



HÖGSKOLAN
DALARNA

Examensarbete

Avancerad nivå

Gymnasieelevers uppfattningar om algebra och problemlösning



En undersökning med utgångspunkt i elevernas kön, slutbetyg i grundskolan och val av gymnasieprogram

Författare: Annika Ax
Handledare: Lovisa Sumpter
Examinator: Maria Bjerneby Häll
Termin: HT 2012
Program: Lärarprogrammet
Ämne/huvudområde: Pedagogiskt arbete
Poäng: 15 hp

Högskolan Dalarna
791 88 Falun
Sweden
Tel 023-77 80 00

Sammanfattning

Syftet med den här uppsatsen är att undersöka elevers uppfattningar om algebra och problemlösning samt granska hur dessa uppfattningar påverkas beroende på elevernas val av gymnasieprogram, kön och slutbetyg i grundskolan. Syftet är vidare att ta reda på vilka eventuella hinder och svårigheter eleverna själva uppfattar då de använder algebra för att lösa matematiska problem. Som metod för att söka svar på syfte och frågeställningar har valts att genomföra en enkätundersökning med elever som går första året på gymnasiet och som läser antingen naturvetenskapsprogrammet eller bygg- och anläggningsprogrammet. Enkätundersökningen består av två delar, en del som undersöker elevers uppfattningar om matematik i allmänhet och algebra och problemlösning i synnerhet, samt en del som försöker reda ut vilka svårigheter eleverna uppfattar då de ska lösa matematiska problem med algebra. Svaren sammanställs genom en analys av vilka eventuella skillnader och likheter som finns beroende på elevernas val av gymnasieprogram, kön och betyg i grundskolan. Resultatet visar på att elever på naturvetenskapsprogrammet som hade MVG i betyg i grundskolan har en mer positiv inställning till algebra och problemlösning i jämförelse med elever från bygg- och anläggningsprogrammet som fått G i betyg. Vad gäller elevernas kön finns det inte några indikationer på att denna faktor har någon större påverkan på deras uppfattningar. Resultatet kan vara en indikation på att elevernas uppfattningar främst påverkas av deras förståelse för det algebraiska tankesättet. Det eleverna upplever som svårast när de ska lösa problem med hjälp av algebra är att översätta den skrivna texten till en algebraisk framställning. När eleverna löser matematiska problem indikerar även resultatet att de till stor del styrs av sina förväntningar och förutfattade föreställningar om uppgiften. Resultatet ger en indikation om att eleverna behöver arbeta mer med problemlösning i olika former för att genom det kunna träna upp sin resonemangsförmåga och sin förmåga att behärska alla de tre faserna, översättning, omskrivning och tolkning, i den algebraiska cykeln.

Sökord: Matematik, algebra, problemlösning, uppfattningar, enkätundersökning.

Innehållsförteckning

1	Inledning.....	1
1.1	Syfte	1
2	Bakgrund	3
2.1	Algebraiskt tänkande	3
2.2	Matematiska problem.....	4
2.3	Algebra som verktyg vid problemlösning	4
2.4	Elevers uppfattningar om algebra och problemlösning.....	8
2.5	Sammanfattning bakgrund	9
3	Metod.....	11
3.1	Datainsamlingsmetod.....	11
3.1.1	Utformning av enkät.....	11
3.2	Genomförande.....	13
3.2.1	Urval och avgränsningar.....	13
3.3	Analysmetod.....	14
3.4	Metoddiskussion	15
4	Resultat	17
4.1	Uppfattningar om algebra och problemlösning	17
4.2	Svårigheter med att använda algebra vid problemlösning	23
4.3	Sammanfattning resultat	25
5	Diskussion.....	27
5.1	Elevers uppfattningar om algebra och problemlösning.....	27
5.2	Elevernas uppfattningar om svårigheterna med att lösa matematiska problem med hjälp av algebra.....	28
6	Slutsats.....	31
	Litteraturförteckning.....	32
	Bilaga 1: Enkät - Attityder till algebra	
	Bilaga 2: Problemuppgift - Handla kläder	
	Bilaga 3: Enkät - Uppfattade svårigheter	

1 Inledning

Undervisningen i ämnet matematik ska syfta till att eleverna utvecklar förmåga att arbeta matematiskt. Det innefattar att utveckla förståelse av matematikens begrepp och metoder samt att utveckla olika strategier för att kunna lösa matematiska problem och använda matematik i samhälls- och yrkesrelaterade situationer. (Skolverket, 2011, s. 90)

Elever har i allmänhet en uppfattning om att det är viktigt med matematik men deras motivation att lära sig och ta till sig ny matematisk kunskap är ofta starkt knuten till att de ser en nytta och en mening med det de gör (Skolverket, 2003, s. 22). Algebra och algebraiskt tänkande innefattar ofta abstrakta resonemang som kan vara svåra för eleverna att förstå vilket leder till att flera ser det som att den för dem meningsfulla matematiken inte innefattar ”räkning med x ” (ibid.).

Trots att algebran som kunskapsområde i vissa fall blir ifrågasatt finns det flera anledningar till varför det är ett relevant område inom matematiken. En av anledningarna är att det är en viktig del i det matematiska kunnandet och i den generella kunskapsbank som varje medborgare i ett utbildat demokratiskt samhälle har rätt till. En ytterligare aspekt är att algebran erbjuder effektiva lösningsmetoder då vi löser vissa typer av matematiska problem (MacGregor, 2004, s. 318). Ser vi då till läroplanens mål med elevernas matematikutbildning har vi belägg för att hävda att eleverna bör bli erbjudna att lära sig algebra åtminstone för detta avseende. Läroplanens syftemål är formulerade på så sätt att eleverna ska ha lärt sig olika strategier för att kunna lösa matematiska problem och de mest effektiva strategierna innefattar ofta att vi räknar med någon form av symboler, någon form av algebra (Skolverket, 2011, s. 90).

Dilemmat som finns idag är att vi i allmänhet är för dåligt hemmastadda med det algebraiska tänkandet för att känna att vi har förmågan att använda oss av dess tekniker då vi stöter på problem i vår vardag. De flesta människor uppfattar att det är lättare att lösa matematiska problem med hjälp av aritmetik då de känner sig osäkra på de algebraiska metoderna. Algebra är bara användbart vid problemlösning om metoderna lärs ut på ett sådant sätt att vi dels känner igen i vilka situationer vi kan använda dem och dels känner oss säkra på hur vi ska använda dem (MacGregor, 2004, s. 320-321).

Så, trots att det är uppenbart att det finns ett syfte med att eleverna ska lära sig algebra och att ett av dessa syften är för att det underlättar vid matematisk problemlösning, kvarstår problemet att eleverna i vissa fall saknar förmågan att fullt ut utnyttja de metoder som algebran erbjuder. Vi som lärare kan hävda att de effektiviserar lösandet, men uppfattar eleverna själva att de blir hjälpta av att använda algebra då de löser problem inom matematiken? Hur väl uppfattar eleverna att de behärskar det algebraiska tänkandet och vari ligger egentligen svårigheterna?

1.1 Syfte

Syftet med den här uppsatsen är att undersöka elevers uppfattningar om algebra och problemlösning samt granska hur dessa uppfattningar kan relateras till elevers kön, slutbetyg i grundskolan och val av gymnasieprogram. Syftet är vidare att ta reda på vilka eventuella hinder och svårigheter eleverna själva uppfattar då de använder algebra för att lösa matematiska problem.

Frågeställningar:

- Vilka uppfattningar har eleverna om algebra och problemlösning?
- Om och i så fall hur kan elevernas uppfattningar relateras till deras kön, betyg i grundskolan och val av gymnasieprogram?
- Vilka eventuella hinder och svårigheter uppfattar eleverna då de ska lösa matematiska problem med hjälp av algebra?

2 Bakgrund

2.1 Algebraiskt tänkande

För att kunna använda algebra vid problemlösning krävs att eleverna behärskar det algebraiska tänkandet. Det finns tre viktiga förmågor som eleverna ska utveckla för att anses kunna tänka algebraiskt. Dessa är:

1. Förmågan att kunna använda ett symboliskt språk, att förstå algebra som generaliserad aritmetik och att förstå algebra som studiet av matematiska strukturer.
2. Förmågan att förstå och kunna tyda likheter och algebraiska ekvationer samt att tillämpa kunskapen om dessa vid verklighetsanknuten problemlösning.
3. Förmågan att se samband då mönster växer, härleda funktioner och tillämpa matematiska modeller. (Crawford, 2001, s. 192)

Genom denna definition kan utläsas att algebra består av flera olika aspekter eller perspektiv. Bell (1996, s. 169) visar på fyra sådana perspektiv vilka återspeglas i de nyss nämnda förmågorna.

Generaliseringsperspektivet

Algebran används för att göra generaliseringar, för att uttrycka mönster och regelbundenheter.

Problemlösningsspektivet

Algebran används för att lösa problem.

Modelleringsperspektivet

Algebran används för att skapa modeller av verkliga eller tänkta situationer.

Funktionsperspektivet

Algebran uttrycker samband mellan variabler. (Bell, 1996, s. 169)

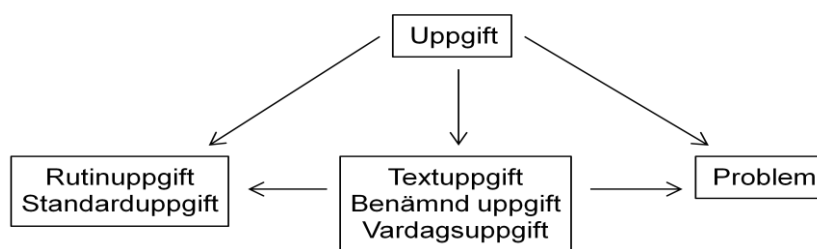
Med utgångspunkt i syftet kommer fokus i denna uppsats att ligga på algebra utifrån problemlösningsspektivet. Valet av perspektiv innebär att undersökningen kommer att fokusera på hur algebra används för att lösa matematiska problem.

Då vi diskuterar algebra och algebraiskt tänkande är det av vikt att klargöra skillnaden mellan algebra som kunskapsområde och algebraiska resonemang. Denna åtskillnad innebär att det finns en olikhet i hur vi kan uppfatta algebra och att detta i sin tur kan påverka hur vi väljer att bemöta den kunskap vi förväntas lära in, eller lära ut. I sin definition menar Kaput (2008, s. 8-9) att algebra å ena sidan kan ses som ett oberoende och fristående kunskapsområde. Utifrån den här aspekten föreställer vi oss algebra som en särskild gren inom matematiken, precis som andra delar inom det matematiska området innefattar algebran en mängd lagar och regler som vi bör kunna och det är framför allt dessa vi refererar till när vi tänker på algebra som kunskapsområde. Kaput (ibid.) menar å andra sidan att vi kan betrakta algebra som ett slags resonemang. I den aspekten betonar vi istället algebran som en mänsklig aktivitet och algebran ses där som något vi ständigt skapar och omskapar. Ser vi på algebra som ett slags resonemang anser vi att det är viktigt hur eleverna tänker och går tillväga medan om vi ser på algebra som ett fristående matematiskt område har människorna runt omkring inte samma betydelse. Båda aspekterna av algebra är viktiga och användbara, vilken aspekt vi väljer beror på sammanhanget och på vad vi vill uppnå (Kaput, 2008, s. 8-9).

Med hänsyn till den åtskillnad som görs mellan algebra som kunskapsområde och algebraiska resonemang kan klargöras att i den här uppsatsen kommer algebra framför allt att betraktas utifrån att det är en mänsklig aktivitet. Kunskapen om algebra kommer i undersökningen inte att ses som någonting statiskt som vi förvärvar utan istället som någonting som växer fram utifrån vad vi gör och hur vi resonerar.

2.2 Matematiska problem

En uppgift inom matematik kan innefatta en mängd olika slags övningar i varierande svårighetsgrad. Nedan ses en definition där det görs en uppdelning mellan tre olika typer av uppgifter.



Figur 1. Olika typer av uppgifter och deras förhållande till varandra. (Hagland m.fl., 2005, s. 27)

Rutinuppgifter innebär ren färdighetsträning för eleven medan textuppgifterna försöker visa på en tillämpning av matematiken och/eller leda till en matematisk modell. En textuppgift kan vara ett problem om den uppfyller vissa villkor. För att en uppgift ska ses som ett problem krävs det enligt denna definition att:

1. Personen vill eller behöver lösa uppgiften.
2. Personen i fråga inte har en på förhand given procedur för att lösa uppgiften.
3. Det krävs en ansträngning av honom eller henne att lösa uppgiften.

