 visar att ett visst strategitänkande ger större andel rätta svar i en svårare multiplikation. Det strategitänkandet som gav störst andel rätta svar var att dela upp multiplikationen i mindre multiplikationer som eleverna behärskade (Heirdsfield m.fl. 1999, s. 5). LB:s synpunkter är förenliga med Heirdsfield m.fl. (1999) eftersom hon associerar till multiplikationstabellen medan Heirdsfield m.fl. (1999) syftar på en multiplikation med tvåsiffriga faktorer. I den studien ges även ett exempel på multiplikationen 5 gånger 8 som visar på två olika lösningsmetoder. Även i det fallet gav ett visst strategitänkande större andel rätta svar. Strategin som gav störst lösningsfrekvens gick ut på att eleverna använde sig av talfakta, att 5 gånger 8 ger samma produkt som hälften av 10 gånger 8, som de vet (automatiserat) är 80 vilket ger produkten 40 i slutändan (Heirdsfield m.fl. 1999, s. 5).

De svårigheter som uppstår då eleverna i årskurs 5 inte befäst hela tabellen kan liknas vid det Sterner och Lundberg (2002) talar om när de beskriver elever med dyslexi. De elever som har dyslexi har ofta begränsningar i långtidsminnet, vilket gör att de har svårt att automatisera alla produkter i multiplikationstabellen (Sterner & Lundberg 2002, s. 58). Precis som eleverna med dyslexi får också dessa elever i årskurs 5 problem då de inte kan hämta färdiga beräkningar från långtidsminnet när de gör till exempel algoritmräkning, vilket gör att de istället belastar arbetsminnet för att delräkna i algoritmen (Bentley 2009-05, ”Aritmetik del 1”).

### 6.3 Avslutande reflektion

Studien visar, genom intervjuerna, att multiplikationsprojektets syfte till stor del är i linje med den forskning om elevers lärande av multiplikation som refereras till i kapitel Bakgrund. För att fler elever ska nå målen är det viktigt att de behärskar multiplikationstabellen (Löwing 2008, s. 165). Att ha befäst tabellen är en viktig grund inom matematiken (Löwing & Kilborn 2003, s. 101). Strategin inom projektet, att låta eleverna träna multiplikation praktiskt och genom att använda många sinnen och på så sätt öka förståelsen och motivationen hos eleverna, går också hand i hand med forskningen, då bland annat McIntosh beskriver att förståelsen för multiplikationen blir bättre genom den praktiska träningen (McIntosh 2009, s. 103-104).

Eleverna i årskurs 5 ser värdet i en automatiserad multiplikationstabell, då de berättar att det går fortare i de multiplikationer som de automatiserat när de inte behöver använda lathunden. Eleverna förstår på så sätt att med en förtrogenhet med multiplikationstabellen skulle de räkna algoritmer både snabbare och smidigare (Kilborn 1989, s. 76-77). Eleverna i årskurs 2 har en relativt enad syn på sitt multiplikationslärande. De flesta av dessa elever behärskar bara upp till och med 2:ans tabell. Vissa av dem tänker multiplikation som upprepad addition, någon beskriver att den tänker 2:ans tabell genom att ”hoppa 2-hopp”, vilket är en variant av upprepad addition. I och med projektet tränas eleverna i årskurs 2 genom mer praktiska och verklighetsförankrade multiplikationsövningar (Unenge 1999, s. 120-121). Lärarnas syn på en automatiserad multiplikationstabell är att den är nödvändig (LB) och viktig för kommande matematik (LA). Lärare LB avslutar intervjun med en sammanfattning av projektets ändamål: ”De (eleverna) ska befästa multiplikationstabellen, det är sådant viktigt redskap att ha med sig”.

Denna studie är relevant för lärare som undervisar i matematik i grundskolans tidiga år. Resultatet av studien är intressant då det bland annat visar på ett exempel där en lärare berättar om hur en elevs multiplikationskunskaper utvecklas i och med projektet. Resultatet visar också hur multiplikationsundervisningen kan göras roligare och framförallt mer motiverande för elever. Genom motivation och ett intresse för matematik hos eleverna kommer ofta också ett lärande

(Firsov 2006, s. 156). Det är en sådan motivation och ett sådant intresse som lärarna i projektet har ansträngt sig för att nå hos eleverna, genom att till viss del förändra pedagogiken i undervisningen, men också genom att ge mer tid till multiplikationsträning.

