



HÖGSKOLAN  
DALARNA

## **Examensarbete 1 för Grundlärarexamen inriktning F-3**

Grundnivå 2

### **Laborativt material i matematikundervisningen**

---

**En litteraturstudie om hur läraren skapar förutsättningar för elever i årskurs 1-6 att utveckla begreppsförståelsen med hjälp av laborativt material**

Författare: Johanna Halvardsson  
Handledare: Helena Grundén  
Examinator: Maria Bjerneby Häll  
Termin: VT 14  
Program: Grundlärarprogrammet  
Ämne/huvudområde: Pedagogiskt arbete  
Poäng: 15 hp

Högskolan Dalarna  
791 88 Falun  
Sweden  
Tel 023-77 80 00

## Sammanfattning

Syftet med denna studie var att få kunskap om hur laborativt material kan användas i matematikundervisningen för att ge elever möjlighet att utveckla förståelsen av matematiska begrepp. Syftet konkretiserades i följande frågeställning: Vilka förutsättningar behöver läraren skapa för att elever med hjälp av laborativt material ska utveckla förståelsen av matematiska begrepp? Studien har designen av en systematisk litteraturstudie där sökningar efter vetenskapligt granskade artiklar gjorts på databaserna LIBRIS och ERIC. Resultatet visar att läraren behöver planera sin undervisning och strukturera upp användandet av det laborativa materialet. Läraren behöver se till att det finns ett tydligt mål med den laborativa övningen för att matematiken i laborationen ska kunna synliggöras för eleverna. I aktiviteten med det laborativa materialet behöver läraren skapa en meningsfull kommunikation. Det som framkommer i laborationen behöver diskuteras för att eleverna ska upptäcka de matematiska idéerna. Lärarens mål ska vara att eleverna själva upptäcker och förstår ett matematiskt resonemang genom att man som lärare ställer utmanande frågor och växlar mellan det konkreta och abstrakta språket. För att läraren ska kunna ställa de rätta frågorna måste denne vara kunnig inom området och kunna skilja mellan de elever som endast återupprepar de matematiska idéerna och de elever som själva upptäcker idéerna.

Nyckelord: laborativ matematik, laborativt material, undervisning, begreppsförståelse, årskurs 1-6

# Innehållsförteckning

<b>INLEDNING</b> .....	<b>4</b>
<b>BAKGRUND</b> .....	<b>5</b>
STYRDOKUMENT .....	5
KOMMUNIKATION .....	5
UTTRYCKSFORMER.....	6
KONKRET MATERIAL .....	7
LABORATIV MATEMATIKUNDERVISNING .....	8
KONKRET – ABSTRAKT .....	8
<b>SYFTE OCH FRÅGESTÄLLNINGAR</b> .....	<b>9</b>
<b>METOD</b> .....	<b>9</b>
DESIGN .....	10
<i>Systematisk litteraturstudie</i> .....	10
DATABASSÖKNING OCH SÖKSTRATEGIER .....	10
INKLUSIONSKRITERIER OCH EXKLUSIONSKRITERIER .....	10
SÖKNING I DATABASERNA LIBRIS OCH ERIC.....	11
<i>Presentation av de använda texterna</i> .....	12
KVALITETSGRANSKNINGEN.....	13
<i>Beskrivning av de medtagna kvalitetsgranskade texterna</i> .....	13
ETISKA ASPEKTER.....	16
DATAANALYS.....	16
<b>RESULTAT</b> .....	<b>16</b>
PLANERA UNDERVISNINGEN.....	16
<i>Målet med undervisningen</i> .....	17
MENINGSFULL KOMMUNIKATION .....	17
<i>Matematiskt språk</i> .....	17
<i>Utmanande frågor</i> .....	18
SYNLIGGÖRA MATEMATIKEN .....	19
KOMPETENSUTVECKLING.....	19
<b>DISKUSSION</b> .....	<b>20</b>
RESULTATDISKUSSION .....	20
<i>Planering</i> .....	20
<i>Kommunikation</i> .....	20
METODDISKUSSION .....	22
<i>Sökning av litteratur</i> .....	22
<i>Kvalitetsgranskningen och Dataanalysen</i> .....	23
<i>Vald litteraturs relevans</i> .....	23
SLUTSATS.....	23
FÖRSLAG TILL VIDARE FORSKNING .....	24
<b>REFERENSER</b> .....	<b>25</b>

