



HÖGSKOLAN  
DALARNA

## **Examensarbete**

### **Att synliggöra, reflektera och utveckla**

---

#### **En Learning study om bråkräkning i matematik**

Författare: Adnan Abou- Chakra  
Handledare: Mats Lundgren  
Examinator: Cecilia Andersson  
Termin: ht 13  
Program: Lärarutbildning - VAL  
Ämne/huvudområde: Matematik  
Poäng: 15 hp

Högskolan Dalarna  
791 88 Falun  
Sweden  
Tel 023-7780 00

## **Förord**

### **Ett stort tack**

Till lärarna som medverkat i denna studie och gjort den möjlig. Ett speciellt tack till Thomas Bergström för givande diskussioner.

Till min handledare Mats Lundgren för hans värdefulla kommenterar och tips.

Till min kära familj, Josef, Bisan och Nana för er kärlek, stöd och uppmuntran under hela min utbildning.

Än en gång ett stort tack till er alla!

Fagersta den 2-02- 2014

Adnan Abou- Chakra

## Sammanfattning

Syftet med denna fallstudie är tvåfaldig, för det första att ta reda på vilka kritiska aspekter, d.v.s. vad som är svårt att förstå, i bråkräkning i matematik (hur ett bråk ser ut, hur det ritas och skrivs) för elever i årskurs nio. För det andra hur Learning study som metod påverkade lärarnas sätt att tänka och planera sina lektioner och i vidare perspektiv deras undervisning. För att besvara dessa frågor deltog jag som observatör när en Learning study- studie genomfördes och senare som intervjuare av de deltagande lärarna.

Studien visar på två saker: alla lärare som deltog, ökade sin medvetenhet om sin undervisning, utvecklades genom diskussionen av lärandeobjektet (de områden eller förmågorna som undervisningen syftar till att utveckla) samt utvidgade sin förståelse för hur svårt eleverna kan ha när det gäller bråkräkning i matematik. Den andra är elevernas förbättrade lärande genom den variationen som presenterades under lektionen för att göra det möjligt för dem att erfar lärandeobjektet på ett nytt sätt.

Datansamlingen genomfördes under två och en halv månad form av observationer och intervjuer. Under tiden deltog jag i tio träffar och intervjuade tre deltagande lärare. Jag deltog som observatör i mötena kring Learning study- studie som skulle genomföras.

**Nyckelord:** Learning study, kritiska aspekter, lärandeobjekt, variationsteori, bråk.

## Innehållförteckning

Sammanfattning .....	3
1. Introduktion .....	5
1.1 Syfte och frågeställningar .....	8
2.1 Skolans läroplan (Lgr 11) .....	9
2.2 Presentation av metoden Learning study .....	9
2.3 Learning study- metodens härkomst .....	10
2.4 Learning study och dess teoretiska bakgrund .....	11
2.5 Genomförandet av en Learning study studie .....	13
3. Metod .....	15
3.1 Metod för den empiriska undersökningen .....	15
3.2 Datainsamling .....	15
Observationer .....	15
Intervjuer .....	16
3.3 Etiska överväganden .....	16
4. Resultat .....	17
4.1 En learning study- studie om bråkräkning i matematik genomförs .....	17
4.2 Utvärderingen av studie Learning study-lektionen om bråkräkning .....	22
5. Diskussion .....	24
Referenser .....	27

## 1. Introduktion

Enligt två internationella undersökningar, den ena är PISA (Programme for International Student Assessment), som mäter kunskaper och färdigheter som är relaterade till vardagslivet och framtiden, så har de svenska högpresterande eleverna ett lägre resultat 2009 i matematik jämfört med 2003, samtidigt som andelen elever som inte når den lägsta prestationsnivån ökat. Sveriges resultat i matematik är sämre än resultatet 2009. Sverige har också tappat sin position i förhållande till övriga nordiska länder.<sup>1</sup> Den andra är TIMSS Advanced 2008 (*Trends in International Mathematics and Science Study*), som utvärderar elevernas kunskap gentemot läroplanen, bekräftar samma resultat som PISA. Enligt TIMSS uppvisar svenska elever svaga resultat i matematik, vilket är en försämring i jämförelse med 1995. De relativt lågpresterande eleverna har försämrat sina resultat mest. Undersökningen konstaterar att andelen elever som inte anses nå upp till medelgod kunskapsnivå enligt kriterierna i TIMSS Advanced, nästan har fördubblats.<sup>2</sup> Resultaten har lett till en skoldebatt där den förhärskande bilden är att svenska skolan har misslyckats. Debatten är inte avslutad än, speciellt som att den nya omgången från PISA 2012<sup>3</sup> befäster det sjunkande resultatet av de svenska eleverna, som nu ligger under genomsnittresultaten för OECD i alla undersökta kunskapsområden. Enligt rapporten så är andelen svenska elever som uppnår basnivån för matematikkunskaper minskats med tio procentenheter. Medan andelen högpresterande elever har halverats från 16 procent till 8 procent.<sup>4</sup> Kritiken och ifrågasättandet av dessa undersökningars resultat lät inte vänta på sig.

Författarna Karlsson Vestman och Andersson är ambivalenta till om man kan lita på dessa internationella jämförelser och ifrågasätter ”om den kunskap som produceras genom dylika utvärderingar är tillförlitlig, väl underbyggd och verkligen ger ett underlag som håller för internationella jämförelser.”<sup>5</sup> Vidare menar de så har ”pedagogiska forskare sedan länge kritiserat det ensidiga bruket av kunskapsmätningar vid utvärderingar på systemnivå.”<sup>6</sup> Samtidigt ställer Karlsson Vestman och Andersson sig frågan, om det önskvärt att samma kriterier ska gälla för alla länder och mätas med samma prov.<sup>7</sup> De hänvisar även till den norske pedagogikprofessorn Sjøberg<sup>8</sup> som har kommit till liknande slutsats gällande internationella jämförelsen. Sjøberg ifrågasätter ”om det finns någon gemensam ” skolkunskap som är identisk i t.ex. Egypten, Ghana, USA, Iran, Indonesien, Sverige och Norge.”<sup>9</sup> Han fortsätter sin kritik genom att betrakta provet som ”minsta gemensamma nämnare som representerar en konservativ typ av läroplan” och avslutar med att proven ”baserar sig en internationell läroplan av detta slag på kompromisser och apolitiskt innehåll.” Sjøberg får medhåll av också Mats Björnsson, f.d. ämnesråd på utbildningsdepartementet som hävdar att det inte räcker med dessa jämförelser

---

<sup>1</sup> Internationella studier. Rapport 352. *Rustad att möta framtiden? PISA 2009 om 15-åringars läsförståelse och kunskaper i matematik och naturvetenskap*. Skolverket. Stockholm. 2010. Sid 8

<sup>2</sup> Internationella studier. Rapport 336. *TIMSS Advanced 2008. Svenska gymnasieelevers kunskaper i avancerad matematik och fysik i ett internationellt perspektiv*. Skolverket. Stockholm. 2009. Sid 9

<sup>3</sup> Internationella Studier. Rapport 398. 2013. *Pisa 2012. 15-åringars kunskaper i matematik, läsförståelse och naturvetenskap*. Skolverket. Stockholm. Fritzes kundservice. 2013. Sid 6

<sup>4</sup> A.a. Sid 141

<sup>5</sup> Karlsson Vestman, Ove & Andersson Inger M. *Pedagogisk utvärdering som styrning – En historia från präster till PISA*. Forskning i fokus, nr. 35. Myndigheten för skolutveckling. 2007. Sid 88

<sup>6</sup> A.a. Sid 88

<sup>7</sup> A.a. Sid 88-89

<sup>8</sup> A.a. Sid 88

<sup>9</sup> A.a. Sid 89

för att bedöma skolväsendet. Han efterlyser en nationell värdering utifrån den svenska läroplanen.<sup>10</sup>

I en rapport från Skolverket<sup>11</sup> anges att en tänkbar orsak till de vikande resultaten kan vara att undervisningen är starkt styrd av läroboken och flertalet elever inte har tillräcklig kunskap om målen i matematik samt att många lärare har otillräckliga kunskaper om kursplanen. Rapporten tar också upp positiva punkter, som att skolorna har en god kvalitet på matematikundervisning och samtidigt försöker lärarna att ”tillgodose elevers olika sätt att lära och de försöker att variera arbetsätten så att undervisningen känns lustfylld.”

En rapport från Statistiska centralbyrån 2013 visar å andra sidan att svenska elevers resultat inte är lika katastrofalt som Pisa-rapporten påvisar<sup>12</sup> (Enligt Pisa-rapporterna från 2000-2013) har svenska elevers resultat sjunkit med 6 procent). Enligt Statistiska centralbyråns undersökning var 91 procent av de inrikes födda eleverna och 65 procent av de utrikes födda eleverna var behöriga till gymnasiet under perioden 2007–2011<sup>13</sup> och trenden verkar hålla i sig.

Skolverket redogör för hur en framgångsrik matematik undervisning ser ut:

Undervisning kräver balans mellan kreativa, problemlösande aktiviteter och kunskaper om matematikens begrepp, metoder och uttrycksformer. Detta gäller alla elever, såväl de som är i behov av särskilt stöd som elever i behov av särskilda utmaningar.<sup>14</sup>

För skolorna och lärarna är elevernas uppnående av målen det viktigaste. Enligt kursplanen:

ska undervisningen anpassas till varje elevs förutsättningar och behov. Den ska främja elevernas fortsatta lärande och kunskapsutveckling med utgångspunkt i elevernas bakgrund, tidigare erfarenheter, språk och kunskaper.<sup>15</sup>

Undervisningen ska bidra till att eleverna utvecklar kunskaper för att kunna formulera och lösa problem samt reflektera över och värdera valda strategier, metoder, modeller och resultat.<sup>16</sup>

Enligt Skolinspektionens rapport om undervisningen i matematik, så får många svenska elever god undervisningskvalitet i matematik. Lärarnas har en hög kompetens och tillgodoser elevernas olika sätt att lära.<sup>17</sup> Samtidigt försöker de att variera arbetsätten Learning study som ett exempel) så att undervisningen känns lustfylld. Läroplanen konstaterar att:

---

<sup>10</sup> Björnsson, Mats. f.d. ämnesråd på utbildningsdepartementet. (2013-09-23) SOS: Skola och samhälle. *PISA, TIMSS och PIRLS – det nya nationella utvärderingslandskapet?* <http://www.skolaochsamhalle.se/flode/skola/mats-bjornsson-pisa-timss-och-pirls-det-nya-nationella-utvarderingslandskapet/>. 21.00