(Hagland m.fl., 2005, s. 27)

Ett problem är med andra ord ingenting statiskt eller konstant. En uppgift kan vara ett problem för en person men en rutinuppgift för en annan (ibid. s. 28).

2.3 Algebra som verktyg vid problemlösning

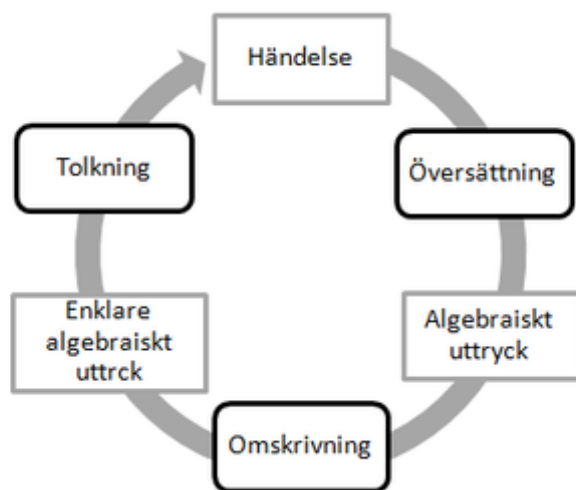
Algebra är ett stort område inom matematiken och kan delas in efter fyra olika aspekter eller perspektiv; generaliseringsperspektivet, problemlösningsspektivet, modelleringsperspektivet och funktionsperspektivet, precis som det skrivits om tidigare (Bell, 1996, s. 169). De olika aspekterna av algebra leder till att vi beroende på situationen har olika synsätt på bokstavssymbolerna. Vi utför olika typer av aktiviteter och vi har olika förhållningssätt. Det som i just det här fallet är intressant med de olika perspektiven är det faktum att det för eleverna till en början inte alltid är så lätt att skilja dem åt. Detta i sin tur kan leda till missförstånd som får konsekvenser för deras algebraiska förståelse (Persson, 2010, s. 48).

Utifrån de olika perspektiven på algebra kan vi se att bokstavssymbolerna används med olika utgångspunkt beroende på vilket perspektiv vi antar. Det finns framför allt tre grundläggande områden för hur vi använder en bokstavssymbol. Bokstavssymbolen kan användas som: ett okänt tal, ett generaliserat tal eller som ett tal i ett funktionssammanhang. I det första fallet står alltså bokstavssymbolen för ett okänt, specifikt tal medan den i de andra fallen står för ett godtyckligt

tal som kan variera, en variabel. Bokstavssymbolen när den används som ett generaliserat tal representerar en godtycklig variabel, det är med andra ord en generell, obestämd storhet, som kan anta vilket värde som helst. När bokstavssymbolen används i ett funktionssammanhang måste vi förstå att variablerna inte är godtyckliga längre utan det finns en koppling mellan dem. Den ena variabeln är beroende av den andra (Persson, 2010, s. 36-37). Enligt Bergsten m.fl. (1997, s. 19) är det lättare för eleverna att uppfatta bokstavssymbolen som ett okänt tal medan det för många är svårare att förstå den som en variabel.

Ytterligare ett problem som de olika perspektiven kan skapa är att eleverna har svårt att uppfatta skillnaden mellan att de algebraiska uttrycken ibland står för ett objekt och ibland för en process. Objekt-process problematiken är välkänd inom matematikdidaktisk forskning och bland annat Sfard (1991) har forskat mycket kring detta. Vid flera tillfällen i matematiken stöter vi på problem med att ett uttryck kan tolkas på två olika sätt. Ett och samma uttryck kan ibland stå för ett färdigt objekt medan det i andra fall är en del i en process, en operation som ska lösas. Till exempel så kan $4x+3$ ibland vara svaret på en uppgift medan samma uttryck i andra fall ska lösas med avseende på den okända bokstavssymbolen. Sfard (1991, s. 4-5) menar att svårigheterna i objekt-process problematiken ligger i att eleverna måste ha förmågan att kunna se ett algebraiskt uttryck som en helhet. Trots att vi inte fått ett entydigt svar, i den meningen att vi har fått ett bestämt värde på x , så kan ett algebraiskt uttryck tolkas och berätta saker för oss. Många elever har svårt att göra denna tolkning och uppfattar endast de matematiska tecknen som en uppmaning om att slutföra en beräkning. En elevs lösning på problemet $4x+3$ kan då exempelvis bli $7x$. Denna specifika svårighet kallas för *bristande avslut* och beror på att eleven inte kan se uttrycket som ett färdigt, algebraiskt objekt, utan bara som en process (Persson, 2010, s. 47).

Eftersom den här uppsatsen utgår från problemlösningsperspektivet kommer vi nu gå in djupare på vilka problem eleven kan stöta på när han eller hon löser ett matematiskt problem med hjälp av algebra. När en elev löser ett matematiskt problem med hjälp av algebra sägs eleven genomgå tre olika faser som ingår i en så kallad algebraisk cykel (Bergsten m.fl., 1997, s. 15).



Figur 2. Den algebraiska cykeln. (Bergsten m.fl., 1997, s. 15)

Fas 1 Översättning

Översättningsfasen innebär att eleven har fått en händelse eller ett problem och han eller hon ska nu översätta den skrivna eller sagda utsagan till ett matematiskt och algebraiskt språk. Eleven ska alltså översätta det skrivna ordet till ett uttryck med symboler.

Exempel (Bergsten m.fl, 1997, s. 16):

Sven: *Ge mig åtta kronor, så har vi sen lika mycket!*

Åsa: *Om du istället ger mig åtta kronor, så kommer jag sen att ha dubbelt så mycket som du.*

Hur mycket pengar hade egentligen Åsa och Sven?

Problemet översätts till två ekvationer där Åsa har x kronor och Sven har y kronor.

$$\begin{cases} x - 8 = y + 8 \\ x + 8 = 2 \cdot (y - 8) \end{cases}$$

Fas 2 Omskrivning

Omskrivningsfasen innebär att eleven skriver om sitt uttryck och förenklar det så mycket det går.

Exempel (Bergsten m.fl, 1997, s. 16):

Ekvationerna bearbetas med hjälp av algebraisk omskrivning.

$$x - 8 = y + 8 \rightarrow x = y + 16$$

$$x + 8 = 2 \cdot (y - 8) \rightarrow x = 2y - 24$$

Detta ger oss sedan ett värde på x och y .

$$y + 16 = 2y - 24 \rightarrow y = 40$$

$$x = y + 16 \rightarrow x = 40 + 16 \rightarrow x = 56$$

Fas 3 Tolkning

Den avslutande tolkningsfasen innebär att eleven försöker tolka resultatet eller det symboluttryck som framkommit. Detta kan innebära att eleven översätter symboluttrycket till vanligt språk eller kanske att eleven ritar en bild eller figur.

Exempel (Bergsten m.fl, 1997, s. 16):

Vi tolkar vårt resultat $x = 56$ och $y = 40$ i vanligt språk som att Åsa hade 56 kronor och Sven hade 40 kronor.

Alla de tre faserna i den algebraiska cykeln är lika viktiga och länkarna i kedjan är beroende av varandra. Bergsten m.fl. (1997, s. 16) menar att vi i skolan har lagt väldigt mycket tid på omskrivningsfasen vilket lett till att många elever upplevt att arbetet med algebra har varit dubbelt meningslöst. Eftersom faserna översättning och tolkning har försummats innebär det att vissa elever har *"räknat med symboler som saknar mening och med regler man inte förstår varför de fungerar eller varför de överhuvudtaget finns"* (ibid. s. 16-17). Det är först när vi förstår och behärskar alla de tre faserna som vi fullt ut kan börja lösa problem med hjälp av algebra. Det är först när vi förstår varför vi gör något som arbetet blir meningsfullt (Skolverket, 2003, s. 26). Kieran (1997) utgår

från en liknande modell över vilka olika faser eleven genomgår i sin utveckling mot att behärska problemlösning med hjälp av algebra. Det svåraste momentet för eleverna visar sig där vara översättningsfasen. När vi ska lösa ett problem med hjälp av algebra ligger det största hindret i att översätta den skrivna eller verbala framställningen till en algebraisk sådan.

Drijvers (2003) har i sin avhandling sammanställt några huvudorsaker till varför eleverna uppfattar problemlösning med algebra som svårt.

1. Den *formella*, algoritmiska karaktären hos algebraiska procedurer som eleven inte kan relatera till *informella* och meningsfulla sammanhang. (Drijvers, 2003, s. 41)

Undervisningen lägger för mycket tid på att rutinmässigt öva in formella algebraiska procedurer och metoder. En stor svårighet för eleverna ligger i att koppla de formella algebraiska uttrycken till de informella sammanhang och situationer som de är hämtade ifrån. Svårigheten finns även åt andra hållet, precis som det skrivits om tidigare. Många elever har svårt att skapa formella algebraiska uttryck av informella händelser (ibid. s. 42).

2. Den *abstrakta* nivån på vilken problem löses jämfört med de *konkreta* situationer de kommer från, och bristen på mening som eleven lägger i de matematiska objekten på den abstrakta nivån. (Drijvers, 2003, s. 41-42)

Svårigheten här ligger i att eleven måste öva upp en förmåga att kunna röra sig mellan den abstrakta och den konkreta världen. I den algebraiska cykeln återfinns denna svårighet i alla de tre faserna men kanske främst i översättningsfasen (Bergsten m.fl., 1997, s. 16-18). Om eleven inte vill eller har förmågan att ta steget från den konkreta verkligheten förloras mycket av algebrans möjligheter att göra abstraktioner och generaliseringar (Drijvers, 2003, s. 43).

3. Behovet av att vara medveten om den *övergripande* problemlösningstrategin, samtidigt som man utför de *elementära* algebraiska procedurerna som är en del i den. (Drijvers, 2003, s. 42)

Ibland kan eleverna behöva koncentrera sig så mycket på de enskilda algebraiska procedurerna vilket gör att de tappar bort vilken betydelse de har för problemet i stort (ibid. s. 43). Exempelvis skulle detta i förlängningen kunna leda till problem i den algebraiska cykelns avslutande tolkningsfas (Bergsten m.fl., 1997, s. 16).

4. Det kompakta *algebraiska språket* med dess specifika konventioner och symboler, till skillnad mot det *naturliga språket* eleven använder vid kommunikation med andra. (Drijvers, 2003, s. 42)

För att lösa problem med hjälp av algebra krävs inte bara bra taluppfattning utan även bra symboluppfattning. Eleverna måste alltså ha en förmåga att kunna ge mening och struktur åt symboler, uttryck och formler (ibid. s. 43-44). I och med att det algebraiska språket på många sätt skiljer sig från det naturliga språk vi är vana vid kan det i de fall detta upplevs som svårt uppstå problem med det som i den algebraiska cykeln kallas för översättningsfasen (Bergsten m.fl., 1997, s. 16-17).

5. *Objekt*-karaktären hos algebraiska formler och uttryck, medan eleven ofta uppfattar dem som *processer* eller handlingar. (Drijvers, 2003, s. 42)

Objekt-process problematiken har redan diskuterats, som sammanfattning kan därför istället poängteras att alla de motsatspar som berörts ovan skapar spänningar som på något sätt måste överbryggas för att eleven ska förstå hur, och varför, algebran kan bli ett smidigt och effektivt verktyg vid problemlösning (Persson, 2010, s. 47).

2.4 Elevers uppfattningar om algebra och problemlösning

Elevernas uppfattningar och inställning till matematik har visat sig ha stor inverkan på deras förmåga till lärande (Pehkonen, 2001, s. 238). Dessa tycks ofrånkomligt påverka varandra och bildar en slags cirkel där elevernas erfarenheter av matematikinläringen å ena sidan påverkar och formar deras uppfattningar medan uppfattningarna å andra sidan påverkar elevernas beteenden och förmåga att lyckas i inläringssituationerna (Spangler, 1992, s. 148).

Begreppet uppfattningar är mångfacetterat och kan innefatta olika saker beroende på hur det definieras. I den här uppsatsen används en bred definition av begreppet vilket innebär att en elevs uppfattningar här ses som ”*conscious or subconscious beliefs, concepts, meanings, rules, mental images, and preferences concerning the discipline of mathematics*” (Thompson, 1992, s. 132). Elevernas uppfattningar består i det här sammanhanget av föreställningar, värderingar och attityder och det görs inte någon åtskillnad på om deras ursprung är rent känslomässiga eller bygger på en mer medveten tankeverksamhet.