#### **6.4 Förslag på vidare studier**

Utifrån resultatet av denna studie är det intressant med en uppföljningsstudie där detta projekt utvärderas på ett liknande sätt om 3-4 år, då eleverna i årskurs 2 i denna studie går i åk 5 eller åk 6 och är tänkta att ha automatiserat multiplikationstabellen. Genom en sådan uppföljningsstudie kan även effekten av inläringen i *Multiplikationsklubben* utvärderas, något som är omöjligt att genomföra nu, då undervisningen utgått från *Multiplikationsklubben* i endast drygt en månad. Under denna period då jag genomfört min undersökning har även den andra skolan som deltar i projektet kommit igång med den nya undervisningsmetoden, vilket skulle ge en större möjlighet till urval vid datainsamling och på så sätt ge ett säkrare resultat.



## Referenser

- Adler, Björn & Adler, Hanna (2006). *Neuropedagogik: om komplicerat lärande*. Lund: Studentlitteratur.
- Asmervik, Sverre; Ogden, Terje & Rygvold, Anne-Lise (2001). *Barn med behov av särskilt stöd: grundbok i specialpedagogik*. Lund: Studentlitteratur.
- Bentley, Per Olof (2009-05). *Filmer om matematik från TIMSS 2007*. Skolverket. Hämtat 2012-04-23: <http://www.skolverket.se/skolutveckling/amnesutveckling/matematik/lankar/filmer-om-matematik-fran-timss-2007-1.106571>
- Bergqvist, Ewa; Bergqvist, Tomas; Boesen, Jesper; Helenius, Ola; Lithner, Johan; Palm, Torulf & Palmberg, Björn (2010). *Matematikutbildningens mål och undervisningens ändamålsenlighet: grundskolan våren 2009*. Göteborg: Nationellt Centrum för Matematikutbildning.
- Butterworth, Brian (2000). *Den matematiska människan: om vår medfödda förmåga att räkna - och om siffrornas roll i vår kultur och historia*. Stockholm: Wahlström & Widstrand.
- Doverborg, Elisabet & Pramling Samuelsson, Ingrid (2000). *Att förstå barns tankar: metodik för barnintervjuer*. Stockholm: Liber.
- Firsov, Victor (2006). Måste man vara intresserad av matematik? I: Boesen, Jesper; Emanuelsson, Göran; Ryding, Ronnie; Wallby, Anders & Wallby, Karin (red), *Lära och undervisa matematik – internationella perspektiv*. S. 155-164. Göteborg: Nationellt Centrum för Matematikutbildning.
- Hedrén, Rolf (2000). *Social konstruktivism i elementär aritmetik : kan elever i år 2-5 göra skriftliga beräkningar utan de traditionella uppställningarna?* Falun: Högskolan Dalarna.
- Heirdsfield, Ann M.; Cooper, Tom J.; Mulligan, Joanne & Irons, Calvin J. (1999) Children's mental multiplication and division strategies. In Zaslavsky, Orit, Eds. *Proceedings of the 23rd Psychology of Mathematics Education Conference*. S. 89-96. Haifa, Israel.
- Johnsen Høines, Marit (2000). *Matematik som språk. Verksamhetsteoretiska perspektiv*. Malmö: Liber ekonomi.
- Kilborn, Wiggo (1989). *Didaktisk ämnesteorin i matematik 1: grundläggande aritmetik*. Stockholm: Utbildningsförlaget/Liber-Hermods.
- Kiselman, Christer & Mouwitz, Lars (2008). *Matematiktermer för skolan*. Göteborg: Nationellt Centrum för Matematikutbildning.
- Kvale, Steinar & Brinkmann, Svend (2009). *Den kvalitativa forskningsintervjun*. Lund: Studentlitteratur.
- Lunde, Olav (2011). *När siffrorna skapar kaos: matematiksvårigheter ur ett specialpedagogiskt perspektiv*. Stockholm: Liber.
- Löwing, Madeleine (2009). *Grundläggande aritmetik: matematikdidaktik för lärare*. Lund: Studentlitteratur.
- Löwing, Madeleine & Kilborn, Wiggo (2002). *Baskunskaper i matematik: för skola, hem och samhälle*. Lund: Studentlitteratur.
- Löwing, Madeleine & Kilborn, Wiggo (2003). *Huvudräkning: en inkörsport till matematiken*. Lund: Studentlitteratur.
- Malmer, Gudrun (2002). *Bra matematik för alla: nödvändig för elever med inläringsvårigheter*. Lund: Studentlitteratur.
- Maltén, Arne (2002). *Hjärnan och pedagogiken: ett samspel*. Lund: Studentlitteratur.
- McIntosh, Alistair (2009). *Förstå och använda tal – en handbok*. Göteborg: Nationellt centrum för matematikundervisning (NMC), Göteborgs universitet.
- McIntosh, Alistair; Reys, Barbara J. & Reys, Robert E. (1997). Mental Computation in the Middle Grades: The Importance of Thinking Strategies. *Mathematics Teaching in the Middle School*, Vol. 2, No. 5 (MARCH-APRIL 1997). S. 322-327. National Council of Teachers of Mathematics. Hämtat 2012-06-08