<sup>11</sup> Kvalitetsgranskning. Rapport 2009:5. *Undervisningen i matematik – utbildningens innehåll och ändamålsenlighet*. Skolinspektionen. Stockholm. Sid 8

<sup>12</sup> Statistiska centralbyrån. Integration: Rapport 6. *Integration – en beskrivning av läget i Sverige*. Stockholm. 2013. Sid 35

<sup>13</sup> A.a. sid 35

<sup>14</sup> Kvalitetsgranskning. Rapport 2009:5. *Undervisningen i matematik – utbildningens innehåll och ändamålsenlighet*. Skolinspektionen. Stockholm. Sid 62

<sup>15</sup> *Läroplan för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet*. Skolverket. Stockholm. Fritzes kundservice. 2011. Sid 8

<sup>16</sup> A.a. Sid 62

<sup>17</sup> Skolinspektionen. Kvalitetsgranskning. Rapport 2009:5. *Undervisningen i matematik- utbildningens innehåll och ändamålsenlighet*. Stockholm. Sid 8

Undervisningen ska bidra till att eleverna utvecklar kunskaper för att kunna formulera och lösa problem samt reflektera över och värdera valda strategier, metoder, modeller och resultat.<sup>18</sup>

En learning study är en av dessa strategier på elevers sätt att lära sig. Enligt Wernberg studerar learning study ”förståelsen av avsiktligt lärande i relation till det eller de sätt som läraren under en lektion möjliggör för eleverna att urskilja kritiska aspekter i lärandeobjektet.”<sup>19</sup> Wernberg betonar ”att även om man som lärare aldrig kan garantera att det intentionella lärandet äger rum, bör man arbeta för att garantera att det är möjligt för eleverna att lära det som varit avsett”<sup>20</sup>, men även på grund av att eleverna upplever lärandeobjektet olika.<sup>21</sup>

Skolverket har regeringens uppdrag<sup>22</sup> att fördela projektmedel till skolhuvudman som stöd till lokala utvecklingsprojekt. Bidragen som tilldelas syftade till ”att stimulera och stärka skolornas eget utvecklingsarbete med att höja kvaliteten i matematikundervisningen och ska ses som en komplettering till övriga insatser som görs för ökad måluppfyllelse.”<sup>23</sup> Ett sätt att genomföra lokala utvecklingsprojekt kan vara att genomföra Learning study studier. Enligt en rapport från Skolverket konstateras:

I matematikundervisningen har Learning study huvudsakligen lett till förbättringar av lärarnas syn på det matematiska innehållet, trots missuppfattningar om hur man använder olika begrepp från variationsteorin.<sup>24</sup>

Många skolor använde bidraget för att genomföra lokala utvecklingsprojekt, däribland denna skola där den här fallstudien genomförs, till att genomföra just Learning study studier. Learning study syftar till lärande på två nivåer: lärarens, som utvecklar teoretisk och ämnesdidaktisk kunskap, och elevernas eller barnens lärande av ett specifikt innehåll.<sup>25</sup>

Under de senaste tre åren har gymnasielärarna i den studerade kommunen genomfört en screening av vilka matematikinnehåll som högstadiееlever har svårt för. Där fann man att förståelsen för bråk och bråkräkning var ett område som bör stärkas. För att minska gapet mellan högstadiematematik och gymnasie matematik, började högstadiets lärare och gymnasieskolans att samarbeta. Högstadiееleverna får två lektioner varje vecka under ledning av en gymnasie-lärare. Genom kommunens matematikutvecklare fick några lärare vetskap om metoden Learning study. Under höstterminen 2013 genomfördes två Learning study studier i två klasser i årskurs 9. Den ena klassen arbetade med källkritik medan den andra klassen arbetade med bråk.

---

<sup>18</sup> *Läroplan för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet*. Skolverket. Stockholm. Fritzes kundservice. 2011. Sid 62

<sup>19</sup> Wernberg, A. *Lärandets objekt. Vad elever förväntas lära sig, vad görs möjligt för dem att lära och vad de faktiskt lär sig under lektionerna*. Diss. Högskolan Kristianstad. 2009. Sid 18-19

<sup>20</sup> A.a. 18 (med hänvisning till Marton & Tsui, 2004)

<sup>21</sup> A.a. Sid 53

<sup>22</sup> Regeringen. Utbildningsdepartementet. U2009/914/G U2008/6186/G. 2009. Stockholm. Sid 1

<sup>23</sup> *Lesson study och Learning study samt IKT matematikundervisningen*. Rapport 367, Skolverket. *En utvärdering av Matematiksatsningen*. Stockholm. Fritzes kundservice. 2011. Sid 14

<sup>24</sup> *Lesson study och Learning study samt IKT I matematikundervisningen. En utvärdering av Matematiksatsningen*. Skolverket. Rapport 367. Fritzes kundservice. 2011. Sid 76

<sup>25</sup> Holmqvist Olander, M. (red.) *Learning study i förskolan*. Studentlitteratur AB. Lund. 2013. Sid 28

## **1.1 Syfte och frågeställningar**

Syftet med denna studie är tvåfaldigt, för det första att undersöka vilka kritiska aspekter av lärandeobjektet bråk i matematik, d.v.s. vad det är som gör att eleverna har svårt att förstå bråkräkning. För det andra hur Learning study-metoden inverkade på lärarnas sätt att planera sina lektioner och i ett vidare perspektiv deras undervisning.

### ***Frågeställningar***

1. Hur urskiljer lärarna, när de genomför en Learning study- studie, aspekter av ett lärandeobjekt som elever har svårt att förstå, s.k. kritiska aspekter?
2. Hur uppfattar lärarna arbetet med learning study- metoden och hur metoden inverkat på deras lektionsplanering och undervisning?



## 2. Tolkningsram

### 2.1 Skolans läroplan (Lgr 11)

Läroplanen (Lgr 11) förespråkar olika vägar att nå målet och betonar att undervisningen aldrig kan utformas lika för alla och att det är skolans ansvar att undervisningen främjar elevernas lärande och kunskapsutveckling och anpassas till elevers förutsättningar och behov och att elever med svårigheter ska ges förutsättningar för nå målen för utbildningen.<sup>26</sup> Enligt läroplanen är det skolans ansvar ”att skolan ska bidra till elevernas harmoniska utveckling. Utforskande, nyfikenhet och lust att lära ska utgöra en grund för skolans verksamhet. Samtidigt ska skolan ”erbjuda eleverna strukturerad undervisning under lärarens ledning, såväl i helklass som enskilt. Lärarna ska sträva efter att i undervisningen balansera och integrera kunskaper i sina olika former.”<sup>27</sup>

Enligt kursplanen för matematik ska:

undervisningen bidra till att eleverna utvecklar kunskaper för att kunna formulera och lösa problem samt reflektera över och värdera valda strategier, metoder, modeller och resultat.<sup>28</sup>

### 2.2 Presentation av metoden Learning study – en metod att utveckla lärares kollektiva lärande om sin undervisning

Innan Learning study metoden presenteras, är det viktigt att läsaren bekantar sig med de centrala begreppen i metoden.

*Variationsteori:* Den teoretiska utgångspunkten för en Learning Study är variationsteorin vars grund är att lärande sker med hjälp av urskiljning av nya aspekter. Enligt Holmqvist Olander:

En variationsteoretisk utgångspunkt ger oss lärare ett stöd att fokusera det avgränsade innehåll som vi vill undervisa kring samt vilken förmåga vi vill att eleverna ska utveckla kring detta innehåll. Den hjälper oss att lyfta frågor kring vad som kan vara svårt i lärandet av detta innehåll och vad som gör att eleverna inte lär sig det som vi hade tänkt oss.<sup>29</sup>

Variationsteorin byggs upp av fyra principer:

*Separation:* Att separera en kritisk aspekt av lärandeobjekt och hålla de andra kritiska aspekterna konstanta.<sup>30</sup>

*Kontrastering:* Läraren visar vad något är genom att samtidigt visa på vad det inte är.<sup>31</sup>

---

<sup>26</sup> Läroplan för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet. Skolverket. Stockholm. Fritzes kundservice. 2011. Sid 8

<sup>27</sup> A.a. Sid 13

<sup>28</sup> A.a. 62

<sup>29</sup> Holmqvist Olander, M. *Learning study i förskolan*. Studentlitteratur AB. Lund. 2013. Sid 26

<sup>30</sup> Maunula, T., Magnusson, J. & Echevarria, C. 2011. *Learning study-undervisning gör skillnad*. Magnusson, J. & Maunula, T. *Variationsteorin ur ett undervisningsperspektiv*. Studentlitteratur AB. Lund. Sid 43

<sup>31</sup> A.a. Sid 43

*Generalisering:* Att byta sammanhang utan att objektet förändras.<sup>32</sup>

*Fusion:* Förståelsen av begreppet fullt ut och att flera kritiska aspekter varieras samtidigt.<sup>33</sup>

Karakteristiskt för variationsteorin är fokus på lärandeobjekt och hur lärare i skolan iscensätter detta lärandeobjekt.<sup>34</sup> En variationsteoretisk utgångspunkt ska enligt Maunula kunna ge lärarna ett stöd att fokusera det avgränsade innehåll som de vill undervisa om.<sup>35</sup>

**Lärandeobjekt:** De områden för lärande som undervisningssituationen syftar till att utveckla. Det kan vara en förmåga eller ett område inom skolämnena.<sup>36</sup> T.ex. bråkräkning, likhetstecken.

**Kritiska aspekter:** de aspekter i lärandeobjektet som eleverna måste ges möjlighet att upptäcka för att möjliggöra en ökad förståelse av lärandeobjektet.<sup>37</sup>

**Tester:** För att utvärdera hur förmågorna utvecklar elevernas lärande under lektionen. Enligt Bergqvist och Echevarría<sup>38</sup> utgör testerna ett redskap för att få syn på vilka kritiska aspekter lärarna har lyckats eller misslyckats att identifiera. Samtidigt betonar de vikten av testerna för att hitta flera kritiska aspekter utifrån elevsvaren.