Vid en studie av vilka vedertagna uppfattningar elevernas matematiska resonemang vilar på framkommer att det framför allt finns tre aspekter som styr då eleverna ska ta viktiga beslut i problemlösning (Sumpter, 2009, s. 28-29). För det första spelar elevens *förväntningar* på både uppgiften och resultatet en stor roll då eleven ska resonera sig fram till en lösning på ett matematiskt problem. Exempelvis kan en viss typ av uppgift skapa förväntningar hos eleven på en viss typ av svar. För det andra drivs elevens *motivation* av en tillfredsställelse kopplad till att hitta ett mönster för vilken lösningsmetod som ska användas till vilken typ av uppgift, och för det tredje är denna motivation nära sammankopplad med den känsla av *säkerhet* som eleverna upplever då de hittat ett mönster som de har möjlighet att memorera. Förväntningar, motivation och säkerhet är med andra ord faktorer som till stor del styr elevernas matematiska resonemang. Troligtvis kommer dessa uppfattningar av att eleverna vid upprepade tillfällen fått lösa liknande typer av uppgifter vilket lett till att eleverna funnit en säkerhet och en trygghet då de tror sig veta vad som ska göras och vad som förväntas av dem. De tvingas helt enkelt aldrig att ifrågasätta sitt sätt att resonera. Ett arbete som involverar mycket problemlösning med uppgifter av varierat slag skulle kunna tvinga eleverna att vara mer kreativa i sina resonemang (ibid.).

Vid en undersökning med high school elever i USA framkom att en stor del av eleverna som upplevde arbetet med algebra som svårt urskiljde problemlösning som det svåraste momentet (Kortering m.fl., 2005, s. 191-203). En av de uttryckta svårigheterna var att ta sig igenom de många olika lösningsstegen, en annan var att förstå problemet och hur man skulle ta sig an det. Ett tydligt resultat som studien visade var att det sociala samspelet i allmänhet utgjorde en viktig aspekt för eleverna. Flera uttryckte att det var de sociala interaktionerna som gjorde lektionerna roliga och grupparbeten var ett uppskattat arbetssätt. En stor del av eleverna som tyckte algebra var svårt ansåg att mer hjälp skulle få dem att lyckas bättre. Ett resultat som kan indikera att elever med svårigheter gärna lägger över problemen på andra och att deras misslyckanden kanske till stor del kommer av att de inte orkar eller vill anstränga sig tillräckligt (ibid.).

I början av 2000-talet presenterade Skolverket en kvalitetsgranskning med fokus på elevernas motivation och lust att lära matematik. Enligt granskningen skiljer sig elevernas uppfattningar om

matematik stort mellan olika grupper. De flesta elever anser att matematik är viktigt. De anser att matematik är nödvändigt, men bara till en viss gräns. De är den matematiken de tror att de kommer ha användning för i sitt vardagsliv som de ser som meningsfull och för några går gränsen vid algebra eller ”räkning med x ” (Skolverket, 2003, s. 22).

Elevers uppfattningar om problemlösning i matematik stödjer ofta följande påståenden:

- Matematiska problem har ett och endast ett korrekt svar.
- Det finns bara ett korrekt sätt för att lösa ett matematiskt problem (oftast gäller den metod som läraren senast gick igenom).
- Eleverna ska endast lära sig matematik på ett mekaniskt plan där de memorerar utan att förstå (alla elever kan inte förväntas att få förståelse för matematiken).
- Matematik arbetar man med ensam, inte i grupp.
- Elever som förstått matematikundervisningen kommer att kunna lösa ett problem inom det specifika området på fem minuter eller mindre.
- Den matematik vi lär oss i skolan har väldigt lite eller ingenting alls att göra med verkligheten.
- Matematiska bevis har inget att göra med den process som ingår i upptäckter eller uppfinningar. (Schoenfeld, 1992, s. 359)

Det arbete som utförs i klassrummet formar och formas av elevernas uppfattningar, men även av lärarnas och samhällets inställningar. Det effektivaste sättet att påverka elevernas uppfattningar tros därför vara att undervisa utifrån metoder som motbevisar de ensidiga tankesätt som ofta råder (Lesh & Zawojewski, 2007, s. 776). Skolverkets granskning (2003, s. 34-35) stödjer denna hållning i och med att den visar att läraren har stora möjligheter vad gäller att påverka elevernas uppfattningar och motivation till matematikämnet.

2.5 Sammanfattning bakgrund

I och med att algebra används inom flera olika områden i matematiken kan man dela in algebran utifrån olika perspektiv. I det här sammanhanget är det problemlösningsspektivet som kommer att användas (Bell, 1996, s. 169). Det algebraiska tänkandet består av ett antal olika förmågor som vi bör behärska för att kunna sägas tänka algebraiskt (Crawford, 2001, s. 192). Utifrån syftet med denna undersökning ses därför kunskapen om algebra som någonting som växer fram genom våra resonemang (Kaput, 2008, s. 8-9).

För att behärska problemlösning med algebra krävs flera saker av eleverna. Eleven behöver ha insikt i att bokstavssymboler och uttryck kan representera olika saker i olika sammanhang (Persson, 2010, s. 36-37; Sfard, 1991, s. 4-5). Eleven måste även ha kunskap och förståelse för alla de tre faserna i den algebraiska cykeln och slutligen måste eleverna överbygga de spänningar som finns mellan Drijvers (2003, s. 41-44) motsatspar. Det svåraste för eleverna då de ska lösa problem med algebra är att översätta en skriftlig framställning till en algebraisk sådan (Kieran, 1997). Följden av att eleverna inte fullt ut har förståelse för algebrans mångsidighet och de olika faserna i cykeln kan bli att metoderna upplevs som meningslösa då eleverna saknar förmågan att använda sig av dem (Bergsten m.fl., 1997, s. 16).

Elevernas uppfattningar definieras i den här undersökningen som både medvetna och omedvetna föreställningar, värderingar och attityder (Thompson, 1992, s. 132). Tidigare undersökningar indikerar dels att elever uppfattar problemlösning med algebra som ett av de svåraste momenten i arbetet med algebra och dels att de uppfattningar som finns om

problemlösning ofta stödjer stereotypa påståenden (Kortering m.fl., 2005, s. 191-203; Schoenfeld, 1992, s. 359). Elevernas invanda föreställningar kan även ses återspeglade i elevernas resonemang i samband med att de ska lösa matematiska problem. Resonemangen styrs till stor del av deras förväntningar och deras vilja att hitta mönster för hur uppgifterna ska lösas (Sumpter, 2009, s. 28-29). Forskning visar avslutningsvis att elevernas uppfattningar och deras inställning till lärande utövar ett samspel i vilket de ständigt påverkar varandra (Spangler, 1992, s. 148).

3 Metod

Denna studie har till syfte att dels undersöka elevers uppfattningar om algebra och problemlösning utifrån olika aspekter och dels att ta reda på vilka svårigheter eleverna uppfattar då de löser matematiska problem med hjälp av algebra. Som metod för att söka svaret på frågeställningarna har valts att samla in data genom att använda enkäter. Elevernas svar på enkäterna kommer sedan att analyseras för att söka eventuella skillnader och likheter med avseende på de olika aspekterna.

Det metodavsnitt som följer kommer nu att närmare beskriva de valda metoderna för att ytterligare beskriva det förfarande som använts.

3.1 Datainsamlingsmetod

I och med att den undersökning som görs ska nå av så många elever som möjligt är den bäst lämpade metoden i detta fall enkäter. En enkät är ett frågeformulär som går ut till flera personer och som besvaras skriftligt. Enkäter används framför allt när vi vill fråga många och intervjuer därför tar för lång tid. En enkät innebär att alla undersökta personer får samma frågor och det är därför möjligt att föra en viss statistik över svaren. Det finns olika typer av enkäter beroende på vad som är syftet med undersökningen och vilka personer som är av intresse att undersöka. I det här fallet är det en gruppenkät som ska göras. Det innebär att alla personer i en viss grupp får enkäten, den besvaras och samlas in i ett sammanhang vilket ofta leder till att svarsfrekvensen är hög och bortfallet förhållandevis litet (Ejlertsson, 2005, s. 7-10).

Bland det viktigaste i arbetet med en enkät är att formulera tydliga och rättvisande frågor för att säkerställa att det som är syftet att undersöka också är det som undersöks. Det finns en mängd saker att tänka på vid frågekonstruktionen. I just det här fallet har extra stor hänsyn tagits till att språket ska vara enkelt och lätt för ungdomarna att ta till sig. Tids- och rumsangivelser har preciserats för att minska det egna tolkningsutrymmet och svarsalternativen har bearbetats för att dessa ska bli så uttömmande som möjligt (Ejlertsson, 2005, s. 51-89).

Enkätens utformning är viktig för att undersökningen ska väcka intresse och vara lätt att förstå för de som ska svara. Det är av stor vikt att det är tydligt vilka frågor som ska besvaras och även hur de ska besvaras. Små otydligheter kan få stora konsekvenser. För att undvika missförstånd är det en rekommendation att göra en pilotstudie innan genomförandet av en enkätundersökning. I pilotstudien ingår personer som motsvarar den grupp som ska undersökas fast i mindre skala (Ejlertsson, 2005, s. 35-38).

3.1.1 Utformning av enkät

Enkäten som användes (se bilaga 1) består av åtta frågor som undersöker elevernas uppfattningar om matematik i allmänhet och algebra och matematisk problemlösning i synnerhet. Frågorna i enkäten avser ge svar på vad eleverna tycker om problemlösning och algebra och även hur eleverna upplever nyttan av det de lär sig om algebra. Utifrån att syftet med undersökning är att studera eventuella samband mellan olika aspekter inleds enkäten med några bakgrundsfrågor (Ejlertsson, 2005, s. 86-89). Dessa innefattar en fråga om kön, en fråga om vilket betyg eleven hade när han eller hon slutade nian samt en fråga där eleverna får svara på ungefär hur många timmar under en vecka som de lägger ner på att studera matematik, om de räknar tillfällena utanför skoltid. Enkäten inleds även med en kortfattad förklaring av begreppet algebra och exempel på vad algebra innefattar. Många elever i ettan på gymnasiet vet inte med säkerhet vad

som menas med algebra och för att undvika missförstånd ges en förklaring till begreppet. Detta klargörande finns i enkäten för att säkerställa att alla elever får tillgång till samma information.

Frågorna i enkäten besvaras genom att eleverna kryssar i det alternativ som passar bäst in på dem. Svartalternativen skiljer sig beroende på vilken fråga det är. Fyra av frågorna är påståenden som handlar om vad eleven tycker om matematik, algebra och problemlösning. Dessa påståenden besvaras utifrån om de inte stämmer, om de stämmer till liten del, om de stämmer till ganska stor del eller om de stämmer helt. De resterande fyra frågorna handlar om hur ofta eleven upplever att han eller hon använder algebra i skolan och i sin vardag samt i fall eleven tror att han eller hon kommer ha nytta av algebra och problemlösning i sitt framtida yrke. Dessa frågor besvaras utifrån olika tidsaspekter, aldrig eller mindre än en gång per år, någon/några gånger per år, några/några gånger per månad, varje vecka.

Efter att eleverna har svarat på frågorna som rör deras uppfattningar om matematik, algebra och problemlösning får de lösa ett matematiskt problem (se bilaga 2). Problemet är hämtat från *Rika matematiska problem* (Hagland m.fl., 2005, s. 146) där det ursprungligen hette Köpa böcker. För att göra problemet mer elevnära ändrades titeln till *Handla kläder* och problemet rör kläder istället för böcker.

Handla kläder

Jakob köper kläder på vårrean. Han handlar tre tröjor för sammanlagt 450 kronor. Han köper en vit, en röd och en blå tröja. Den vita kostade 100 kr mer än den röda. Den vita och röda kostade tillsammans 190 kr mer än den blå. Hur mycket kostade varje tröja?

Det matematiska problemet kan lösas på flera olika sätt, men problemet har medvetet valts eftersom det med fördel kan lösas med hjälp av algebra. Svårighetsgraden på uppgiften är sådan att de flesta elever kommer att uppleva det som ett matematiskt problem utifrån Hagland m.fl. (2005, s. 27) kriterier.