## Bilagor:

Bilaga 1. Kvalitetgravningsfrågor

Bilaga 2. Checklista för kvalitativa artiklar

Bilaga 3. Artikelbeskrivning

## Inledning

Under den verksamhetsförlagda utbildningen har jag observerat att matematiklektionerna till största delen består av att eleverna får räkna i sina matematikböcker. Jag har sett att många elever saknar motivation till matematiklektionerna och att dessa elever har svårt att förstå vad matematikboken faktiskt vill förklara. Svenska elever har under de senaste åren presterat allt sämre i ämnet matematik något som fått stor uppmärksamhet i massmedia där man diskuterat hur man ska gå tillväga för att bryta trenden.

Enligt Skolverkets rapport *Lusten att lära – med fokus på matematik* har alltför många elever negativa erfarenheter av matematik, de upplever matematiken som meningslös och svår att förstå.<sup>1</sup> Det är inte bra för elevernas lust och motivation att lära om de tidigt i skolåren får möta matematik där fokus ligger på räkning istället för att eleverna får möta de matematiska idéerna. Granskningen av matematikundervisningen visade att färdighet går före förståelse och stort fokus ligger på att eleverna enskilt ska räkna så många tal som möjligt i läroboken.<sup>2</sup> Detta mönster visar sig även i Skolinspektionens rapport från 2009. Arbete med läroboksuppgifter enskilt eller tillsammans i mindre grupper är den vanligaste arbetsformen i matematikklassrummet. Flera lärare litat på att läroboken tolkar kursplanen på rätt sätt så att eleverna uppnår målen för matematik.<sup>3</sup> TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study) har i rapporter från 2007 och 2011 visat att elever i årskurs fyra i Sverige presterar sämre i matematik än genomsnittet i de övriga EU-länderna som deltagit i undersökningarna.<sup>4</sup> Skolinspektionens rapport visar att lärarna måste erbjuda eleverna en mer varierad undervisning då arbete i läroboken inte räcker för att eleverna ska nå de nationella målen: ”Eleverna måste erbjudas mer omfattande, utvecklande och mer systematiska möjligheter att engagera sig i aktiviteter som går utöver att räkna i boken enligt givna regler och lösta exempel.”<sup>5</sup>

Enligt läroplanen för grundskolan 2011 (Lgr 11) ska undervisningen i matematik bidra till att eleverna utvecklar ett intresse för matematiken och en tilltro till sin förmåga att kunna använda den i olika sammanhang.<sup>6</sup> I Lgr 11 står det också att skolan ska stödja elevernas harmoniska utveckling genom en varierad och balanserad sammansättning av innehåll och arbetsformer: ”I skolarbetet ska de intellektuella såväl som de praktiska, sinnliga och estetiska aspekterna uppmärksammas.”<sup>7</sup>

Utifrån mina tidigare erfarenheter av den verksamhetsförlagda utbildningen, den lästa litteraturen och debatter i media väcktes ett intresse för ett mer varierat arbetssätt. Ett arbetssätt där eleverna får arbeta mer praktiskt med matematiken med hjälp av konkret material. Denna litteraturstudie kommer därför att rikta in sig på laborativ matematikundervisning och hur läraren ska använda detta arbetssätt för att elevernas matematikförståelse ska utvecklas.

---

<sup>1</sup> Skolverket (2003) *Lusten att lära – med fokus på matematik*, 10.

<sup>2</sup> Ibid, 19.