### 2.3 Learning study- metodens härkomst

Metoden Learning Study härstammar från den japanska metoden Lesson Study – en modell som japanska lärare använt för att vidareutveckla och lära sig mer om sina egna lektioner. Båda modellerna omfattar en kollektiv process, där deltagande lärare lär tillsammans, om sina elevers lärande.<sup>39</sup> Metoden Learning Study är en undervisningsmetod och kompetensutvecklingsmetod för lärare. Implementeringen av metoden ska leda till en förbättrad undervisning, vilket kommer att gynna elevernas lärande. Genom att identifiera ett lärandeobjekt och de kritiska aspekterna försöker de involverade lärarna att hjälpa eleverna förstå det lära syftar till att lära dem och utveckla deras lärande. Lärarens förmåga att kasta nytt ljus på ett lärandeobjekt, att visa de sidor som den lärande ännu inte haft tillfälle att upptäcka, påverkar i hög utsträckning lärandeutfallet.<sup>40</sup>

Enligt Gustavsson och Wernberg betraktas inte den japanska läraren som färdigutbildad den dag han eller hon avslutar sin utbildning. Istället fortsätter lärarna att delta i en kontinuerlig

---

<sup>32</sup> A.a. Sid 43

<sup>33</sup> A.a. Sid 43

<sup>34</sup> Wernberg, A. *Lärandets objekt. Vad elever förväntas lära sig, vad görs möjligt för dem att lära och vad de faktiskt lär sig under lektionerna*. Diss. Högskolan Kristianstad. 2009. Sid 18

<sup>35</sup> Maunula, T., Magnusson, J. & Echevarría, C. *Learning study - undervisning gör skillnad*. Magnusson, J. & Maunula, T. *Variationsteorin ur ett undervisningsperspektiv*. Studentlitteratur AB. Lund . 2011. Sid 26

<sup>36</sup> Holmqvist, M med fl. 2006. *Lärande i skolan - Learning study som skolutvecklingsmodell*. Studentlitteratur AB, Lund. Sid 21

<sup>37</sup> A.a. 53

<sup>38</sup> A.a. sid 31

<sup>39</sup> Maunula, T., Magnusson, J. & Echevarría, C. *Learning study - undervisning gör skillnad*. Bergqvist, M. & Echevarría, C. *En introduktion till Learning study*. Studentlitteratur AB. Lund . 2011. sid 21-22

<sup>40</sup> Mona Holmqvist (red). *Lärande i skolan. Learning study som skolutvecklingsmodell*. Lund. Studentlitteratur AB. 2006. Sid 12

kompetensutveckling.<sup>41</sup> Den vanligast förekommande typen av kompetensutveckling, Jugyou kenkyuu, kan översättas med lesson study.

Tanken bakom en lesson study är att det mest effektiva sättet för att utveckla undervisningen är att göra detta i den direkta klassrumspraktiken. I en lesson study som genomförs i en skola arbetar grupper av lärare regelbundet tillsammans under en lång period för att designa, genomföra, testa och åter genomföra lektioner.<sup>42</sup>

Bergqvist och Echevarría konstaterar att Lesson study och Learning study ”inbegriper en kollektiv process, att de deltagande lärarna är tillsammans, om sina elevers lärande”<sup>43</sup> samt är cykliska med återkommande inslag under genomförandet av studien. Lundgren och von Schantz Lundgren lyfter upp två viktigaste skillnaderna mellan dessa två metoder den första är att ” Learning study har en teori som utgångspunkt (variationsteori)” och den andra är att det ” i arbetsgruppen förutom lärare även ingår forskare.”<sup>44</sup>

Enligt Bergqvist och Echevarría<sup>45</sup> var det japanska elevers matematiska prestationer som utgjorde bakgrunden till att varför Learning study utvecklades i början av 2000- talet i Sverige. Metoden sågs som en möjlig modell för forskning och lärarutbildning. Metoden utvecklades i ett samarbete mellan Göteborgs universitet, Hong Kong Institute of Education samt Hong Kong University.

Ledande i denna utveckling var professor Ference Marton samt professor Ulla Runesson från Göteborgs Universitet i samarbete med bl.a. professor Lo Mun Ling från Hong Kong University. Man utgick från Lesson Study men skapade samtidigt något helt nytt genom att i Learning Study använda sig av variationsteorin som en möjlig teori för lärande.<sup>46</sup>

Enligt Holmqvist Olander (med hänvisning till Holmqvist, 2002) var det en pilotstudie som genomfördes inför ett större forskningsprojekt med namnet Lärandets pedagogik, som 2002 startade arbetet med Learning study i Sverige. Mer än 18 Learning studies i matematik, svenska och engelska finanserades för att undersöka metoden tillämplighet och användning i svensk kontext.<sup>47</sup> Hon konstaterar (med hänvisning till Holmqvist, 2006) att Resultaten visade att det inte bara var möjligt, utan även gav samma goda resultat avseende elevernas lärande.<sup>48</sup>

## 2.4 Learning study och dess teoretiska bakgrund

Enligt Marton och Booth är:

Fenomenografi, /.../ en ansats för att identifiera, formulera och hantera vissa typer av forskningsfrågor, en specialisering som framför allt uppmärksammar frågor som är relevanta för lärande och förståelse i en pedagogisk miljö.<sup>49</sup>

<sup>41</sup> Holmqvist, Mona. *Lärande i skolan. Learning study som utvecklingsmodell*. Studentlitteratur AB. Lund. 2006. Sid 40

<sup>42</sup> A.a. sid 68

<sup>43</sup> Maunula, T., Magnusson, J. & Echevarría, C. *Learning study - undervisning gör skillnad*. Bergqvist, M. & Echevarría, C. *En introduktion till Learning study*. Studentlitteratur AB. Lund . 2011. sid 22

<sup>44</sup> Lundgren, M & von Schantz Lundgren, I. *Lesson study & Learning study. Metoder för att utveckla yrkeslärares undervisning?* Nordic Journal of Vocational Education and Training. Vol 1. No. 1 2011. Sid 3

<sup>45</sup> Maunula, T., Magnusson, J. & Echevarría, C. *Learning study - undervisning gör skillnad*. Bergqvist, M. & Echevarría, C. *En introduktion till Learning study*. Studentlitteratur AB. Lund . 2011. sid 23

<sup>46</sup> A.a. Sid 23

<sup>47</sup> Holmqvist Olander, M. *Learning study i förskolan*. Studentlitteratur AB. Lund. 2013. Sid 24

<sup>48</sup> A.a. Sid 15

<sup>49</sup> Marton, F. & Booth, S. *Om lärande*. Studentlitteratur AB. Lund. 2000. Sid 147

Fenomenografins idé är att förstå hur människor erfar problemen, situationer eller världen. ”Ett sätt att erfa någonting är att urskilja någonting från och att relatera det till ett sammanhang.”<sup>50</sup> Så syftet med fenomenografen är ”att fånga erfarenhetens rikedom, fullständighetens i en persons samtliga sätt att erfa och beskriva fenomenet i fråga och det är variationen och variationens arkitektur i termer av de olika aspekter som definierar fenomenet.”<sup>51</sup>

Wernberg understyrker ”att huvudsyftet i den fenomenografiska ansatsen är att beskriva variation i hur ett avgränsat fenomen eller objekt i omvärlden uppfattas av människor.”<sup>52</sup> Hon betonar att syfte med den fenomenografiska forskningen ”är att beskriva olika sätt att erfa ett fenomen och forskningens objekt är respondenternas kvalitativt skilda sätt att uttrycka detta erfärande av detta fenomen.”<sup>53</sup>

Enligt Gustavsson så är:

variationsteoretiska perspektivet är det individen själv som lär, men det är läraren som kan bidra till att möjligheterna för lärande ökar genom att utifrån gruppen identifiera ett lärandeobjekts kritiska aspekter och genom variation göra det möjligt för den lärande att urskilja dessa.<sup>54</sup>

Gustavsson konstaterar att ”lärandeobjektet är den huvudsakliga fokus och kan förstås som en förmåga att göra någonting med något. Och att varje förmåga har en generell och specifik aspekt.”<sup>55</sup> Gustavsson framhåller att det finns tre former av lärandeobjekt:

Det intentionella, det iscensatta och det erfarna lärandeobjektet. Att använda såväl ”iscensatt” som ”erfaret” lärandeobjekt visar att eleverna inte alltid lär det som var intentionen med en lektion. Vad som är möjligt att lära framträder i det iscensatta lärandeobjektet, medan det erfarna lärandeobjektet visar sig utifrån vad varje elev urskilde.<sup>56</sup>

Gustavsson påpekar att:

Alla teorier har sina begränsningar och det kan vara riskabelt att överdriva styrkan i en teori. Samtidigt att dra generella slutsatser utifrån progressionen i lärarnas samtal kopplat till variationsteorin kan också vara problematisk, då fokus i de genomförda cyklerna ligger på elevernas skilda lärandeobjekt.”<sup>57</sup>

När man arbetar med Learning study- metoden så arbetar man med ett lärandeobjekt och progressionen i lärandet handlar just om detta specifika lärandeobjekt (delen) och inte helheten.

---

<sup>50</sup> A.a. 147

<sup>51</sup> A.a. 153

<sup>52</sup> Wernberg, A. *Lärandets objekt. Vad elever förväntas lära sig, vad görs möjligt för dem att lära och vad de faktiskt lär sig under lektionerna*. Diss. Högskolan Kristianstad. 2009. Sid 21

<sup>53</sup> A.a. Sid 21

<sup>54</sup> Gustavsson, Laila. *Att bli bättre lärare. Hur undervisningsinnehållets behandling blir till samtalsämne lärare emellan*. Diss. Högskolan Kristianstad. 2008. Sid 19

<sup>55</sup> A.a. sid 21 (med hänvisning till Marton & Tsui, 2004)

<sup>56</sup> A.a. sid 23 (med hänvisning till Marton & Tsui, 2004)

<sup>57</sup> Gustavsson, L. *Att bli bättre lärare. Hur undervisningsinnehållets behandling blir till samtalsämne lärare emellan*. Diss. Högskolan Kristianstad. 2008. Sid 147

Learning study- metoden handlar inte primärt om att hjälpa eleverna att uppnå målen i skolämnet utan göra både dem och lärarna medvetna om sitt lärande. Enligt Holmqvist Olander så har Learning study- metoden tre olika syften:

För det första, att barnen lär sig något för dem väsentligt. För det andra att lärarna lär hur de kan bättre hjälpa barnen att lära. För det tredje, att ny, generaliserbar kunskap om hur ett specifikt lärandeobjekt kan behandlas pedagogiskt, utvecklas.<sup>58</sup>

Syftet med metoden är att lärarna, och utifrån vad de vet om sina elevers kunskaper, planerar och utvärderar undervisningen.<sup>59</sup>

Alltså Learning study är en metod som möjliggör för eleverna att erfara de lärandeobjekten, som de inte haft tillfälle för att erfara.