Efter att eleverna löst uppgiften, eller i alla fall försökt lösa uppgiften, får eleverna tre frågor att besvara (se bilaga 3). Först och främst ska de svara på i fall de använde algebra när de löste uppgiften eller inte. Beroende på vilket svaret blir får de olika följdfrågor. Om de valde att lösa problemet med hjälp av algebra får de en följdfråga kring om, och i så fall vad som upplevdes som svårt under lösningen. Om de valde att lösa uppgiften på annat sätt, utan att använda algebra får de frågan varför de valde att lösa uppgiften med hjälp av en annan metod. I båda dessa fall med följdfrågor har eleverna olika alternativ de kan kryssa i utifrån principen vilket/vilka påståenden stämmer bäst in på dig. Eleverna får i det här fallet välja mellan olika svartalternativ istället för att skriva fritt. Detta därför att det med stor sannolikhet är svårt för eleverna att sätta ord på vad de upplever som svårt eller varför de väljer att göra på ett visst sätt. Genom att ge dem alternativ undviks bortfall orsakade av att eleven inte kan formulera sig. En annan orsak till att ha olika alternativ som eleverna kan kryssa i är även för att det underlättar vid den senare sammanställningen (Ejlertsson, 2005, s. 111).

Denna senare del av enkäten har till uppgift att urskilja vad eleverna uppfattar som svårt då de använder algebra för att lösa matematiska problem. Svartalternativen är därför formulerade utifrån de svårigheter som nämns i samband med de tre faserna i den algebraiska cykeln och som även får stöd i Drijvers (2003, s. 41-44) motsatspar.

3.2 Genomförande

När enkäten var färdig för att gå ut till eleverna i klasserna genomfördes först en pilotstudie för att få svar på om frågorna tolkades på rätt sätt, om något svarsalternativ saknades, om problemuppgiften fyllde sitt syfte, om tidsåtgången var rätt antagen och även om de svarande upplevde några andra otydligheter. Pilotstudien genomfördes med ett fåtal elever som motsvarade de elever som skulle undersökas både vad gäller ålder och matematisk kunskapsnivå. I pilotstudien framkom ingenting som behövde ändras och därmed kvarstod den redan satta utformningen.

När undersökningsmaterialet var färdigt kontaktades matematiklärarna för de klasser som var av intresse att undersöka. Lärarna fick en kort information om uppsatsen och dess syfte samt tillfrågades om möjligheterna att genomföra undersökningen under en del av en matematiklektion.

Vid tillfället för undersökningen fick klassen på samma sätt som lärarna en kort presentation av uppsatsen och dess syfte samt informerades om avsikten med deras medverkan. I de fall eleverna inte förstod vad som avsågs med begreppet algebra gavs en förklaring liknande den i början av enkäten. Eleverna underrättades om deras rättigheter utifrån de forskningsetiska principerna som listats enligt Codex hos Vetenskapsrådet (<http://www.codex.vr.se/>). Det poängterades att undersökningen var frivillig och helt anonym. Efter den korta presentationen delades enkäten ut till eleverna. Eleverna fick ta den tid de behövde på sig för att svara på enkäten och lösa problemuppgiften, ingen elev fick dock längre tid än 40 minuter på sig. I de fall någon elev fortfarande försökte lösa problemet efter den tidpunkten avbröts lösningsprocessen och eleven fick istället besvara de avslutande frågorna.

3.2.1 Urval och avgränsningar

Undersökningen genomfördes i en medelstor stad i Mellansverige. Den gjordes med elever som går första året på gymnasiet och som läser antingen bygg- och anläggningsprogrammet eller naturvetenskapsprogrammet. Eleverna går första året på gymnasiet och därför läser de eller har nyligen läst, någon av kurserna i Matematik 1. Trots att programmen läser olika kurser inom Matematik 1 och innehållet därför skiljer sig något åt mellan kurserna är dessa skillnader avsevärt mindre än om undersökningen gjorts med elever som går andra eller tredje året på gymnasiet.

Anledningen till att undersökningen gjorts med elever som går bygg- och anläggningsprogrammet och naturvetenskapsprogrammet är för att den då innehåller elever från både ett yrkesprogram och ett högskoleförberedande program. För att undersökningen ska bli så rättvisande som möjligt ska båda programmen, oavsett om det är ett högskoleförberedande- eller ett yrkesförberedande program, ha elever som i sitt förväntade arbetsliv eller i sina fortsatta studier, kommer att använda matematik i relativt stor utsträckning. Ett ytterligare krav vid urvalsprocessen är att programmet finns på orten där undersökningen genomförs. Bland de högskoleförberedande programmen valdes därför mellan teknikprogrammet och naturvetenskapsprogrammet och bland de yrkesförberedande programmen stod valet mellan bygg- och anläggningsprogrammet samt el- och energiprogrammet. Efter det första urvalet fick fördelningen mellan könen styra den slutliga avgränsningen. Det fanns en jämnare fördelning mellan könen på de valda programmen vilket gjorde att dessa valdes.

I den stad där undersökningen genomförs finns vid tillfället för undersökningen två klasser som läser första året på antingen bygg- och anläggningsprogrammet eller naturvetenskapsprogrammet. I undersökningen efterfrågas en jämn fördelning med elever från

båda programmen. På bygg- och anläggningsprogrammet går det cirka 20 elever i varje klass medan det går drygt 30 elever i varje klass på naturvetenskapsprogrammet. För att få en någorlunda jämn fördelning mellan programmen genomförs därför undersökningen i båda yrkesklasserna men endast i en av naturvetenskapsklasserna. Ett visst bortfall sker i alla undersökta klasser i och med att inte alla elever är närvarande vid tillfället för undersökningen. Detta innebär att undersökningen görs av totalt 61 elever. 6 av dessa faller sedan bort på grund av att svaren av olika anledningar inte går att använda vid en sammanställning. I den slutliga sammanställningen ingår därmed 28 elever från bygg- och anläggningsprogrammet samt 27 elever från naturvetenskapsprogrammet, totalt 55 elever.

3.3 Analysmetod

Analysen av resultaten från enkätundersökningen består av en sammanställning av elevernas svar utifrån olika aspekter. De aspekter som undersökts i fråga att finna eventuella skillnader och likheter är gymnasieprogram, kön och betyg i grundskolan. Elevernas svar i enkäten har jämförts utifrån om de läser på naturvetenskapsprogrammet eller bygg- och anläggningsprogrammet, om de är tjejer eller killar och om det fått godkänt (G), väl godkänt (VG) eller mycket väl godkänt (MVG) i betyg då de gick ut grundskolan.

För att göra analysen tydlig har den delats in i två delar. I den första delen undersöks elevernas uppfattningar om algebra och problemlösning och här sammanställs svaren på de första åtta frågorna i enkäten. För att tydliggöra sammanställning ytterligare har frågorna delats in under två rubriker beroende på deras karaktär och utifrån utformningen av svarsalternativen. De frågor som rör hur väl eleverna instämmer i olika påståenden samlas under rubriken; *elevernas allmänna uppfattningar om algebra och problemlösning*, medan de frågor som rör i vilken omfattning eleverna tror sig använda algebra och problemlösning samlas under rubriken; *elevernas uppfattningar om användandet av algebra och problemlösning*.

I den andra delen av resultatanalysen har elevernas uppfattade svårigheter, som framkom i samband med lösandet av det matematiska problemet *Handla kläder*, analyserats med hjälp av tematisk analys. Tematisk analys är en flexibel analysmetod som används för att söka mönster i insamlat datamaterial (Braun & Clarke, 2006, s. 79). Det finns två typer av tematisk analys; induktiv och teoretisk tematisk analys. Induktiv tematisk analys innebär att det från början inte finns några givna kategorier utifrån vilka materialet är tänkt att sorteras och analyseras. Kategorierna växer i denna metod fram genom de mönster som synliggörs vid sammanställningen av datamaterialet. Den teoretiska tematiska analysen skiljer sig från den induktiva genom att i detta fall är kategorierna redan givna och vi vet i förväg vilka mönster det är vi vill analysera (ibid. s. 83-84).

I fallet med denna undersökning har valts den teoretiska tematiska analysmetoden. Detta i och med att kategorierna var givna i förväg genom den föreliggande analysen av elevernas svar på frågorna i enkäten. Resultatet från elevernas svar om vilka svårigheter de uppfattade i samband med lösningen av det matematiska problemet har därmed sammanställts utifrån kategorierna gymnasieprogram, kön och betyg i grundskolan. Sammanställningen har till syfte att synliggöra eventuella skillnader och likheter i elevernas svar med utgångspunkt i de nyss nämnda kategorierna. För att öka förståelsen för svårighetsgraden på problemet har det även gjorts en sammanställning som visar elevernas lösningsfrekvens och med denna som utgångspunkt har elevernas svar analyserats utifrån ytterligare en kategori; om eleverna löste problemet eller inte.

Sammanfattningsvis sammanställs elevernas svar från den första delen av enkäten i tabeller utifrån den aspekt som undersöks. Tabellerna gör det möjligt att jämföra svarsfrekvenserna för olika grupper för att i ett senare skede kunna påvisa eventuella likheter och skillnader. Även i den andra delen sammanställs resultatet i tabeller men förutom tabeller som visar på skillnader och likheter mellan olika grupper finns här även en tabell som visar elevernas förmåga att lösa det givna problemet.

3.4 Metoddiskussion

Precis som med alla undersökningsmetoder finns det med enkäten för- och nackdelar som bör diskuteras. I detta fall har en enkätundersökning fördelen att ett relativt stort elevantal kan undersökas på en överkomlig tid och genom en rimlig arbetsinsats. Enkäten har även fördelen att den är standardiserad och alla som besvarar den får därför samma frågor och samma svarsalternativ. Risker elimineras att elevernas svar påverkas av hur frågorna ställs på ett sådant sätt som är möjligt vid till exempel en intervju. Några nackdelar med enkäten som undersökningsmetod är bland annat att det alltid finns ett bortfall som i vissa fall kan få betydelse för resultatet. Genom att det är fasta frågor finns inte heller någon möjlighet att ställa följdfrågor. Det är därför svårt att rätta till missförstånd och det ställs därigenom höga krav på att frågorna är väl genomarbetade. Personer med läs- och skrivsvårigheter kan ha svårt att svara på en enkät och därför kan dessa ofrivilligt hamna i bortfallsgruppen.

I fallet med den här undersökningen skedde ett visst bortfall som berodde på att några elever inte var närvarande vid undersökningstillfället. Detta bortfall fanns med i beräkningen redan innan undersökningen genomfördes och det bortfall som blev anses vara så pass litet att det inte har påverkat utfallet i undersökningen. Ett visst bortfall skedde även senare vid sammanställningen av enkäten. Detta bortfall berodde till största delen på att enkäten hade besvarats på ett oseriöst sätt och svaren gick därför inte att använda i undersökningen på grund av att de saknade validitet. Även detta bortfall fanns till viss del medräknat. En nackdel med enkäten som undersökningsmetod är just att motivationen till att besvara den i vissa fall kan vara så pass låg att svaren inte blir sanningsenliga. I den här undersökningen anses inte heller detta bortfall haft någon större inverkan på resultatet. Det som måste finnas med som en eventuell felkälla vid sammanställningen av resultatet, är att de elever som var omotiverade till att svara på enkäten med viss sannolikhet även har en låg motivation för matematikämnet. Svaren i sammanställningen kan därför visa mot något positivare uppfattningar än vad som annars skulle varit fallet.

Precis som diskuterats tidigare är frågeformuleringen en viktig aspekt i arbetet med en enkätundersökning. För att enkäten ska ha validitet krävs att frågorna är formulerade på ett sådant sätt att de uppfattas och tolkas på rätt sätt och därmed mäter det som är avsett att mäta. I det här fallet genomfördes en pilotstudie för att säkerställa att frågorna fyllde den tilltänkta funktionen. Varken pilotstudien eller den genomförda undersökningen gav dock några indikationer på att frågorna skulle ha tolkats felaktigt.

I och med att eleverna svarade på enkäten i grupp finns en viss risk att svaren speglar gruppens gemensamma inställning snarare än elevernas enskilda uppfattningar. Svaren kan dels vara styrda av en dominant person och dels kan de bygga på en kompromiss som de enskilda eleverna inte skriver under på enskilt. Med hänsyn till dessa omständigheter kan enkätundersökningen inte användas för att analysera individers svar utan endast olika gruppers.

Avslutningsvis är det viktigt att poängtera att den undersökningen som genomförts använder statistik endast i syfte att beskriva och visa på likheter och skillnader mellan olika typer av grupper. Syftet har inte varit att göra en storskalig statistisk undersökning.

4 Resultat

Resultatet av elevernas svar på enkätundersökningen finns i detta avsnitt sammanställt utifrån de metoder som beskrivits tidigare. Precis som nämndes då fick eleverna i anslutning till enkäten svara på ett antal bakgrundsfrågor vilka hade till uppgift att möjliggöra en viss sortering av eleverna utifrån olika perspektiv. De faktorer som ses som intressanta för den här undersökningen är gymnasieprogram, kön och betyg i grundskolan. I de besvarade enkäterna fördelade eleverna sig på det sätt som kan utläsas från tabellen nedan:

Tabell 1: Deltagare fördelade utifrån olika aspekter.