- <http://www.jstor.org/discover/10.2307/41181582?uid=3738984&uid=2129&uid=2&uid=70&uid=4&sid=21100840886681>
- Nationalencyklopedin (2012). *Minne*. Hämtat 2012-04-25:  
<http://www.ne.se.www.bibproxy.du.se/lang/minne/256601>
- Nationalencyklopedin (2012). *Multiplikation*. Hämtat 2012-05-03:  
<http://www.ne.se.www.bibproxy.du.se/lang/multiplikation>
- Nationalencyklopedin (2012). *Multiplikationstabell*. Hämtat 2012-04-25:  
[http://www.ne.se.www.bibproxy.du.se/sve/multiplikationstabell?i\\_h\\_word=multiplikationstabell](http://www.ne.se.www.bibproxy.du.se/sve/multiplikationstabell?i_h_word=multiplikationstabell)
- Oxford Reference Online (2012). *Commutative*. Hämtat 2012-05-03:  
[http://www.oxfordreference.com.www.bibproxy.du.se/views/SEARCH\\_RESULTS.html?y=0&q=commutative&category=t142&cx=0&ssid=1273783912&scope=book&time=0.839748917579261](http://www.oxfordreference.com.www.bibproxy.du.se/views/SEARCH_RESULTS.html?y=0&q=commutative&category=t142&cx=0&ssid=1273783912&scope=book&time=0.839748917579261)
- Patel, Runa & Davidson, Bo (2011). *Forskningsmetodikens grunder: att planera, genomföra och rapportera en undersökning*. Lund: Studentlitteratur.
- Skolverket (2003). *Lusten att lära - med fokus på matematik. Nationella kvalitetsgranskningar 2001-2002*. Stockholm: Fritzes.
- Skolverket (2004). *Timss 2003: Svenska elevers kunskaper i matematik och naturkunskap i skolor 8 i ett nationellt och internationellt perspektiv*. Stockholm: Fritzes.
- Skolverket (2010). *Rustad att möta framtiden? PISA 2009 om 15-åringars läsförståelse och kunskaper i matematik och naturvetenskap*. Stockholm: Fritzes.
- Skolverket (2011a). *Läroplan för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet 2011*. Stockholm: Fritzes.
- Skolverket (2011b). *Allmänna råd för planering och genomförande av undervisningen - för grundskolan, grundsärskolan, specialskolan och sameskolan*. Stockholm: Fritzes.
- Skolverkets hemsida (2010). *Försämrade matematikresultat i PISA*. Hämtat 2012-05-24:  
<http://www.skolverket.se/skolutveckling/amnesutveckling/matematik/2.1309/2.319/forsamrade-matematikresultat-i-pisa-1.120157>
- Sterner, Görel & Lundberg, Ingvar (2002). *Läs- och skrivsvårigheter och lärande i matematik*. Göteborg: Nationellt centrum för matematikundervisning (NMC), Göteborgs universitet.
- Trost, Jan (2010). *Kvalitativa intervjuer*. Lund: Studentlitteratur.
- Unenge, Jan (1988). *Matematikdidaktik för grundskolan*. Lund: Studentlitteratur.
- Unenge, Jan (1999). *Skolmatematiken i går, i dag och i morgon: med mina ögon sett*. Stockholm: Natur & Kultur.
- Unenge, Jan; Wyndhamn, Jan & Sandahl, Anita (1994). *Lära matematik: om grundskolans matematikundervisning*. Lund: Studentlitteratur.
- Vetenskapsrådet (2002). *Forskningsetiska principer inom humanistisk-samhällsvetenskaplig forskning*. Stockholm: Vetenskapsrådet

## Bilaga 1: Brev till föräldrar

### Brev till föräldrar

---

Hej alla föräldrar.