I en learning study- studie är det inte den ökade kunskapen i sig som är det mest intressanta, utan fokus ligger i stället på huruvida olika behandling av samma innehåll, i olika lärandegrupper, innebär skillnader i på vilket sätt lärande utvecklas. Därför blir analysen av de lärandes förståelse före lärandetillfället viktig att kartlägga, liksom deras förståelse direkt efteråt.<sup>60</sup>

Samma syn på Learning study- metoden har Maunula, som anser att tonvikten på en Learning study studie ska ligga på undervisningens innehåll och elevens förståelse av det som ska läras medan aktiviteter och material är därmed underordnat innehållet.<sup>61</sup>

Matematikern Paul Cobb betonar hur ”lärare underlättar elevernas lärande genom att försöka att förstå deras matematiska tänkande.”<sup>62</sup>

## 2.5 Genomförandet av en Learning study studie

En Learning study- studie kan t.ex. göras genom att lärarna som undervisar samma årskurser delas in i grupper (3-4 lärare). Detta sker med en handledare som lotsar dem genom variationsteorin (genom separation, kontrastering, generalisering och fusion) och Learning study- metodiken. Först bestäms lärandeobjektet, som enligt Maunula utgörs ”av förmågor kring ett mycket avgränsat undervisningsinnehåll. Där lärarna bestämmer vad de vill att eleverna lär sig och vad innebär att kunna detta.”<sup>63</sup>

Sedan avgränsas lärandeobjektet genom svaren på ”vad vi som lärare vill att eleverna ska lära sig och vad de redan kan och vilka förkunskaper krävs?”<sup>64</sup> Lärarna gör en gemensam förtest för att undersöka de kritiska aspekterna hos eleverna. Nästa lektion planeras tillsammans av lärarna. Lektionen filmas och senare utvärderas och revideras. En ny test görs för att kontrollera om elevernas förståelse för lärandeobjektet har utökats. Detta gör cykliskt i tre lektioner. I

---

<sup>58</sup> A.a. Sid 15

<sup>59</sup> Hågström, J med fl. *Learning study – en guide*. Nationellt centrum för matematikutbildning. Göteborgsuniversitet. 2012. Sid 1

<sup>60</sup> Holmqvist Olander, M. *Learning study i förskolan*. Studentlitteratur AB. Lund. 2013. Sid 27

<sup>61</sup> Maunula, T., Magnusson, J. & Echevarria, C. *Learning study - undervisning gör skillnad*. Bergqvist, M. & Echevarria, C. *En introduktion till Learning study*. Studentlitteratur AB. Lund . 2011. Sid 22

<sup>62</sup> Skott, J., Jess, K., Hansen, H. C., & Lundin, S. *Matematik för lärare*. Gleerups Utbildning AB. Malmö. 2010. Sid 211

<sup>63</sup> Maunula, T., Magnusson, J. & Echevarria, C. *Learning study - undervisning gör skillnad*. Bergqvist, M. & Echevarria, C. *En introduktion till Learning study*. Studentlitteratur AB. Lund . 2011. Sid 27

<sup>64</sup> A.a. 27

början av införandet informeras eleverna om syftet och hur lektionerna kommer att vara upplagda samt att varje lektion kommer att filmas (filmerna ses bara av lärarna). På så sätt menar Holmqvist Olander kan man utveckla innehållets behandling ytterligare för att motsvara elevernas behov. Samtidigt justeras genomförandet och anpassas till de förutsättningar som lärandesituationen kräver.<sup>65</sup>

---

<sup>65</sup> Holmqvist Olander, M. *Learning study i förskolan*. Studentlitteratur AB. Lund. 2013. Sid 26

### 3. Metod

#### 3.1 Metod för den empiriska undersökningen

Genom en fallstudie undersökte jag hur en Learning study- studie i bråkräkning i matematik genomfördes. Studien syfte, som tidigare angivits, var att kartlägga hur lärarna bestämde lärandeobjektet, urskilde de kritiska aspekterna när de genomförde studien samt hur studien påverkade deras sätt att tänka gällande lektionsupplägget och i längre perspektiv deras undervisning.

Studien genomförde i en kommunal grundskola för skolår 7-9 i en stad i Mellansverige. Valet av studieobjekt var att skolan är min arbetsplats, vilket underlättar kontakterna och minskar resandet.

#### 3.2 Datainsamling

Datainsamlingen genomfördes under två och en halv månad form av observationer och intervjuer. Under tiden deltog jag i tio träffar och intervjuade tre deltagande lärare. Jag deltog som observatör i mötena kring Learning study- studie som skulle genomföras.

#### Observationer

Enligt Kihlström är förmågan att observera en del av lärarens yrkesvardag och därför något som blivande lärare bör skaffa sig kunskap om. Samtidigt anser hon att observationerna utgör ett exempel på hur praktik och teori hör ihop.<sup>66</sup> Befring, betraktar observationer som ett systematiskt sätt för valida och reliabla datainsamlingar.<sup>67</sup> Merriam betraktar ”både observationer och intervjuer som primära informationskällor.”<sup>68</sup> Samtidigt bedömer hon ”att observation är den bästa tekniken när en aktivitet, händelse eller situation kan iakttas direkt.”<sup>69</sup>

Själv valde jag bl.a. observationer, eftersom den ger möjligheten att observera det som ”har blivit rutin för deltagarna själva.”<sup>70</sup> Jag valde observation trots kritiken som ”pekar på människans mycket subjektiva och därför otillförlitliga perception”<sup>71</sup> samt betydelsen av att inte låta sig påverkas av miljön,<sup>72</sup> vilket ska vägas mot att observation kan ses om en viktig metod när det gäller att samla information under en fallstudie.<sup>73</sup> Denscombe redogör för fördelarna med observationer som t.ex. som icke-inblandning. Där observatören ”har bättre förutsättningar att bibehålla den naturliga miljön än andra samhällsvetenskapliga forskningsmetoder.”<sup>74</sup> Enligt Merriam så ger observationer förstahandsbeskrivning av den situation som undersöks och om den kombineras med intervjuer och källanalys så ger den en holistisk tolkning av situationen.<sup>75</sup> Detta för att utöka trovärdigheten och relevansen.

---

<sup>66</sup> Dimenäs, Jörgen. *Lära till lärare. Att utveckla läraryrket- vetenskapligt förhållningssätt och vetenskaplig metodik.* Kihlström, Sonja. *Observation som redskap.* Uppl. 1:4. Stockholm. Liber AB. 2007. Sid 30

<sup>67</sup> Befring, Edvard. *Forskningsmetodik och statistik.* Lund. Studentlitteratur AB. 1994. Sid 66

<sup>68</sup> Merriam, Sharan B. *Fallstudien som forskningsmetod.* Uppl. 1:22. Lund. Studentlitteratur AB. 1994. Sid 101

<sup>69</sup> A.a. Sid 102

<sup>70</sup> A.a. Sid 102

<sup>71</sup> Merriam, Sharan B. *Fallstudien som forskningsmetod.* Uppl. 1:22. Lund. Studentlitteratur AB. 1994. Sid 101

<sup>72</sup> A.a. 116

<sup>73</sup> A.a. 115

<sup>74</sup> Denscombe, Martyn. *Forskningshandbok- för småskaliga forskningsprojekt inom samhällsvetenskaperna.* Lund. Studentlitteratur. 2000. Sid 184

<sup>75</sup> Merriam, Sharan B. *Fallstudien som forskningsmetod.* Uppl. 1:22. Lund. Studentlitteratur AB. 1994. Sid 115

## Intervjuer

Kihlström understryker att intervjuer utökar vår förståelse för hur människorna runt omkring tänker. Samtidigt är det ett sätt att för t.ex. lärare att kunna veta hur andra lärare ser på innehåll och metoder i undervisningen.<sup>76</sup> Medan Befring anser att intervjuer är den huvudsakliga strategin för inhämtandet av information och fördjupande uppföljningar.<sup>77</sup> Enligt Merriam ”är intervjuer den huvudsakliga källan när det gäller att få fram de kvalitativa data som behövs för att skapa en förståelse av den företeelse man studerar.”<sup>78</sup> Jag använde strukturerade intervjuer (bilaga 1) eftersom samma frågor skulle ställas till alla intervjuade lärare. Samtidigt försökte jag i enlighet med vad Befrings förespråkade undvika tendentiösa frågor som kan betraktas som manipulativa.<sup>79</sup>

När det gäller lärarnas utvärdering av studien, så intervjuade jag två kvinnliga och en manlig lärare. Jag kommer att hänvisa till dem som lärare 1, lärare 2 och lärare 3.

### 3.3 Etiska överväganden

Enligt Vetenskapsrådet ska fyra krav beaktas när det gäller forskningsprojekt: informations-, samtyckes-, konfidentialitets- och nyttandekravet.<sup>80</sup> Detta för att skydda individen. Enligt Björkdahl Ordell så måste varje forskningsprojekt ta hänsyn till dessa krav, vid genomförandet av en studie.<sup>81</sup> När det gäller informationskravet, så informerades alla inblandade lärare om att jag kommer att delta i alla möten gällande studien som observatör. Observationerna förekom under och efter lektionstid. Samtliga fick alla inblandade lärare veta att all information kommer att hanteras på ett konfidentiellt sätt och för ett enda mål syfte. Ingen lärare kommer att namnges med sitt verkliga namn, på så sätt kan ingen utomstående identifiera dessa. Slutligen fick alla intervjuade lärare möjligheten att läsa och korrigera sina svar.

---

<sup>76</sup> A.a. Sid 48

<sup>77</sup> Befring, Edvard. *Forskningsmetodik och statistik*. Lund. Studentlitteratur. 1994. Sid 66  
Sid 71

<sup>78</sup> Merriam, Sharan B. *Fallstudien som forskningsmetod*. Uppl. 1:22. Lund. Studentlitteratur AB. 1994. Sid 100

<sup>79</sup> Befring, Edvard. *Forskningsmetodik och statistik*. Lund. Studentlitteratur AB. 1994. Sid 70

<sup>80</sup> Dimenäs, Jörgen. *Lära till lärare. Att utveckla läraryrket- vetenskapligt förhållningssätt och vetenskaplig metodik. Etik*. Björkdahl Ordell, Susanne. Uppl. 1:4. Stockholm. Liber AB. 2007. Sid 26-27

<sup>81</sup> A.a. Sid 26-27



## 4. Resultat

I detta avsnitt redogörs för hur hela studien började och genomförandet av delmomenten samt en jämförelse mellan resultatet av förtestet (genom olika diagram) och resultatet efter varje lektion samt lärarnas upplevelse av lektionen.