	NA		BA		Totalt
	Tjej	Kille	Tjej	Kille	
IG	0	0	0	1	1
G	1	0	5	11	17
VG	6	8	1	10	25
MVG	6	6	0	0	12
Totalt	13	14	6	22	55
	= 27		=28		

I de sammanställningar som följer kommer eleven som fick IG i grundskolan att räknas till de elever som fått G i och med att eleven måste uppnå godkänt innan han får börja läsa gymnasiets matematikkurs.

4.1 Uppfattningar om algebra och problemlösning

För att göra sammanställningen av elevernas resultat tydlig har frågorna i enkäten fördelats under två rubriker, elevernas allmänna uppfattningar om algebra och problemlösning samt elevernas uppfattningar om användandet av algebra och problemlösning.

Elevernas allmänna uppfattningar om algebra och problemlösning

Tabell 2 visar samtliga elevers allmänna uppfattningar om algebra och problemlösning. Vi kan där avläsa att en klar majoritet av eleverna instämmer helt eller till ganska stor del i påståendet att matematik är viktigt (84 %). Vad gäller det specifika området algebra fördelar sig elevernas uppfattningar relativt jämnt över skalan men svaren väger till viss del över mot att eleverna inte instämmer eller instämmer till liten del i påståendet att algebra är roligt (60 % jämfört med 40 %). Elevernas inställning till att lösa matematiska problem är något mer positiv i jämförelse med deras uppfattningar om algebra. En tredjedel av eleverna (33 %) instämmer till ganska stor del i påståendet att det är roligt att lösa matematiska problem. Större delen av eleverna (71 %) anser att det inte stämmer eller att det endast stämmer till liten del att algebra är ett svårt område inom matematiken.

Tabell 2: Samtliga elevers uppfattningar.

Uppfattningar n (%)	Stämmer helt	Stämmer till ganska stor del	Stämmer till liten del	Stämmer inte
Jag tycker att det är viktigt med matematik	23 (42)	23 (42)	9 (16)	0 (0)
Jag tycker att det är roligt med algebra	11 (20)	11 (20)	16 (29)	17 (31)

Jag tycker att det är roligt att lösa matematiska problem	10 (18)	18 (33)	13 (24)	14 (25)
Jag tycker att algebra är ett svårt område inom matematiken	7 (13)	9 (16)	28 (51)	11 (20)

Tabell 3 visar hur svaren i enkäten fördelar sig utifrån elevernas val av gymnasieprogram. Alla elever vid naturvetenskapsprogrammet (100 %) instämmer helt eller till ganska stor del i att det är viktigt med matematik. Vid bygg- och anläggningsprogrammet har två tredjedelar av eleverna (68 %) gett samma svar medan resterande elever (32 %) endast instämmer till liten del i påståendet. Eleverna vid naturvetenskapsprogrammet har en mer positiv inställning till att arbeta med både algebra och problemlösning i jämförelse med eleverna vid bygg- och anläggningsprogrammet. Majoriteten av eleverna vid naturvetenskapsprogrammet instämmer helt eller till ganska stor del i påståendet att det är roligt med algebra och att lösa matematiska problem (74 % och 74 %). Vid bygg- och anläggningsprogrammet är resultatet det motsatta, majoriteten av eleverna instämmer inte eller till liten del i att det är roligt med algebra och problemlösning (92 % och 71 %). Vad gäller elevernas uppfattningar om att algebra är ett svårt område inom matematiken fördelar sig svaren på så sätt att hälften av eleverna, oavsett program, anser att det stämmer till liten del att algebra är ett svårt område inom matematiken. Ingen av eleverna vid naturvetenskapsprogrammet anser att påståendet stämmer helt medan en fjärdedel av eleverna vid bygg- och anläggningsprogrammet anser detta (0 % jämfört med 25 %).

Tabell 3: Uppfattningar fördelade utifrån program.

Uppfattningar n (%)	Stämmer helt	Stämmer till ganska stor del	Stämmer till liten del	Stämmer inte
Jag tycker att det är viktigt med matematik	NA: 17 (63)	10 (37)	0 (0)	0 (0)
	BA: 6 (21)	13 (47)	9 (32)	0 (0)
Jag tycker att det är roligt med algebra	NA: 10 (37)	10 (37)	5 (19)	2 (7)
	BA: 1 (4)	1 (4)	11 (39)	15 (53)
Jag tycker att det är roligt att lösa matematiska problem	NA: 10 (37)	10 (37)	6 (22)	1 (4)
	BA: 0 (0)	8 (29)	7 (25)	13 (46)
Jag tycker att algebra är ett svårt område inom matematiken	NA: 0 (0)	6 (22)	14 (52)	7 (26)
	BA: 7 (25)	3 (11)	14 (50)	4 (14)

I tabell 4 visar det sig att elevernas uppfattningar om matematik, algebra och problemlösning inte skiljer sig anmärkningsvärt mellan könen. Vi kan avläsa att lika stor del av tjejerna som av killarna tycker att matematik är viktigt (42 %). Tjejerna har däremot en något mer positiv inställning till att arbeta med algebra och att lösa matematiska problem i jämförelse med killarna. Över hälften

av tjejerna (58 %) instämmer helt eller till ganska stor del i påståendet att det är roligt med algebra och att lösa matematiska problem. Vad gäller killarna anser knappt hälften att det inte stämmer att algebra är roligt (45 % jämfört med 5%), och en tredjedel anser att det inte stämmer att det är roligt att lösa matematiska problem (31 % jämfört med 16 %).

Tabell 4: Uppfattningar fördelade utifrån kön.

Uppfattningar n (%)		Stämmer helt	Stämmer till ganska stor del	Stämmer till liten del	Stämmer inte
Jag tycker att det är viktigt med matematik	Tjej:	8 (42)	9 (47)	2 (11)	0 (0)
	Kille:	15 (42)	14 (39)	7 (19)	0 (0)
Jag tycker att det är roligt med algebra	Tjej:	7 (37)	4 (21)	7 (37)	1 (5)
	Kille:	4 (11)	7 (19)	9 (25)	16 (45)
Jag tycker att det är roligt att lösa matematiska problem	Tjej:	4 (21)	7 (37)	5 (26)	3 (16)
	Kille:	6 (16)	11 (31)	8 (22)	11 (31)
Jag tycker att algebra är ett svårt område inom matematiken	Tjej:	2 (11)	4 (21)	9 (47)	4 (21)
	Kille:	5 (14)	5 (14)	19 (53)	7 (19)

Undersöker vi elevernas uppfattningar utifrån deras slutbetyg i grundskolan visar resultatet i tabell 5 att deras inställningar i vissa avseenden skiljer sig beroende på deras tidigare kunskaper i matematik. Skillnaderna är störst mellan de eleverna som fått godkänt (G) och de elever som fått mycket väl godkänt (MVG). Eleverna som fått MVG har en klart positivare inställning till matematik, algebra och problemlösning i jämförelse med de elever som fått G. En majoritet av eleverna som fått MVG instämmer helt i påståendena att det är viktigt med matematik och att det är roligt med algebra och att lösa matematiska problem (83 %, 58 % och 67 %). Större delen av eleverna som fått G anser att det inte stämmer eller att det stämmer till liten del att algebra och problemlösning är roligt (83 % och 78 %). När det gäller eleverna som fått VG fördelar sig svaren förhållandevis mer jämnt mellan de olika alternativen. Av dessa elever anser en majoritet (68 %) att det inte stämmer eller att det stämmer till liten del att det är roligt med algebra medan när det kommer till problemlösning anser majoriteten (60 %) att det stämmer helt eller till ganska stor del att det är roligt. Hälften av eleverna som fått MVG (50 %) anser inte att algebra är ett svårt område inom matematiken i jämförelse med en tiondel av eleverna som fått G (11 %) och VG (12 %). En knapp fjärdedel av eleverna som fått G (22 %) uppfattar algebra som svårt.

Tabell 5: Uppfattningar fördelade utifrån slutbetyg i grundskolan.

Uppfattningar n (%)		Stämmer helt	Stämmer till ganska stor del	Stämmer till liten del	Stämmer inte
Jag tycker att det är viktigt med matematik	G:	4 (22)	7 (39)	7 (39)	0 (0)
	VG:	9 (36)	14 (56)	2 (8)	0 (0)
	MVG:	10 (83)	2 (17)	0 (0)	0 (0)

Jag tycker att det är roligt med algebra	G:	1 (6)	2 (11)	7 (39)	8 (44)
	VG:	3 (12)	5 (20)	9 (36)	8 (32)
	MVG:	7 (58)	4 (33)	0 (0)	1 (8)
Jag tycker att det är roligt att lösa matematiska problem	G:	0 (0)	4 (22)	5 (28)	9 (50)
	VG:	2 (8)	13 (52)	6 (24)	4 (16)
	MVG:	8 (67)	1 (8)	2 (17)	1 (8)
Jag tycker att algebra är ett svårt område inom matematiken	G:	4 (22)	3 (17)	9 (50)	2 (11)
	VG:	3 (12)	4 (16)	15 (60)	3 (12)
	MVG:	0 (0)	2 (17)	4 (33)	6 (50)

Elevernas uppfattningar om användandet av algebra och problemlösning

I tabell 6 kan vi avläsa samtliga elevers uppfattningar i fråga om deras användande av algebra och problemlösning. Hur ofta eleverna använder algebra inom andra ämnen i skolan beror till stor del på vilken elev du frågar, vissa anser att de använder det varje vecka (22 %) medan andra använder det aldrig eller mindre än en gång per år (34 %). En klar majoritet av eleverna (87 %) anser att de aldrig eller endast någon eller några gånger per år använder algebra i sin vardag. När eleverna får fundera över ifall de tror att de kommer behöva lösa matematiska problem eller om de kommer ha användning av algebra i sitt kommande yrke svarar över hälften av eleverna att de tror att de kommer ha användning av det varje vecka eller någon till några gånger per månad (67 % och 57 %).

Tabell 6: Samtliga elevers uppfattningar.

Uppfattningar n (%)	Varje vecka	Någon/några ggr/månad	Någon/några ggr/år	Aldrig el. mindre än en gång/år
Jag använder mig av algebra inom andra ämnen i skolan	12 (22)	8 (15)	16 (29)	19 (34)
Jag använder mig av algebra i min vardag	1 (2)	6 (11)	17 (31)	31 (56)
I mitt kommande yrke tror jag att jag kommer behöva lösa matematiska problem	21 (38)	16 (29)	17 (31)	1 (2)
I mitt kommande yrke tror jag att jag kommer ha användning av min kunskap om algebra	13 (24)	18 (33)	19 (34)	5 (9)

När det gäller elevernas uppfattningar om användandet av algebra och problemlösning utifrån deras val av gymnasieprogram ser vi i tabell 7 att det framför allt är i frågan om de använder

algebra inom andra ämnen i skolan som deras svar skiljer sig. Majoriteten av eleverna vid naturvetenskapsprogrammet (63 %) anser att de använder algebra inom andra ämnen varje vecka eller någon till några gånger per månad. Vid bygg- och anläggningsprogrammet anser större delen av eleverna (89 %) att de aldrig eller endast någon eller några gånger per år använder algebra inom andra ämnen i skolan. Vad gäller elevernas uppfattningar om hur ofta de kommer att lösa matematiska problem och använda algebra i sina kommande yrken fördelar sig svaren relativt lika mellan programmen. Något fler elever vid bygg- och anläggningsprogrammet tror att de i sitt kommande yrke kommer behöva lösa matematiska problem varje vecka (46 % jämfört med 30 %) och något fler elever vid naturvetenskapsprogrammet tror att de i sitt kommande yrke kommer ha användning av algebra varje vecka (30 % jämfört med 18 %).

Tabell 7: Uppfattningar fördelade utifrån program.

Uppfattningar n (%)	Varje vecka	Någon/några ggr/månad	Någon/några ggr/år	Aldrig el. mindre än en gång/år
Jag använder mig av algebra inom andra ämnen i skolan	NA: 12 (44)	5 (19)	6 (22)	4 (15)
	BA: 0 (0)	3 (11)	10 (36)	15 (53)
Jag använder mig av algebra i min vardag	NA: 1 (4)	5 (19)	9 (33)	12 (44)
	BA: 0 (0)	1 (3)	8 (29)	19 (68)
I mitt kommande yrke tror jag att jag kommer behöva lösa matematiska problem	NA: 8 (30)	8 (30)	11 (40)	0 (0)
	BA: 13 (46)	8 (29)	6 (21)	1 (4)
I mitt kommande yrke tror jag att jag kommer ha användning av min kunskap om algebra	NA: 8 (30)	9 (33)	7 (26)	3 (11)
	BA: 5 (18)	9 (32)	12 (43)	2 (7)

Tabell 8 undersöker elevernas uppfattningar om användningen av algebra och problemlösning utifrån kön och vi ser att resultaten är relativt lika. Elevernas svar skiljer sig framför allt på frågan hur ofta de tror att de kommer behöva lösa matematiska problem i sitt kommande yrke. Här tror tre fjärdedelar av killarna (75 %) i jämförelse med ungefär hälften av tjejerna (52 %) att de kommer behöva lösa matematiska problem varje vecka eller minst någon gång per månad.