Jag heter Jonas Persson och läser till lärare på högskolan och gör min praktik på \*\*\*\*\*.

Under våren så ska jag skriva mitt examensarbete om ett matteprojekt som bedrivs av \*\*\*\*\* tillsammans med \*\*\*\*\*.

Inom mitt examensarbete kommer jag att observera och intervjua barnen i årskurs 2 och 5 om detta matteprojekt. Till min hjälp kommer jag använda mig utav ljudinspelning i intervjuerna med barnen.

Jag kommer inte att nämna några namn i mitt examensarbete. I mitt arbete är barnen och skolan anonyma.

Jag hoppas att Ni föräldrar tillåter mig att intervjua barnen, därför ber jag er som godkänner detta att skriva under detta blad och skicka tillbaka det till \*\*\*\*\*.

Tack på förhand.

**Jonas Persson**



Barnets namn: \_\_\_\_\_

Mitt/mina barn får delta

Mitt/mina barn får inte delta

Underskrift: \_\_\_\_\_

## Bilaga 2: Intervjufrågor

### Frågor till intervjuerna

*Inför varje intervju: Presentera elevens anonymitet, frivillighet, att det spelas in och erbjud lärarna den slutliga uppsatsen.*

Intervjufrågor till 2:orna:

1. Vad är matematik?
2. Vad är multiplikation?
3. Har du lärt dig att räkna gånger/multiplikation?
4. Hur tänker du när du räknar multiplikation? (använder fingrarna, tänker på ett speciellt sätt?)
5. Berätta hur du räknar ut 6 gånger 7.
6. Hur tränar du multiplikationstabellen? Är den svår? Rolig?
7. Är det lättare att lära sig multiplikation genom det nya multiplikationsprojektet? Är det roligare?

Intervjufrågor till 5:orna:

1. Vad är multiplikation?
2. Vad tycker du om multiplikation? Är det lätt eller svårt? Vad är svårt?
3. Vilka multiplikationer från tabellen kan du?
4. Vilka multiplikationer är svåra?
5. Använder du multiplikationstabellkunskaperna mycket i matten?
6. Berätta hur det känns med multiplikationen, behöver du använda den färdiga lathunden när du räknar multiplikation?
7. Om du inte använder lathund tar det längre tid då?
8. Berätta hur du tänker när du räknar ut 6 gånger 7.
9. Använder du fingrarna eller tänker du på ett visst vis när du räknar multiplikation utan färdig lathund? (Följdfråga på fråga 8)
10. Vet du vad decimaltal är? (annars förklarar jag)
11. Har du börjat multiplicera med det ännu? Hur går det? Hur tänker du?

Intervjufrågor till läraren i årskurs 2 som implementerat projektet i sin klass:

1. Vad är multiplikation?
2. Hur skiljer sig multiplikation från addition, subtraktion och division?
3. Varför är multiplikation viktigt med tanke på projektets inriktning?
4. Vad blir/är skillnaden för eleverna i multiplikationsinläringen i nya projektet jämfört med tidigare undervisning?
5. Ser du någon effekt av implementeringen av det nya projektet? Blir tabellkunskapen djupare och eleverna får mer förståelse? Motiverar det eleverna mer?
6. Vissa forskare fokuserar på strategier och andra på talfakta när det kommer till multiplikationsinläring, hur tänker du om det?
7. Vad syftar projektet till?
8. Hur tänker eleverna och hur lär de in multiplikationstabellen? (utifrån fråga 6)

Intervjufrågor till en av lärarna som arbetat med projektet:

1. Vad är multiplikation?
2. Hur skiljer sig multiplikation från addition, subtraktion och division?
3. Varför är multiplikation viktigt?
4. Av vilken/vilka anledningar valde ni att genomföra detta projekt?
5. Vad innehåller materialet i det nya multiplikationsprojektet?
6. Vad blir/är skillnaden för eleverna i multiplikationsinläringen i nya projektet jämfört med tidigare undervisning?
7. Varför undervisa multiplikation på det nya sättet?
8. Vissa forskare fokuserar på strategier och andra på talfakta när det kommer till multiplikationsinläring, hur tänker du om det?
9. Vad syftar projektet till?
10. Hur tänker eleverna och hur lär de in multiplikationstabellen? (utifrån fråga 8)