### 4.1 En learning study- studie om bråkräkning i matematik genomförs

#### *Lärandeobjektet och dess kritiska aspekter identifieras*

Under första träffen, möttes tre lärare och en handledare. Handledaren var kommunens matematikutvecklare och hade genomfört två Learning study- studier. Han gick genom viktiga begrepp inom variationsteori och hjälpte lärarna med att bestämma lärandeobjekt. Lärarna funderade på ett lärandeobjekt som skulle passa in i gymnasielärarnas kartläggning kring de svårigheter som eleverna visade när de kom till gymnasiet, dvs. bråkräkning. Diskussionerna mellan lärarna och handledaren blev livliga. Slutligen kom handledaren och lärarna överens om att området bråkräkning bör stärkas. Handledaren läste vad kursplanen skriver om bråk:

Centrala metoder för beräkningar med tal i bråk- och decimalform vid överslagsräkning, huvudräkning samt vid beräkningar med skriftliga metoder och digital teknik. Metodernas användning i olika situationer.<sup>82</sup>

Efter en avslutad diskussion bestämdes lärandeobjekt och kritiska aspekter rangordnades.

*Lärandeobjekt:* Förståelsen för hur man förlänger och förkortar bråk t.ex.  $4/8=1/2$ ,  $1/2=4/8$ .

Med utgångspunkt i kursplanen, lärarnas samlade erfarenheter och screeningen av gymnasieskolan bestämdes de kritiska aspekterna:

1. Veta vad ett bråk är, t ex hur ett bråk skrivs
2. Förstå betydelse av täljare och nämnare, bråkstreck
3. Att man skall förlänga i både täljare och nämnare
4. Kunna översätta bråk till bild, och vice versa.
5. Multiplikationstabellen
6. Samma värde på bråket kan skrivas på flera sätt, förstå att värdet på bråket inte ändras
7. Skillnad mellan ett bråkstreck och ett gemensamt bråkstreck
8. Att bråk kan skrivas på en enklaste form

Ett förtest (bilaga 2) planerades till nästa lektion.

#### *Analys av förtest, lärandeobjekt och kritiska aspekter*

En del elever tyckte att beskrivningarna och förklaringarna var svåra, men det matematiska upplevdes lättare, eftersom lärare behandlade en del i taget, samtidigt underlättade lärarens separation och kontrastering förståelsen. En diskussion kring hur lärarna ska hålla sig till definitionen av bråk? Blir då  $1,2/4$  ett bråk, eller skall det endast ses som en division?

#### *Planering av lektion 1*

---

<sup>82</sup> Läroplan för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet. Skolverket. Stockholm. Fritzes kundservice. 2011. Sid 66

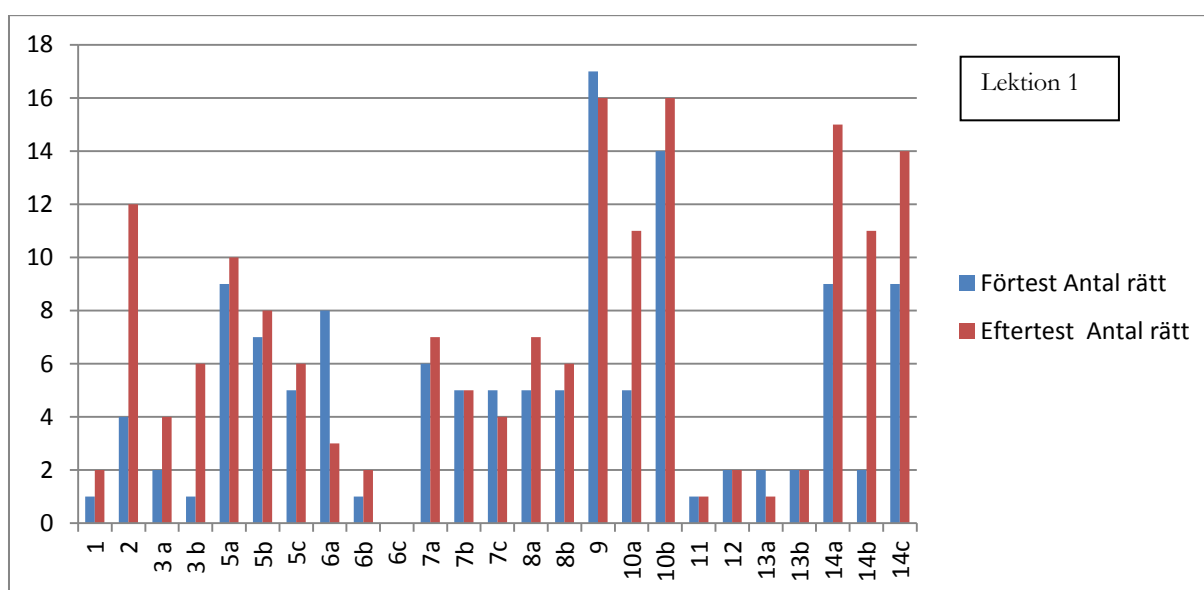
Lektion 1 planerades och en lärare tilldelades uppgiften att genomföra lektionen medan en annan lärare skulle filma. Den undervisande läraren ansvarade också för eftertestet.

### Genomförande av lektion 1

För att förklara den första kritiska aspekten: *veta vad är ett bråk är*, försökte läraren att använda sig av följande variationsmönster. Lärarna ritade upp en kvadrat uppdelad i fyra lika stora delar. Sedan kontrasterade det med en likadan kvadrat till, men med olika stora delar genom att flytta centreringen på krysset. Och för att generalisera ritades en cirkel, en rektangel och en tallinje uppdelade i fyra lika stora bitar.

De andra kritiska aspekterna: *förstå betydelsen av nämnare*, under lektionen används följande variationsmönster. Läraren använde samma figurer som tidigare användes på förtestet, nämligen de två kvadraterna för att separera, kontrastera, generalisera och fusionera.

### Lärarnas analys och revidering av lektion 1



Figur 1: Klass 1. Jämförelse mellan elevsvaren gällande för- och eftertest.

Efter analys av lektionen, eftertestet och lektionsplaneringen konstaterade lärarna att lärandeobjektet måste avgränsas mer och att de behöver se över de kritiska aspekterna på nytt. Läraren som höll i lektionen märkte att hon tappade eleverna under lektionen samt att hon inte hade tid till eftertanke.

I figur 1 ovanför ser man en jämförelse mellan resultatet på förtestet och eftertestet. En viss förbättring märks på elevresultaten. I vissa frågor var förbättringen mycket tydligt t.ex. i fråga 2 ökade antalet elever som svarade rätt från 4 till 12. Men inte när det gäller frågan 6a ( $3/3=?$ ), 9a där eleverna ska para figuren med bråket och 13a där eleven ska multiplicera bråk ( $1/2 * 1/2=?$ )

Efter diskussionen enades lärare om de nya kritiska aspekterna:

*Förståelsen för att bråk kan skrivas på olika sätt men ha samma värde inom talområdet 0 -1, t.ex.  $4/8=1/2$ .*

Efter analysen av lektion 1 startade diskussioner om hur och vilka kritiska aspekter som kan tänkas rymmas inom detta lärandeobjekt. Lärarna märkte att många av de förra kritiska aspek-

terna kunde strykas och några blev kvar, men med mer distinkt formulering. De delade upp den första kritiska aspekten i två och lade till en ny som de märkte av hos eleverna under lektionen. T.ex. förstå att  $2/5 = 1/5 + 1/5$ . Denna kritiska aspekt handlar om att lära eleverna att samma värde på bråket kan skrivas på olika sätt.

#### *Justering av de nya kritiska aspekterna*

1. Veta vad ett bråk är, som att det är del av hel
2. Vet hur ett bråk skrivs, med heltal som t ex  $1/5$ .
3. Förstå t ex att  $2/5 = 1/5 + 1/5$
4. Förstå betydelsen av täljaren, som antalet lika stora delar man har av det hela
5. Förstå betydelsen av nämnaren, som hur många lika stora delar det hela är uppdelat i.
6. Förstå betydelsen av bråkstrecket, som skiljer täljare och nämnare åt

#### *Planering av lektion 2*

Handledaren informerade lärarna om vad de ska jobba med under planeringen av lektion 2.

- Att försöka att separera en kritisk aspekt i taget och behandla den med kontrasteringar och generaliseringar innan läraren går på fusioner.
- Att i planeringen hålla sig till det som just den kritiska aspekten ska visa.
- Att inte blanda in något annat i lektionen än enbart det som lärandeobjektet berör.
- Lärarna möblerar om ordningen på våra kritiska aspekter enligt nedan.

#### *Kritiska aspekter*

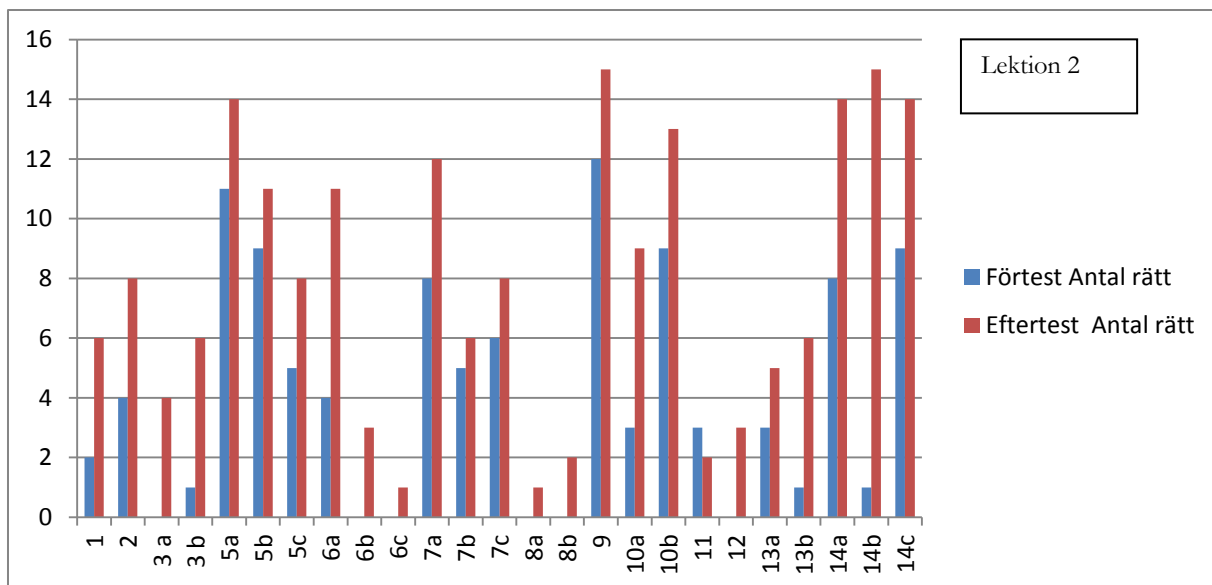
1. Veta hur ett bråk skrivs, med heltal som t ex  $1/5$ .
2. Förstå betydelsen av bråkstrecket, som skiljer täljare och nämnare åt
3. Förstå betydelsen av nämnaren, som hur många lika stora delar det hela är uppdelat i.
4. Förstå betydelsen av täljaren, som antalet lika stora delar man har av det hela
5. Förstå t ex att  $2/5 = 1/5 + 1/5$
6. Veta vad ett bråk är, som att det är del av hel

#### *Genomförande av lektion 2*

En lärare tilldelades uppgiften att genomföra lektion 2 medan en annan lärare filmar.