Tabell 8: Uppfattningar fördelade utifrån kön.

Uppfattningar n (%)	Varje vecka	Någon/några ggr/månad	Någon/några ggr/år	Aldrig el. mindre än en gång/år
Jag använder mig av algebra inom andra ämnen i skolan	Tjej: 3 (16)	5 (26)	6 (32)	5 (26)
	Kille: 9 (25)	3 (8)	10 (28)	14 (39)

Jag använder mig av algebra i min vardag	Tjej:	1 (5)	3 (16)	6 (32)	9 (47)
	Kille:	0 (0)	3 (8)	11 (31)	22 (61)
I mitt kommande yrke tror jag att jag kommer behöva lösa matematiska problem	Tjej:	5 (26)	5 (26)	9 (48)	0 (0)
	Kille:	16 (44)	11 (31)	8 (22)	1 (3)
I mitt kommande yrke tror jag att jag kommer ha användning av min kunskap om algebra	Tjej:	6 (32)	3 (16)	8 (42)	2 (10)
	Kille:	7 (19)	15 (42)	11 (31)	3 (8)

Tabell 9 visar att de elever som fått MVG i betyg från grundskolan oftare använder algebra inom andra ämnen i skolan i jämförelse med elever som fått andra betyg (42 % jämfört med 28 % och 0 %). De elever som fått MVG använder även i högre grad algebra i sin vardag. En fjärdedel av eleverna med MVG (25 %) använder det någon eller några gånger per månad jämfört med en tiondel av eleverna som fått VG (12 %) och ingen av eleverna som fått G (0 %). Vad gäller hur ofta eleverna tror att det kommer behöva lösa matematiska problem i sina kommande yrken skiljer det inte anmärkningsvärt mellan betygen. Ungefär två tredjedelar av eleverna oavsett betyg tror att det kommer behöva lösa matematiska problem minst någon gång per månad (72 %, 64 % och 66 %). Eleverna med MVG och VG anser att de i högre grad kommer ha användning av algebra i sina kommande yrken jämfört med eleverna som fått G. 44 % av eleverna med G anser att det kommer ha användning av det varje vecka eller någon till några gånger per månad i jämförelse med 60 % av eleverna med VG och 67 % av eleverna med MVG.

Tabell 9: Uppfattningar fördelade utifrån slutbetyg i grundskolan.

Uppfattningar n (%)		Varje vecka	Någon/några ggr/månad	Någon/några ggr/år	Aldrig el. mindre än en gång/år
Jag använder mig av algebra inom andra ämnen i skolan	G:	0 (0)	1 (6)	7 (39)	10 (55)
	VG:	7 (28)	3 (12)	8 (32)	7 (28)
	MVG:	5 (42)	4 (33)	1 (8)	2 (17)
Jag använder mig av algebra i min vardag	G:	0 (0)	0 (0)	5 (28)	13 (72)
	VG:	0 (0)	3 (12)	9 (36)	13 (52)
	MVG:	1 (8)	3 (25)	3 (25)	5 (42)
I mitt kommande yrke tror jag att jag kommer behöva lösa matematiska problem	G:	8 (44)	5 (28)	5 (28)	0 (0)
	VG:	9 (36)	7 (28)	8 (32)	1 (4)
	MVG:	4 (33)	4 (33)	4 (33)	0 (0)
I mitt kommande yrke tror jag att jag kommer ha användning av min kunskap om algebra	G:	3 (16)	5 (28)	9 (50)	1 (6)
	VG:	7 (28)	8 (32)	6 (24)	4 (16)
	MVG:	3 (25)	5 (42)	4 (33)	0 (0)

4.2 Svårigheter med att använda algebra vid problemlösning

Elevernas lösningar på problemet *Handla kläder* samt svaren på de efterföljande frågorna är sammanställda i olika tabeller (se nedan). För att få en förståelse för svårighetsgraden på uppgiften visas i tabell 10 en sammanställning över elevernas lösningar av problemet utifrån gymnasieprogram, kön och betyg i grundskolan.

Tabell 10: Lösningar av problemuppgiften.

Lösningfrekvens n													
	NA						BA						Totalt n(%)
	Tjej			Kille			Tjej			Kille			
	G	VG	MVG	G	VG	MVG	G	VG	MVG	G	VG	MVG	
Löste problemet.		1	5		2	2					2		12 (22)
Kom fram till en lösning, men fick fel svar.					1	3					3		7 (13)
Påbörjade en lösning, kom inte fram till något svar.	1	3	1		4	1	3			3	4		20 (36)
Ej påbörjat någon lösning.		2			1		2	1		9	1		16 (29)

Totalt var det en femtedel av eleverna (22 %) som löste problemet *Handla kläder* korrekt. Dessa bestod till största delen av elever från naturvetenskapsprogrammet (83 %) och drygt hälften hade MVG i betyg från grundskolan (58 %). Sju elever (13 %) kom fram till en lösning men fick fel svar. Tio elever från vardera program (36 %) påbörjade en lösning men lyckades inte komma fram till något svar. Därmed var det en knapp tredjedel av eleverna (29 %) som inte ens påbörjade någon lösning. Av dessa gick tre fjärdedelar (75 %) på bygg- och anläggningsprogrammet och majoriteten (63 %) hade G i betyg i grundskolan.

Tabell 11: Uppfattade svårigheter utifrån om eleverna löst problemuppgiften.

Svårigheter n				
	Ej löst uppgiften	Löst uppgiften med algebra	Löst uppgiften utan algebra	Totalt n (%)
Svårt att skriva ekvationerna	21	4	1	26 (47)
Svårt att lösa ekvationerna	14	3		17 (31)
Svårt att tolka och förstå informationen som ges i uppgiften	5			5 (9)

Svårt att tolka svaren som fås	5			5 (9)
Problemet upplevdes ej som svårt	3	4	1	8 (15)

Det de flesta eleverna upplevde som svårt vid lösningen av problemet *Handla kläder* var att veta hur de skulle skriva ekvationerna. Knappt hälften av eleverna (47 %) kryssade i rutan ”*Det var svårt att veta hur jag skulle skriva ekvationen/ekvationerna*”. Det som därefter flera elever upplevde som svårt var att lösa ekvationerna. Ungefär en tredjedel av eleverna (31 %) uppfattade det som en svårighet. Betydligt färre elever upplevde problem med att tolka och förstå informationen som gavs i uppgiften samt att tolka svaren de fick. En knapp tiondel av eleverna (9 %) hade bekymmer med detta och av dessa hade ingen löst problemet. Åtta elever (15 %) tyckte inte att problemet var svårt att lösa. Av dessa åtta var det fem stycken (63 %) som löste problemet.

Tabell 12: Uppfattade svårigheter utifrån gymnasieprogram, kön och slutbetyg i grundskolan.

Skillnad mellan grupper n (%)							
	NA	BA	Tjej	Kille	G	VG	MVG
Svårt att skriva ekvationerna	11 (41)	15 (54)	10 (53)	16 (44)	7 (41)	14 (56)	5 (42)
Svårt att lösa ekvationerna	7 (26)	10 (36)	6 (32)	11 (31)	6 (35)	8 (32)	3 (25)
Svårt att tolka och förstå informationen som ges i uppgiften	1 (4)	4 (14)	2 (11)	3 (8)	3 (18)	2 (8)	0 (0)
Svårt att tolka svaren som fås	1 (4)	4 (14)	3 (16)	2 (6)	4 (24)	1 (4)	0 (0)
Problemet upplevdes ej som svårt	7 (26)	1 (4)	3 (16)	5 (14)	0 (0)	3 (12)	5 (42)

Utifrån tabell 12 är det möjligt att göra ett antal jämförelser mellan olika elevgrupper med avseende på gymnasieprogram, kön och betyg i grundskolan. Ett resultat vi kan utläsa är att könet har liten betydelse för hur eleverna uppfattar olika svårigheter. Exempelvis anser 53 % av tjejerna jämfört med 44 % av killarna att det är svårt att skriva ekvationer och 32 % av tjejerna jämfört med 31 % av killarna uppfattar svårigheter med att lösa ekvationerna. Även på de övriga punkterna är det relativt liten procentuell skillnad mellan könen.

Undersöker vi skillnaderna i elevernas uppfattningar mellan programmen ser vi att en något större andel av eleverna från bygg- och anläggningsprogrammet upplever svårigheter i jämförelse med eleverna från naturvetenskapsprogrammet. Största skillnaden återfinns vid svaret på frågan om eleverna upplevde problemet som svårt, där svarade en femtedel av eleverna från naturvetenskapsprogrammet (26 %) att det inte var svårt medan endast en elev (4 %) från bygg- och anläggningsprogrammet svarade detsamma.

Närmare hälften av eleverna oavsett tidigare betyg uppfattar svårigheter med att skriva ekvationerna. 56 % av eleverna som tidigare haft VG upplever det som svårt att skriva ekvationerna jämfört med 41 % av eleverna som haft G och 42 % av de som haft MVG. När det gäller att lösa ekvationerna uppfattar en något större andel av eleverna med G och VG det som en svårighet i jämförelse med eleverna med MVG (35 % och 32 % jämfört med 25 %). När det kommer till elevernas uppfattade svårigheter med att tolka och förstå uppgiften samt att tolka svaren som fås är det något större skillnad mellan de olika betygsstegen än på de tidigare punkterna. Exempelvis anser en fjärdedel av eleverna med G (24 %) att det är svårt att tolka svaren de får i jämförelse med 4 % av eleverna med VG och ingen (0 %) av eleverna med MVG. Avslutningsvis uppfattade fler av eleverna vars tidigare betyg var MVG att problemet inte var svårt jämfört med elever med andra betyg (42 % jämfört med 12 % och 0 %).

4.3 Sammanfattning resultat

Enkätundersökningen visar, då vi tittar närmare på de undersökta grupperna, att de finns flera skillnader mellan elevernas uppfattningar beroende på gymnasieprogram och utifrån vilka betyg eleverna hade i grundskolan. Undersöker vi däremot skillnader mellan könen är dessa inte lika tydliga. De skillnader vi kan se som beror på elevernas kön är att tjejerna i allmänhet har en positivare inställning än killarna. Den positivare uppfattningen avspeglar sig främst i de frågor som rör hur väl eleverna instämmer i påståenden om att något är roligt. På frågan om eleverna tycker det är roligt med algebra och att lösa matematiska problem ser vi en tydlig skillnad beroende på om eleven är tjej eller kille. Tjejerna instämmer i betydligt högre grad i jämförelse med killarna. Trots detta anser en större del av killarna att de kommer ha användning av algebra och problemlösning minst någon gång per månad i sina kommande yrken.

Om vi undersöker de framkomna skillnaderna och likheterna utifrån gymnasieprogram och tidigare betyg är det relevant att visa på hur resultatet från dessa olika grupper påverkar varandra. Undersökningen visar att de skillnader och likheter som finns mellan gymnasieprogrammen även återfinns mellan de olika betygsstegen. I och med att de flesta av de undersökta eleverna som fick G i grundskolan går på bygg- och anläggningsprogrammet och alla undersökta elever som fick MVG i grundskolan går på naturvetenskapsprogrammet är det möjligt att denna aspekt påverkar utfallet då vi jämför de olika gymnasieprogrammen. Med utgångspunkt i att resultatet visade på uppenbara skillnader mellan de elever som tidigare haft G jämfört med MVG är det möjligt att fundera över om det är elevernas kunskaper snarare än gymnasieprogram som påverkar deras uppfattningar.

När resultatet sammanfattas visar det att eleverna från naturvetenskapsprogrammet har en klart mer positiv inställning till algebra och problemlösning jämfört med eleverna från bygg- och anläggningsprogrammet. Högre andel av eleverna från naturvetenskapsprogrammet uppfattar både att arbetet är roligt och inte lika svårt. Skillnaderna utifrån elevernas tidigare betyg stödjer denna uppfattning. Eleverna som tidigare haft MVG har en klart positivare inställning i jämförelse med framför allt de elever som tidigare haft G.