#### *Lärarnas analys och revidering av lektion 2*

Läraren som genomförde lektionen tyckte att var ganska roligt, svårt dock att hålla sig till manus. Nästan alla elever ”var med” och deltog i diskussionen både gruppvis och klassvis. Slutuppgiften uppfattades svår, men bra. Tiden går fort, höll på nästan en hel timme. Generaliseringarna, som lades till denna lektion, togs emot bra av eleverna. I Figur 2 nedanför visar resultaten från eftertestet i jämförelse med förtestet och testet resultatet efter lektion 1, att de frågor som eleverna hade svårt att besvara som 6a, 9a och 13a har en viss förbättring skett.



Figur 2: Klass 2. Jämförelse mellan elevsvaren gällande för- och eftertest

### Planering av lektion 3

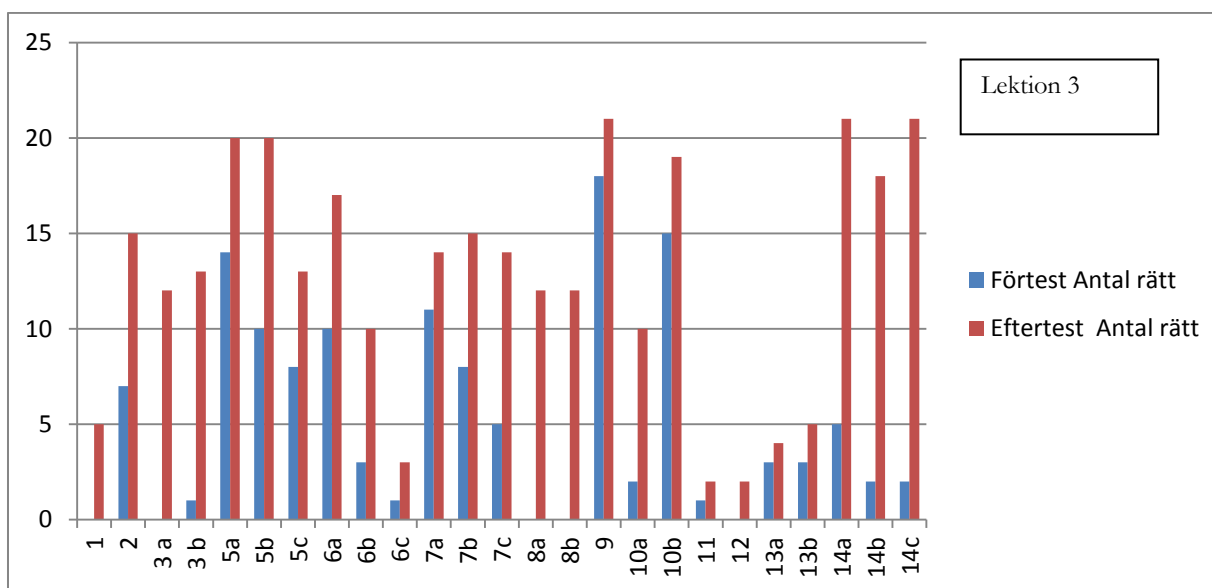
Utöver det lärandeobjektet som lärarna hade i lektion 2 så lade man en till. *Förståelse om hur ett bråk ser ut, hur det ritas och skrivs (och dess värde?)*

### Genomförande av lektion 3

En lärare tilldelades uppgiften att genomföra lektion 3 medan en annan lärare filmar.

### Lärarnas analys och revidering av lektion 3

Kontrasteringarna på täljare och nämnare var tydliga och tillräckliga för att eleverna ska förstå hur delarna delas in. Genomförandet gick bra och var tydligt. Den undervisande läraren var nyfiken på elevernas tankar och gav ofta frågan varför/varför inte tillbaka till eleverna som gjorde att lektionen, enligt läraren kändes levande och bra. Figur 3, nedanför visar hur resultatet förbättrades i alla ställda frågor.



Figur 3: Klass 3. Jämförelse mellan elevsvaren gällande för- och eftertest

#### *Planering av lektion 4*

Handledaren diskuterade med lärarna om man skulle planera en lektion 4, hur en sådan lektion skulle se ut. Han avslutade studien med att be alla att skriva sina reflektioner över studien samt en jämförelse mellan förtestet och alla testresultat.

#### *Summering av det totala resultatet*

Det märktes att lärarna varken under planeringen eller efter genomförandet diskuterade det totala resultatet, utan koncentrerade sig på de uppgifterna där en ökning eller sänkning skedde.

Av resultaten av för-, och eftertesten syns på elevsvaren att eleverna är på väg mot bättre förståelse men de har svårt att beskriva innehållet med ord. I den del av lärandeobjektet som testar hur ett bråk skrivs och där eleverna skulle namnge delarna, har lärarna sett stora förbättringar. Dock förklarar inte eleverna vad delarna innebär utan endast hur de benämns, vilket inte visar om de har förståelse för deras betydelse.

Den del av lärandeobjektet som testar hur ett bråk ser ut och ritas (fråga 14) visar eleverna förbättringar i förståelsen av att bråk skall delas upp i lika stora delar.

Täljare: från förtestets 47 % till eftertestets 91 %.

Bråkstreck: från förtestets 14 % till eftertestets 77 %.

Nämnare: från förtestets 47 % till eftertestets 89 %.

Fråga 3. Här märks att resultatet förbättrades avsevärt under lektion 3. Detta beror på att frågan blev urskiljbar för eleverna, genom separationen, kontrasteringen och generaliseringen.

I fråga 10 a) förbättrades resultatet från förtestets 25 % till eftertestets 57 %, dvs. mer än en fördubbling.

I fråga 10 b) förbättrades resultatet med nio procentenheter till 89 %.

Frågan 14, att ändra frågan från vad delarna heter till vad delarna innebär, resulterade i att elevernas förståelse ökade reellt.

Resultatet på fråga 1, 13a, 13b, ledde till diskussion mellan handledaren och lärarna om dessa frågor verkligen hör till lärandeobjektet (eller om de är nödvändiga), eller om lärarna siktade högt eller var frågorna svåra att besvara.

Slutligen vill jag poängtera tre saker:

1. Det var svårt att se ett tillförlitligt resultat i eftertestet i lektion tre, eftersom lärarna kände att eftertestet inte tillfullo motsvarade innehållet i lektion tre.
2. Rättningen försvårades då lärarna inte riktigt var överens om vad det rätta svaret var.
3. Det var inte alltid samma elever som gjort både för-, och eftertest.

## 4.2 Utvärderingen av studie Learning study-lektionen om bråkräkning

Studien har lärt lärarna att synliggöra elevernas kritiska aspekter när det gäller förståelsen för att bråk kan skrivas på olika sätt men ha samma värde inom talområdet 0-1 och hur man förlänger och förkortar bråk. Genom förändringen av de kritiska aspekterna efter varje lektion och upptäckten av vad eleverna har svårt med och implementeringen av Learning study modellen, t.ex. att separera en del i taget, sedan kontrastera det och senare generalisera och fusionera lyckades lärarna att nå andra elever än tidigare. Efter varje test märktes på elevernas svar att de är på väg mot förståelsen av de kritiska aspekterna och därmed också en bättre förståelse av de kritiska aspekterna.

Förändringen av lektionen sker genom att ta upp nya exempel och rita dessa exempel för att synliggöra för eleverna det de inte förstår. En lärare formulerade skeendet så här:

Jag tror att det vi tog främst med oss var vilka variationsmönster. T.ex. om vi tar täljare och dess betydelse och hur vi kan kontrastera täljare och nämnare och generaliserar dem på ett ganska enkelt och tydligt sätt så att eleverna förstod. Det är enkla tips och knep, bilder, frågor som man kan ta med sig och hjälpa eleverna. (Lärare 3)

Alla deltagande lärare tyckte att det var bra att genomföra studien, men med varierande upplevelsen grad. De lärare som kände sig säkra på variationsteori och var öppna för nya sätt att undervisa upplevde deltagandet som positivt och givande. Medan lärare som gärna vill hålla sig till traditionell undervisning med nötning och upprepning tyckte att det inte gav så mycket. En lärare svarade på frågan om hon vill delta i en annan studie:

Nej, det gav så lite med hänsyn till hur mycket tid och energi som lades ner på ord istället för kunskap. Ta till exempel ordet separera, jag lärde eleverna vad bråk är eller inte är det. Det är det viktigaste men istället var användning av ordet separera viktigare än innehållet. Jag tyckte att hela studien och den tid den tog, motsvarade tre vanliga lektioner. (Lärare 2)

På frågan om lärarna kunde tänka sig att delta i en annan studie svarade en lärare:

Jag skulle gärna vilja delta i en ny studie. Jag som person vill gärna utmana mig, testa mig själv och lära mig flera saker. Att genomgå en studie är ett bra sätt att få syn på saker. Allt för att förbättra undervisningssituationen och utveckla sig själv. (Lärare 3)

Alla deltagande lärare tycker att de lärde sig från studien och speciellt att vara tydliga och inte ta allt för givet.