Elevernas uppfattningar om hur ofta det kommer ha användning av algebra och problemlösning i sina kommande yrken skiljer sig inte på samma sätt mellan de olika gymnasieprogrammen eller mellan de olika betygsstegen. Majoriteten av eleverna oavsett program och tidigare betyg tror att de kommer behöva lösa matematiska problem minst någon gång per månad. När det gäller hur ofta de tror sig ha användning av algebra i sina kommande yrken är skillnaderna tydligare. Eleverna från bygg- och anläggningsprogrammet samt de elever som hade

G i betyg på grundskolan tror inte att de i lika hög grad som övriga elever kommer ha användning av algebra i sina kommande yrken.

Ska vi sammanfatta resultatet från den andra delen av enkäten, där vi närmare gick in på vilka svårigheter eleverna uppfattade då de löste problem med algebra, var det tydligt att den största svårigheten enligt eleverna låg i att översätta den skrivna texten till en ekvation. Oavsett gymnasieprogram, kön och tidigare betyg så var det översättningsfasen som störst andel elever uppfattade som svår. Näst efter att översätta den skrivna texten till en eller flera ekvationer var den mest upplevda svårigheten att lösa ekvationerna. Resultaten från enkätundersökningen visar vidare att det främst är elever som går bygg- och anläggningsprogrammet och som fått G i betyg från grundskolan som uppfattar det som en svårighet att tolka och förstå uppgiften samt att tolka svaren de fått. Resultatet visar även att det framför allt är elever från naturvetenskapsprogrammet som tidigare haft MVG i betyg som hade uppfattningen att problemet inte var svårt.

En femtedel av eleverna löste problemet *Handla kläder* varav majoriteten gick på naturvetenskapsprogrammet. De elever från bygg- och anläggningsprogrammet som löste problemet använde inte algebra i sina lösningar. En knapp tredjedel av eleverna påbörjade inte någon lösning och av dessa gick de flesta bygg- och anläggningsprogrammet samt hade G i betyg från grundskolan.

5 Diskussion

5.1 Elevers uppfattningar om algebra och problemlösning

I detta avsnitt är avsikten att söka svar på frågeställningarna om vilka uppfattningar eleverna har om algebra och problemlösning samt hur dessa uppfattningar kan relateras till elevernas kön, slutbetyg i grundskolan och val av gymnasieprogram. Resultatet som fås indikerar att det till stor del är elevernas tidigare betyg som styr deras uppfattningar om problemlösning och algebra. Det är rimligt att anta att ju bättre betyg eleverna har då de slutar grundskolan desto bättre matematisk förståelse borde de ha. En viktig faktor som påverkar elevernas uppfattningar om matematik har visat sig vara att de upplever arbetet som meningsfullt, och för att arbetet ska bli meningsfullt krävs att eleverna har förståelse för vad de gör (Skolverket, 2003, s. 22). För att kunna få denna förståelse och för att kunna lösa matematiska problem med algebra krävs att eleverna har en relativt god symboluppfattning, algebra innefattar flera olika perspektiv som leder till att både bokstavssymboler och andra uttryck kan representera olika saker i olika sammanhang (Persson, 2010, s. 36-37; Sfard, 1991, s. 4-5). För eleverna är det till en början inte alltid så lätt att skilja de olika perspektiven åt vilket är en orsak till att algebra är ett svårt moment för eleverna att behärska (Persson, 2010, s. 48). Forskning visar att elever ofta upplever arbetet med att lösa problem med algebra som meningslöst just därför att det räknar med symboler som för dem saknar mening. Följden av den bristande symboluppfattningen kan sedan uttrycka sig genom att eleverna inte heller får någon förståelse vare sig för de algebraiska metoderna eller för de regler de bygger på (Bergsten m.fl., 1997, s. 16-17). I och med att elevernas tidigare betyg är en indikator på deras kunskaper inom matematik är det sannolikt att elever med låga betyg i större utsträckning saknar tillräcklig förståelse för det algebraiska tankesättet vilket krävs för att uppfatta arbetet som meningsfullt.

Som en fortsättning på det tidigare resonemanget framkommer det av resultatet från enkätundersökningen att det finns ett möjligt samband mellan elevernas uppfattning av att tycka att algebra och problemlösning är roligt och deras inställning till att använda sig av det i sitt kommande yrke. Vilken faktor som i detta sammanhang till störst del påverkar den andra är svårt att spekulera i. En möjlig förklaring är att de är så pass nära sammankopplade att de påverkar varandra som i en cykel. Elevernas inställning till algebra och problemlösning påverkar hur ofta de tror sig ha användning av det i sitt kommande yrke och deras uppfattning om hur användbart algebra och problemlösning kommer vara i deras kommande yrke påverkar deras inställning till att arbeta med dessa moment i skolan (Spangler, 1992, s. 148).

Det faktum att eleverna vid naturvetenskapsprogrammet är mer positivt inställda till att använda algebra kan även ha en förklaring i att dessa elever använder sig av de algebraiska metoderna i betydligt större utsträckning än eleverna vid bygg- och anläggningsprogrammet. Stöd för denna teori fås genom att undervisningen har visat sig ha en stor inverkan på elevernas uppfattningar (Lesh & Zawojewski, 2007, s. 776). Eleverna vid naturvetenskapsprogrammet använder relativt ofta algebra inom andra ämnen i skolan och de ges därför möjlighet att skapa en förståelse för i vilka sammanhang kunskapen kan bli användbar. Eleverna vid bygg- och anläggningsprogrammet stöter framför allt på algebra under matematiklektionerna vilket gör det svårare för dem att förstå i vilka situationer i verkligheten dess metoder kan bli praktiska. Matematisk problemlösning är till skillnad från algebra något som dessa elever i större utsträckning kan ha stött på utanför matematiklektionerna. I och med det har de en bättre

förståelse för dess användningsområden och de kan på ett annat sett se nyttan och meningen med kunskapen.

I de fall eleverna uppfattar algebra som ett svårt moment kan det vara så att de saknar förmågan att utnyttja metoderna även i de fall de ser att de kan vara användbara. Algebra tappar därmed för dessa elever en stor del av sin funktion, vilket sannolikt återspeglas i deras uppfattningar (MacGregor., 2004, s. 320-321).

5.2 Elevernas uppfattningar om svårigheterna med att lösa matematiska problem med hjälp av algebra

Nyss konstaterades att elevernas matematiska och algebraiska förståelse till stor del påverkar deras uppfattningar om att använda algebra vid problemlösning. Avsikten med detta avsnitt är därför att få en bättre insikt i vilka eventuella svårigheter eleverna uppfattar då de försöker lösa matematiska problem med hjälp av algebra. Resultatet visar att den största svårigheten enligt eleverna ligger i att översätta den skrivna texten till en ekvation. Att eleverna upplever den fasen som svår är inte förvånande. Både Bergsten m.fl. (1997) och Kieran (1997) menar att när det kommer till matematisk problemlösning med hjälp av algebra så ligger ett svårt moment i just översättningsfasen. Det är svårt för eleverna att översätta en skriftlig framställning till en algebraisk sådan. För att kunna ge mening och struktur åt olika symboler och uttryck krävs en god förståelse för det algebraiska språket (Drijvers, 2003, s. 43-44). Det krävs även att eleven har förmågan att omvandla de konkreta situationer som problemen hämtas från till en mer abstrakt nivå (ibid. s. 41-42). I och med att de algebraiska metoderna har en mer formell och abstrakt karaktär i jämförelse med de mer informella och konkreta situationer de utgår ifrån krävs det att eleverna kan röra sig mellan dessa olika uttryckssätt om de exempelvis ska kunna skapa ekvationer utifrån en skriftlig framställning (ibid.).

Näst efter att översätta den skrivna texten till en eller flera ekvationer var den mest upplevda svårigheten att lösa ekvationerna. Orsakerna till detta kan vara flera. Dels är de olika faserna i den algebraiska cykeln länkade till varandra som i en kedja och misstar eleverna sig i den föreliggande översättningsfasen kan det uppstå svårigheter i den efterföljande omskrivningsfasen (Bergsten m.fl., 1997, s. 16). Dels innebär omskrivningsfasen ofta att eleverna måste genomgå flera olika steg innan de kommer fram till en lösning och detta upplevs i vissa fall som en svårighet i och med att det blir mycket för eleverna att hålla reda på (Kortering m.fl., 2005, s. 191-203). En ytterligare svårighet är det faktum att för att kunna lösa en ekvation så krävs det att du behärskar de algebraiska metoderna och i de fall eleverna saknar förståelse för de algebraiska resonemangen har dessa troligen endast lärts in på en mekanisk nivå vilket gör det svårt att använda dem i sammanhang som skiljer sig från de eleverna är vana vid.

En intressant iakttagelse som kan göras utifrån resultaten från enkätundersökningen är att det främst är elever som går bygg- och anläggningsprogrammet och som fått G i betyg från grundskolan som upplever det som en svårighet att tolka och förstå uppgiften samt att tolka svaren de fått. Dessa resultat kan indikera att elever som saknar tillräckliga förkunskaper uppfattar svårigheter som kommer av att de inte har förståelse för vissa grundläggande matematiska och algebraiska resonemang. I de fall eleverna upplevde svårigheter med att tolka de svar de fick kan vi finna en möjlig orsak i att eleven säkert gjort tappra försök att lösa uppgiften men längs vägen har eleven i sina ansträngningar tappat bort vad det faktiskt var hon skulle göra vilket leder till svårigheter med att tolka det svar som framkommit. Drijvers (2003, s. 43) menar att elever ibland ensidigt fokuserar på de algebraiska procedurerna vilket leder till att de tappar

bort det övergripande problemet. Detta får i sin tur till följd att eleven tappat förståelsen för vad det är hon har gjort och därmed kan hon inte tolka sitt svar. Det var flera elever som i sin lösning fick fram orimliga svar, flertalet av dessa elever var dock medvetna om att lösningen inte var rimlig och att svaret därför måste vara felaktigt. Ingen elev som visat att de behärskar faserna med översättning och omskrivning uppfattade svårigheter med tolkningsfasen.

Det faktum att endast en femtedel av de undersökta eleverna löste problemet *Handla kläder* visar att problemlösning i allmänhet och problemlösning med algebra i synnerhet är svåra moment för eleverna. Enkätundersökningen visar att elevernas matematiska resonemang kan ha påverkats av deras förväntningar på uppgiften och vissa lösningar indikerar att det uppstått en osäkerhet när eleverna inte funnit något mönster som de kände igen (Sumpter, 2009, s. 28-29). I och med att eleverna visste att undersökningen i det här fallet handlade om algebra och problemlösning, finns en möjlighet att eleverna därigenom förväntade sig att uppgiften skulle lösas med hjälp av algebra. Eventuellt skulle fler elever ha klarat att lösa problemet om det inte skapats förväntningar på att de skulle använda algebraiska metoder.

I fallet med den problemuppgift som gavs till eleverna i samband med enkäten var det som nämnts inte tvunget att denna skulle lösas med hjälp av algebra, den kunde relativt enkelt lösas genom att ställa upp en tabell med vars hjälp de gick att gissa och pröva sig fram. De elever på bygg- och anläggningsprogrammet som klarade problemet löste det med hjälp av en tabell men det faktum att inte fler elever hittade andra strategier för att ta sig an problemet ger vissa indikationer. Schoenfeld (1992, s. 359) listar ett antal uppfattningar som eleverna ofta har när det kommer till att lösa problem inom matematiken. Som ett exempel anser ofta elever att ett problem endast har en lösningsmetod och vidare finns uppfattningen att alla elever helt enkelt inte har möjlighet att få förståelse för matematiken, vissa får därför nöja sig med att endast lära sig principerna på ett mekaniskt plan genom att memorera. Som visats på tidigare har elevernas förväntningar stor påverkan på deras sätt att resonera och ta sig an ett problem vilket i det här fallet kan ha lett till att inte fler lyckades lösa problemet (Sumpter, 2009, s. 28-29). Att elevernas förväntningar och stereotypa föreställningar styr så stor del av deras tankemönster visar dock behovet av att de får uppgifter som gör att de tvingas att vara mer kreativa i sina resonemang. Då vi stöter på matematiska problem i vår vardag eller i vårt arbete finns sällan de mönster som eleverna söker för att få en ledtråd till hur problemet ska lösas. Det finns inte någon lärare som genom ett exempel kan leda tankarna till en viss strategi och det hjälper inte heller att du har memorerat olika metoder om du inte kan utnyttja dem i ett praktiskt sammanhang (Schoenfeld, 1992, s. 359). Om eleverna inte får stöta på många olika typer av problem som tränar upp deras förmåga att föra matematiska resonemang finns risken att följderna blir resultat som liknar de vi sett i denna undersökning. Majoriteten av eleverna klarar inte av att lösa ett problem med algebra men majoriteten klarar inte heller att lösa problemet med någon annan metod.