Men hur har studien påverkat deras undervisning? Svaren visar på en tydlig påverkan till det bättre, även om det finns kritik mot den teoretiska grunden av metoden. En lärare besvarade frågan så här:

Learning study har lärt mig att vara försiktig med mina ord och vad de innebär och förstå vad förgivettagandet är för något. Jag kanske inte kontrasterar eller fusionerar, men matematiken tar mycket upp fel svar. Det är en diskussion om varför och varför inte, hur tänkte du då? Det är mycket nyttigt för alla att tänka. När jag kommer in i klass-

rummet så intentionellt har man det med sig, men vore bra om det fungerar. Men varje gång jag går in i klassrummet nu måste jag tänka. (Lärare 1)

Medan en annan kritisk lärare (lärare 2), tyckte att metoden försummar och missgynnar de svaga eleverna. Hon tyckte att genomförandet delvis inverkar på hennes undervisning. Men hon skulle inte göra om studien, eftersom det ges mycket fakta under varje lektion. Detta kommer att resultera i att de elever som har det svårt kommer att ge upp och stänga av. På grund av att dessa elever inte har fått tid för att befästa och fundera över dessa kunskaper. Hon tycker att eleverna måste ha baskunskaper och vara självgående för att klara arbetet med Learning study- metoden. Läraren tycker att det blir mycket fakta varje lektion och en del elever behöver ett avskalat innehåll. Hon betonade att lågpresterande elever har lågt självförtroende, vilket kommer att påverka deras inläring. När det gäller duktiga elever så visste hon inte hur mycket de lärde sig. Men trots kritiken så erkänner hon att hon började stanna kvar lite längre och skala av mer i varje delmoment än vad man gjorde tidigare. Men hon har ändå gått tillbaka till hennes ”gamla” arbetssätt, att få eleverna att nöta och repetera tills de klarar uppgiften.

Den tredje läraren tycker att han började använda variationsmönster. Även om han inte följer Learning study-modellen. Enligt honom så är modellen ett stöd när eleverna möter svårigheter. Då kan han ta en del i taget och applicera de delmomenten i modellen som passar just under denna lektion och så han vet att det kommer att underlätta elevernas lärande.

När man gör en studie, en för-, och eftertest, en planering om de kritiska aspekterna, man gör kontrasteringar, generaliseringar och fusioner, nej inte så. Det har man inte tid för att göra. Men det som har blivit en del av mig och min undervisning är framförallt variationsmönstren. Att man tänker lite på den gången och man tar svårigheterna en för sig och försöka kontrastera och generalisera, väldigt enkelt. Det har blivit en del av min tanke när jag planerar min undervisning och när man har en lektion och under lektionsgång lär man sig i samtalen med eleverna.

## 5. Diskussion

Den här studien har två syften: för det första att undersöka hur lärare urskiljer kritiska aspekter i bråkräkning i matematik. Dessa kritiska aspekter handlade om hur eleverna uppfattade förkortning eller förlängning av bråk samt hur bråken kan skrivas på olika sätt, men ha samma värde inom talområdet 0-1. För det andra hur lärarna uppfattar att Learning study påverkar deras sätt att tänka runt hur lektionerna planerades och genomfördes samt hur deras undervisning påverkats.

Studien visar på att det inte lätt att bestämma vilka kritiska aspekter som man bör koncentrera sig på. Speciellt att lärarna och med sina varierande erfarenheter hade svårt att bestämma vilka kritiska aspekter som skulle behandlas. Samtidigt belyste gymnasiescreeningen nya kritiska aspekter. Justeringar av de kritiska aspekterna under studien visar på svårigheterna att redan från början försöka ta reda på vad eleverna har svårt att förstå. Men lärarnas samlade erfarenheter, gymnasiescreening och resultaten från nationella prov hjälpte lärarna att urskilja de kritiska aspekterna i bråkräkningen. En learning study- studie handlar om att synliggöra, reflektera och utveckla undervisningen och det är exakt var lärarna gjorde under studien.

När det gäller Learning study-studien och dess inverkan på lärarnas sätt att planera och genomföra lektionerna samt hur deras undervisning påverkats påvisar deras diskussioner och intervju svaren att alla deltagande lärare i varierande grad utökade sin förståelse för sitt eget lärande. Detta återspeglas i att två av de tre deltagande lärarna gärna vill vara med i en ny Learning study- studie. Genomförandet av Learning study- studien och de pedagogiska diskussionerna gav dem (lärare 1 och lärare 3) ett nytt självförtroende. En av dessa lärare sa, ”nu tar jag ut svängarna. Jag skulle inte göra det om jag inte hade deltagit i studien” (Lärare 3). Medan den lärare (lärare 2) som var skeptisk till Learning study-metoden och hänvisade till att speciellt de lågpresterande eleverna har svårt att tillägna sig nya kunskaper när denna metod används, vill inte alls vara med en ny studie. Hon tyckte att:

under hela studien så var det bara fina ord utan innehåll och ibland kändes att ordlydelsen var viktigare än upptäckten av matematikinnehållet.

Saknaden av gedigna kunskapar om variationsteorin bekymrade en del av de deltagande lärarna. Att lära sig begrepp och infoga dem i sitt ordförråd som; urskilja, separera, kontrastera, generalisera och fusionera, var inte lätt. Men ju längre studien pågick desto tydligare för lärarna vad det som de ska koncentrera sig på. Förtesten och genomförandet av lektionerna synliggjorde vilka kritiska aspekter som lärarna behövde koncentrera sig på.

Lärarna tyckte att diskussionerna vara givande och utvecklande och att de gärna skulle fortsätta diskutera didaktiska frågor. Lundgren och von Schantz Lundgren konstaterar:

Lärare som inte ges möjligheter att föra kontinuerliga pedagogiska samtal och reflekterar över den undervisning de bedriver kommer inte heller att kunna gå bortom sina egna begränsningar.<sup>83</sup>

Under diskussionen lärarna sinsemellan lade jag märke till att de var medvetna om den moderna synen på elevers matematiklärande i skolan som presenterades av matematikdidaktikern

---

<sup>83</sup> Lundgren, M & von Schantz Lundgren, I. *Lesson study & Learning study. Metoder för att utveckla yrkeslärares undervisning?* Nordic Journal of Vocational Education and Training. Vol 1. No.1 2011. Sid 6



Skott. Skott betonar att undervisningen ska bestå i skapandet av goda betingelser som gör det möjligt för eleverna att lära sig och nå den avsedda förståelsen. Detta sker genom att lärandet ses både som tillägnande av matematisk kunskap samt deltagande i gemenskaper som arbetar med matematik.<sup>84</sup>

Under studien så hade Lärarna strukturerad undervisning med en fast planering och med sikte på att undervisa om en del i tag, genom att separera, kontrastera, generalisera och fusionera kritiska aspekter (tillägnande) samt initiera en gemensam diskussion eleverna sinsemellan rörande dessa aspekter (deltagande).

Lärarnas iver att lära eleverna begrepp straffade sig genom att de tog upp för mycket, vilket i slutändan resulterade att de avgränsade sig och höll sig till de bestämda kritiska aspekterna. Studien visade på att det ta tid innan lärarna lärde sig alla begrepp, kunde avgränsa sig och tillämpa variationsteorin.

Enligt Lundgren och von Schantz Lundgren (med hänvisning till Entwistle):

All god kommunikation bygger på att de involverade aktörerna utgår från gemensamma antaganden, definitioner och förståelse.<sup>85</sup>

Detta märktes i att när lärarna blev medvetna och hade en gemensam uppfattning om vilka kritiska aspekter de skulle bearbeta blev elevresultatet markant bättre. Diskussionerna lärare sinsemellan var givande och utvecklande, trots de olika uppfattningarna om hur mycket Learning study påverkade och kommer att påverka deras undervisning.

Ett problem som lyftes under studien var tiden. Enligt Lundgren och von Schantz Lundgren kan svårigheterna med genomförandet av en Learning study vara antingen organisatoriska eller lärarnas brist på intresse,<sup>86</sup> vilket också påpekades av en av lärarna som menade att:

Learning study metoden gav så lite med hänsyn till hur mycket tid och energi som lades ner på ord istället för kunskap. Jag tyckte att hela studien och den tid den tog, motsvarade tre vanliga lektioner.

Lundgren och von Schantz Lundgren pekar på svårigheterna gällande tillämpningen av metoden ”som schema, tidsbrist, att det är få lärare som undervisar i ett ämne och intresse från vissa lärare att prova detta sätt.”<sup>87</sup>

Sammanfattningsvis kan man sägas att genomförandet av Learning study studien resulterade i två saker: den ena är förbättringen av elevernas resultat hela tiden, vilket kan illustreras av bilaga 3 (som visar resultaten från för- och eftertest) och av den lärare som genomförde två lektioner som uttryckte det så här: ”första lektionen tappade jag en stor del av gruppen. Lektionen efter var det fantastiskt och se alla är med på tåget”. Och den andra i livliga didaktiska diskussioner som ökade lärarnas medvetenhet om sin undervisning och värdet i det kollegiala samarbetet, genom diskussionerna under studien som visade på att kartläggningen av elevernas förkunskaper inte var lätt. Samtidigt bidrog synliggörandet av lärarnas varierande arbets-

---

<sup>84</sup>Skott, J., Jess, K., Hansen, H. C., & Lundin, S. 2010. *Matematik för lärare*. Gleerups Utbildning AB. Malmö. 2010. Sid 23.

<sup>85</sup> Lundgren, M & von Schantz Lundgren, I. *Lesson study & Learning study. Metoder för att utveckla yrkeslärares undervisning?* Nordic Journal of Vocational Education and Training. Vol 1. No.1 2011. Sid 6

<sup>86</sup> A.a. Sid 6

<sup>87</sup> A.a. Sid 6

sätt till utvecklandet av deras undervisning. Rättningen av elevsvaren ledde till didaktiska diskussioner

De slutsatser som kan dras är att Learning study som metod behöver utvärderas hela tiden och inte kan betraktas som den ”enda utvecklingsmetoden”. Speciellt att för det mesta är det rektorerna som tvingar lärarna att genomföra Learning study- studier, vilket resulterar att en del lärare gör det för rektorns skull.

Det skulle vara intressant att undersöka hur resultatet av en genomförd Learning study- studie påverkas av lärarnas motivation. Och kan man omvandla motvilligheten till iver och entusiasm eller leder motvilligheten till att läraren känner att deltagandet i studien är en börda över sin axel och utnyttjar första tillfället för att hoppa av.