Resultaten som fåtts indikerar att eleverna behöver träna mer på att lösa matematiska problem och de behöver få förbättrade kunskaper om olika strategier som är användbara vid problemlösning. För att eleverna bättre ska kunna utnyttja de fördelar som de algebraiska metoderna kan ge vid lösning av matematiska problem behöver de få chansen att öva lika mycket på alla de tre faserna i den algebraiska cykeln. Bergsten m.fl. (1997, s. 16) menar att matematiken i skolan allt för ensidigt lägger tid på omskrivningsfasen och på att lära eleverna de algebraiska metoderna utan att sätta dessa i ett sammanhang där även översättningsfasen och tolkningsfasen ingår. Följden blir att eleverna sällan ges tillfällen där det finns möjlighet att skapa en förståelse för alla länkar i kedjan vilket i förlängningen leder till att deras kunskaper om algebra blir i stort

sett meningslösa i avseende att kunna använda metoderna vid problemlösning (Bergsten m.fl., 1997, s. 16-17).

6 Slutsats

De resultat som framkommit i denna undersökning indikerar att det som till största delen styr elevernas uppfattningar om algebra och problemlösning är deras betyg i grundskolan och därigenom deras förståelse för det algebraiska tankesättet. Elever som har förståelse för de algebraiska resonemangen kan se att kunskapen fyller en funktion och de uppfattar den därför som meningsfull. De elever som saknar förståelse för algebra och som inte behärskar de algebraiska resonemangen kan inte heller utnyttja metoderna i exempelvis problemlösningssituationer. Eleverna ser inte nyttan och meningen med kunskapen vilket gör att de har en mer negativ uppfattning.

Resultaten ger vidare en indikation om att förutom elevernas förståelse för det algebraiska tankesättet så finns det även ett samband mellan elevernas uppfattningar om att lösa problem med algebra och deras insikt i algebrans användningsområden. Lärarens undervisning och förmåga att koppla algebran till verklighetstroga problem tros kunna ha en påverkan på elevernas förståelse för vilka möjligheter de algebraiska metoderna kan ge.

Den stora svårigheten med att lösa matematiska problem med hjälp av algebra ligger i att översätta den skrivna framställningen till en algebraisk sådan. Därefter är det att lösa ekvationerna som flest elever uppfattar som svårt. Resultatet pekar mot att eleverna behöver ges fler tillfällen där det har möjlighet att öva på alla faser i den algebraiska cykeln. Detta för att de ska kunna få en förståelse för hela processen vilket krävs för att eleverna fullt ut ska kunna använda algebra i problemlösningssituationer.

Flera resultat från enkätundersökningen visar på betydelsen av att låta elever öva upp olika matematiska förmågor genom problemlösning. En indikation som analysen ger är att elevernas förväntningar och förutfattade uppfattningar till stor del styr deras matematiska resonemang. Genom att därför ge eleverna många tillfällen till att lösa olika typer av matematiska problem kan de tvingas att bli mer kreativa i sina tankegångar och i sina försök att hitta strategier som leder fram till en lösning. Ett medvetet arbete med problemlösning behövs för att eleverna inte ska fastna och komma av sig i lösningsprocessen i de fall uppgifterna skiljer sig från de eleverna är vana vid.

Avslutningsvis kan nämnas att som ett led i arbetet att få en ökad förståelse för hur vi kan förbättra elevernas uppfattningar om att lösa problem med hjälp av algebra, kan en möjlig ingång till fortsatt forskning vara att undersöka situationen på olika arbetsplatser. Utifrån hur arbetssituationen ser ut inom olika yrken kan vi som lärare bli hjälpta i hur vi kan integrera den matematiska problemlösningen i elevernas karaktärsämnen så att deras förståelse ökar för i vilka sammanhang olika strategier blir användbara. I och med att denna undersökning ger indikationer om att elevernas algebraiska förståelse till stor del påverkar deras uppfattningar och inställningar till att använda algebra vid problemlösning skulle den fortsatta forskningen behöva fokusera på vilka metoder som finns för att förbättra denna förståelse.

Litteraturförteckning

- Bell, A. (1996) Problem-solving approaches to algebra: two aspects. I: Bednarz, N., Kieran, C. & Lee, L. (red.) *Approaches to algebra: perspectives for research and teaching*. Dordrecht: Kluwer.
- Bergsten, C., Häggström, J. & Lindberg, L. (1997) *Algebra för alla*. Nämnaren Tema. Göteborg: NCM, Göteborgs universitet.
- Braun, V. & Clarke, V. (2006) Using thematic analysis in psychology. *Qualitative Research in Psychology* 2006 (3) (s. 77 - 101)
- Crawford, A. (2001) Developing algebraic thinking: Past, present and future. I: Chick, H., Stacey, J. & Vincent, J. (red.) *The Future of the Teaching and Learning of Algebra* (s. 192-198). Melbourne: The University of Melbourne.
- Drijvers, P. (2003) *Learning algebra in a computer algebra environment – Design research on the understanding of the concept of parameter*. Utrecht: Freudenthal-institutet.
- Ejlertsson, G. (2005) *Enkäten i praktiken. En handbok i enkätmetodik*. Lund: Studentlitteratur.
- Hagland, K., Hedrén, R. & Taflin, E. (2005) *Rika matematiska problem: inspiration till variation*. Stockholm: Liber.
- Kaput, J. (2008) What is algebra? What is algebraic reasoning? I: Kaput, J., Carraher, D. & Blanton, M. (red.) *Algebra in the early grades* (s. 5 -17) New York: Lawrence Erlbaum Associates.
- Kieran, C. (1997) Mathematical Concepts at the Secondary School Level: The Learning of Algebra and Functions. I: Nunes, T. & Bryant, P. (red.) *Learning and Teaching Mathematics: An International Perspective* (s. 133–158) Hove: Psychology press Ltd, Publishers.
- Kortering, L., deBettencourt, L. & Braziel, P. (2005) Improving Performance in High School Algebra: What students with learning disabilities are saying. *Learning Disability Quarterly* 28 (3) (s. 191 – 203)
- Lesh, R. & Zawojewski, J. (2007) Problem solving and modeling. I: Lester, F. (red.) *Second handbook of research on mathematics teaching and learning*. (s. 763 - 803) Charlotte, NC: Information Age Publishing.
- MacGregor, M. (2004) Goals and Content of an Algebra Curriculum for the Compulsory Years of Schooling. I: Stacey, K., Chick, H. & Kendal, M. (red.) *The Future of the Teaching and Learning of Algebra. The 12th ICMI Study* (s. 311-328) Dordrecht: Kluwer.
- Pehkonen, E. (2001) Lärares och elevers uppfattningar som en dold faktor i matematikundervisningen. I: Grevholm, B. (red.) *Matematikdidaktik – ett nordiskt perspektiv* (s. 230-256). Lund: Studentlitteratur.
- Persson, P-E. (2010) *Räkna med bokstäver! En longitudinell studie av vägar till en förbättrad*

- algebraundervisning på gymnasienivå*. Luleå: Matematikinstitutionen, Luleå tekniska universitet.
- Schoenfeld, A.H. (1992) Learning to think mathematically: problem solving, metacognition and sense making in mathematics. I: Grouws, D. (red.) *Handbook for Research on Mathematics and Learning* (s. 334-370) New York: MacMillian Publishing Company.
- Sfard, A. (1991) On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics*, 22 (s. 1-36)
- Spangler, D.A. (1992) Assessing students beliefs about mathematics. *Arithmetic Teacher* 40 (3) (s. 148-152)
- Skolverket (2003) *Lusten att lära – med fokus på matematik. Nationella kvalitetsgranskningar 2001-2002*. Stockholm: Skolverket.
- Skolverket (2011) *Läroplan, examensmål och gymnasiegemensamma ämnen för gymnasieskola 2011*. Stockholm: Skolverket.
- Thompson, A. (1992) Teachers beliefs and conceptions a synthesis of the research. I: Grouws, D. (red.) *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (s. 127-146) New York: Macmillian Publishing Company.

<http://www.codex.vr.se/> 2012-12-02

Bilaga 1

Attityder till algebra

Algebra är när man räknar med bokstäver istället för tal. Algebra innebär att du till exempel löser ekvationer, förenklar uttryck, räknar med funktioner eller beskriver hur ett regelbundet mönster växer.

Här följer några frågor där du får berätta lite om dig själv.

Kön:

Tjej

Kille

Mitt betyg i matte i årskurs 9:

IG

G

VG

MVG

Ungefär hur många timmar i veckan ägnar jag åt matematik utanför skoltid:

Jag räknar aldrig matte utanför skoltid.....

0-1 timmar i veckan.....

Mer än 1 timme veckan.....

Nedan följer några påståenden kring matematik. Markera för varje påstående det alternativ som passar bäst in på dig.

Jag tycker att det är viktigt med matematik:

Stämmer inte.....

Stämmer till liten del.....

Stämmer till ganska stor del.....

Stämmer helt.....

Jag tycker att det är roligt med algebra:

Stämmer inte.....

Stämmer till liten del.....

Stämmer till ganska stor del.....

Stämmer helt.....

Jag tycker att det är roligt att lösa matematiska problem:

Stämmer inte.....

Stämmer till liten del.....

Stämmer till ganska stor del.....

Stämmer helt.....

Jag tycker att algebra är ett svårt område inom matematiken:

- Stämmer inte.....
- Stämmer till liten del.....
- Stämmer till ganska stor del.....
- Stämmer helt.....

Jag använder mig av algebra inom andra ämnen i skolan:

- Aldrig eller mindre än en gång per år.....
- Någon/några gånger per år.....
- Någon/några gånger per månad.....
- Varje vecka.....

Jag använder mig av algebra i min vardag:

- Aldrig eller mindre än en gång per år.....
- Någon/några gånger per år.....
- Någon/några gånger per månad.....
- Varje vecka.....

I mitt kommande yrke tror jag att jag kommer behöva lösa matematiska problem:

- Aldrig eller mindre än en gång per år.....
- Någon/några gånger per år.....
- Någon/några gånger per månad.....
- Varje vecka.....

I mitt kommande yrke tror jag att jag kommer ha användning av min kunskap om algebra:

- Aldrig eller mindre än en gång per år.....
- Någon/några gånger per år.....
- Någon/några gånger per månad.....
- Varje vecka.....

Bilaga 2

Problemuppgift

Lös uppgiften och svara sedan på frågorna på nästa sida.

Handla kläder

Jakob köper kläder på vårrean. Han handlar tre tröjor för sammanlagt 450 kronor. Han köper en vit, en röd och en blå tröja. Den vita kostade 100 kr mer än den röda. Den vita och röda kostade tillsammans 190 kr mer än den blå.



Hur mycket kostade varje tröja? Skriv din lösning här nedanför, behöver du mer utrymme kan du även använda baksidan.

Bilaga 3

1) Löste du problemet Handla kläder med hjälp av algebra?

- Ja.....
Delvis.....
Nej.....

Om du svarade nej på fråga 1, gå vidare till fråga 4.

2) Tyckte du att det var svårt att lösa problemet Handla kläder?

- Ja.....
Delvis.....
Nej.....

Om du svarade ja eller delvis på fråga 2, svara på fråga 3.

3) Vad var det du upplevde som svårt när du skulle lösa problemet Handla kläder? Kryssa för ett eller flera alternativ som passar in på dig.

- Det var svårt att tolka och förstå informationen som gavs i uppgiften.....
Det var svårt att veta hur jag skulle skriva ekvationen/ekvationerna.....
Det var svårt att lösa ekvationen/ekvationerna.....
Det var svårt att tolka svaren jag fick.....
Eget alternativ.....
Vad? _____

-

4) Skulle du kunna lösa problemet Handla kläder med hjälp av algebra?

- Ja.....
Nej.....
Vet ej.....

5) Varför valde du att inte lösa problemet Handla kläder med algebra? Kryssa för ett eller flera alternativ som passar in på dig.

- Det kändes onödigt att använda bokstäver vid uträkningen.....
Det var svårt att veta hur jag skulle skriva ekvationen/ekvationerna.....
Det är svårt att räkna med bokstäver.....
Det är svårt att lösa ekvationer.....
Det är svårt att tolka svaren jag får.....
Eget alternativ.....
Vad? _____

Tack för din medverkan!