## Referenser

- Befring, Edvard. *Forskningsmetodik och statistik*. Lund. Studentlitteratur AB. 1994
- Björnsson, Mats. Ämnesråd på utbildningsdepartementet. (2013-09-23) SOS: Skola och samhälle. *PISA, TIMSS och PIRLS – det nya nationella utvärderingslandskapet*?<http://www.skolaochsamhalle.se/flode/skola/mats-bjornsson-pisa-timss-och-pirls-det-nya-nationella-utvarderingslandskapet/>. 21.00
- Denscombe, Martyn. *Forskningshandbok- för småskaliga forskningsprojekt inom samhällsvetenskaparna*. Lund. Studentlitteratur. 2000
- Dimenäs, Jörgen. *Lära till lärare. Att utveckla läraryrket- vetenskapligt förhållningssätt och vetenskaplig metodik*. Kihlström, Sonja. *Observation som redskap*. Uppl. 1:4. Stockholm. Författarna och Liber AB. 2007
- Holmqvist, Mona. *Lärande i skolan. Learning study som utvecklingsmodell*. Studentlitteratur AB. Lund. 2006
- Holmqvist Olander, Mona. (red.) *Learning study i förskolan*. Lund. Studentlitteratur AB. 2013
- Internationella studier. Rapport 352. *Rustad att möta framtiden? PISA 2009 om 15-åringars läsförståelse och kunskaper i matematik och naturvetenskap*. Skolverket. Stockholm. 2010
- Internationella studier. Rapport 336. *TIMSS Advanced 2008. Svenska gymnasieelevers kunskaper i avancerad matematik och fysik i ett internationellt perspektiv*. Skolverket. Stockholm. 2009
- Gustavsson, Laila. *Att bli bättre lärare. Hur undervisningsinnehållets behandling blir till samtalsämne lärare emellan*. Diss. Högskolan Kristianstad. 2008
- Karlsson Vestman, Ove & Andersson Inger M. *Pedagogisk utvärdering som styrning – En historia från präster till PISA*. Forskning i fokus, nr. 35. Myndigheten för skolutveckling. 2007
- Kvalitetsgranskning. Rapport 2009:5. *Undervisningen i matematik – utbildningens innehåll och ändamålsenlighet*. Skolinspektionen. Stockholm.
- Kvalitetsgranskning. Rapport 2009:5. *Undervisningen i matematik – utbildningens innehåll och ändamålsenlighet*. Skolinspektionen. Stockholm. 2009
- Lesson study och Learning study samt IKT matematikundervisningen. En utvärdering av Matematiksatsningen*. Rapport 367. Skolverket. Stockholm. Fritzes kundservice. 2011
- Lundgren, M & von Schantz Lundgren, Ina. *Lesson study & Learning study. Metoder för att utveckla yrkeslärares undervisning?* Nordic Journal of Vocational Education and Training. Vol 1. No. 1 2011
- Läroplan, examensmål och gymnasiegemensamma ämnen för gymnasieskola 2011*. Skolverket. Stockholm. Fritzes kundservice. 2011

*Läroplan för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet.* Skolverket. Stockholm. Fritzes kundservice. 2011

Marton, Ference & Booth, Shirley. *Om lärande.* Studentlitteratur AB. Lund. 2000.

Merriam, Sharan B. *Fallstudien som forskningsmetod.* Uppl. 1:22. Lund. Studentlitteratur AB. 1994

Skolinspektionen. Kvalitetsgranskning. Rapport 2009:5. *Undervisningen i matematik- utbildningens innehåll och ändamålsenlighet.* Stockholm. 2009

Skott, Jeppe, Jess, Kristine, Hansen, Hans Christian & Lundin, Sverker. *Matematik för lärare.* Gleerups Utbildning AB. Malmö. 2010

Statistiska centralbyrån. Integration: Report 6. *Integration – en beskrivning av läget i Sverige.* Stockholm. 2013

Wernberg, Anna. *Lärandets objekt. Vad elever förväntas lära sig, vad görs möjligt för dem att lära och vad de faktiskt lär sig under lektionerna.* Diss. Högskolan Kristianstad. 2009

## **Bilaga 1**

### **Frågor**

1. Hur upptäckte du de kritiska aspekterna av ert lärandeobjekt?
2. Hur synliggörs de kritiska aspekterna i din undervisning?
3. Hur bedömer du ditt deltagande i denna studie?
4. Vad lärde du dig från denna studie?
5. Skulle du vilja delta i en annan studie och varför?
6. Hur har den här fortbildningen påverkat din undervisning?

## Bilaga 2

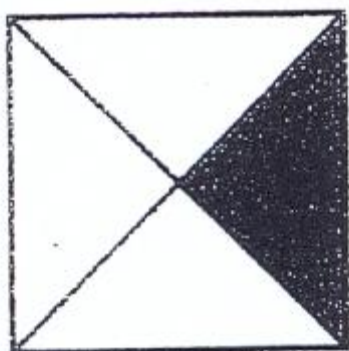
Förtest HT 2013-12-12

Namn: \_\_\_\_\_

1. Vad menas med ett bråk i matematiken?
  
2. Är något av dessa bråktal större än det andra,  $4/6$  eller  $16/24$ , i så fall vilket?
  
3. a) Vad menas med att skriva ett bråk i enklaste form?  
  
b) Skriv  $9/12$  i enklaste form.
  
5. Storleksordna dessa bråk i stigande ordning.  
  
a)  $5/5$                        $6/5$                        $3/5$   
  
b)  $1/5$                          $1/10$                        $1/6$   
  
c)  $2/3$                          $6/7$                          $2/5$
  
6. a)  $3/3 =$   
  
b)  $1/9 + 1/3 =$   
  
c)  $5/6 - 3/4 =$
7. Fyll i det som fattas. Vilka tal ska stå i strecken?  
a)  $1/4 = \underline{\quad}/12$   
b)  $2/5 = \underline{\quad}/15$   
c)  $3/4 = 15/\underline{\quad}$
  
8. a) Vad betyder att förlänga ett bråk?  
  
b) Vad betyder att förkorta ett bråk?
  
9. Para ihop rätt bild med rätt bråk.



$$\frac{2}{4}$$



$$\frac{2}{3}$$



$$\frac{1}{3}$$

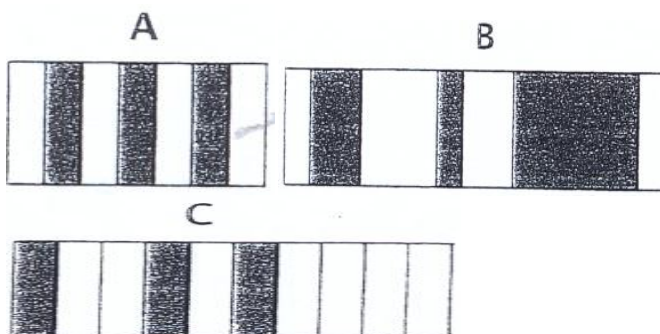


$$\frac{1}{4}$$

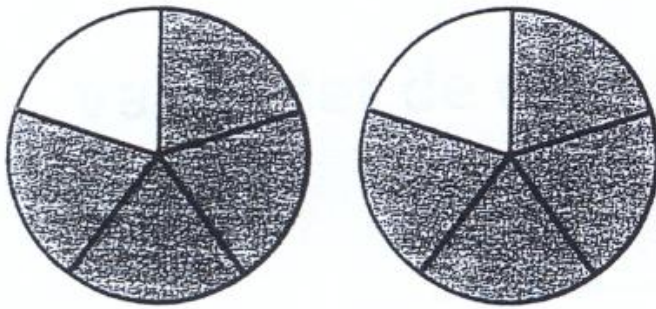
10. I figur A motsvarar de färgade delarna  $\frac{3}{7}$  av figuren.

a) Varför visar inte de andra figurerna  $\frac{3}{7}$ ?

b) Hur stor del är färgad i figur C?

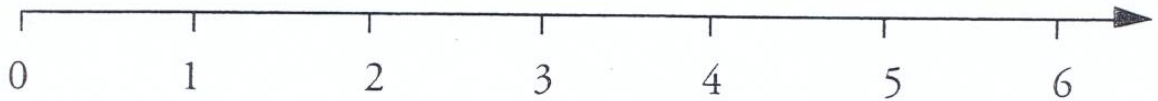


11. Skriv bilden som multiplikation och räkna ut svaret.



12. Markera med ett kryss talet  $\frac{3}{5}$  på tallinjen.

Heltalen från och med 0 och med 6 är markerade på tallinjen.

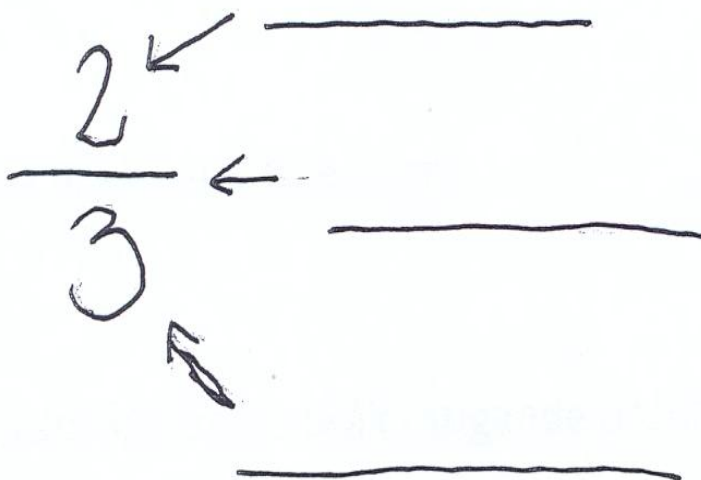


13. Beräkna

a)  $\frac{1}{2} * \frac{1}{2} =$

b)  $\frac{2}{3} * \frac{1}{2} =$

14. Vad heter de olika delarna?





### Bilaga 3

#### LEKTION 1

#### LEKTION 2

#### LEKTION 3

	Förtest	Eftertest		Förtest	Eftertest		Förtest	Eftertest
	Antal rätt			Antal rätt			Antal rätt	
	Klass 1			Klass 2			Klass 3	
Antal elever	17	17		12	16		19	19
Fråga								
1	1	2		2	6		0	5
2	4	12		4	8		7	15
3 a	2	4		0	4		0	12
3 b	1	6		1	6		1	13
5a	9	10		11	14		14	20
5b	7	8		9	11		10	20
5c	5	6		5	8		8	13
6a	8	3		4	11		10	17
6b	1	2		0	3		3	10
6c	0	0		0	1		1	3
7a	6	7		8	12		11	14
7b	5	5		5	6		8	15
7c	5	4		6	8		5	14
8a	5	7		0	1		0	12
8b	5	6		0	2		0	12
9	17	16		12	15		18	21
10a	5	11		3	9		2	10
10b	14	16		9	13		15	19
11	1	1		3	2		1	2
12	2	2		0	3		0	2
13a	2	1		3	5		3	4
13b	2	2		1	6		3	5
14a	9	15		8	14		5	21
14b	2	11		1	15		2	18
14c	9	14		9	14		2	21