<sup>3</sup> Skolinspektionen (2009) *Undervisningen i matematik*, 17.

<sup>4</sup> Skolverket (2008) *TIMSS 2007*, 8; Skolverket (2012) *TIMSS 2011*, 8-9.

<sup>5</sup> Ibid.

<sup>6</sup> Skolverket (2011c) *Läroplan för grundskolan, förskoleklassen och fritidsbemmet 2011*, 67.

<sup>7</sup> Ibid, 10.

## Bakgrund

Under denna rubrik kommer utgångspunkten i styrdokumentet för denna studie att belysas, hur kommunikationen i klassrummet kan se ut samt olika uttrycksformer kommer att förklaras. Därefter beskrivs vad ett laborativt material kan vara och kopplingen mellan det konkreta och abstrakta i matematiken

## Styrdokument

Undervisningen ska anpassas till varje enskild individs förutsättningar och behov enligt styrdokumentet, där innehållet och arbetsformerna i undervisningen varierar så att det främjar elevernas harmoniska utveckling.<sup>8</sup> Flera granskningar och rapporter från Skolverket visar att enskild räkning i läroboken har varit det vanligaste arbetssättet i matematikundervisningen.<sup>9</sup> Enligt Lgr 11 ska utbildningen gynna alla elevers utveckling och lärande och bidra till att elever känner lust att lära sig.<sup>10</sup> Skolan ska stimulera kreativitet, nyfikenhet och självförtroende hos eleverna och en vilja att lösa problem och prova på sina egna idéer.<sup>11</sup> Olika kunskapsformer ska användas och balanseras så att det blir en helhet för elever och läraren ska ta hänsyn till varje enskild individ och pröva olika arbetssätt och arbetsformer i undervisningen.<sup>12</sup>

Matematikundervisningen ska ge eleverna förutsättningar att utveckla grundläggande matematiska begrepp och metoder samt förståelse för hur de kan användas.<sup>13</sup> Eleverna ska ”utveckla sin förmåga att använda och analysera matematiska begrepp och samband mellan begrepp”.<sup>14</sup> Kunskapskraven i matematiken för årskurs 3 och årskurs 6 innebär bland annat att eleven ska ha grundläggande kunskaper om matematiska begrepp och kunna beskriva begreppens egenskaper med hjälp av symboler och konkreta material eller bilder. Eleven ska också enligt kunskapskraven kunna använda konkreta material, bilder, symboler och andra uttrycksformer när denne beskriver olika tillvägagångssätt i matematiken.<sup>15</sup> Eleverna ska i matematiken ges möjlighet att få kunskaper om matematikens uttrycksformer och hur de kan användas för att kommunicera om vardagliga och matematiska situationer samt föra och följa matematiska resonemang.<sup>16</sup>

## Kommunikation

Kommunikationen kan se olika ut i ett matematikklassrum enligt Engvall.<sup>17</sup> I det traditionella klassrummet kännetecknas kommunikationen av att det är läraren som talar, och att lektionen inleds med en introduktion som sedan leder till att eleverna får arbeta med liknande uppgifter.<sup>18</sup> Om eleverna vill något räcker de upp handen och då eleverna i ett sådant klassrum vanligtvis sitter med ryggen mot sina klasskamrater ges ingen möjlighet för eleverna att kommunicera med varandra.<sup>19</sup> Enligt Riesbeck, Säljö och Wyndhamn pågår många olika typer av kommunikation samtidigt i ett klassrum. Det kan exempelvis handla om en kommunikation mellan en lärare och elev samtidigt som två andra elever kommunicerar med varandra. Det som

---

<sup>8</sup> Skolverket (2011c) 8, 10.

<sup>9</sup> Skolverket (2003) 19; Skolinspektionen (2009) 17.

<sup>10</sup> Skolverket (2011c) 7.

<sup>11</sup> Ibid, 9.

<sup>12</sup> Ibid, 10, 14-15.

<sup>13</sup> Ibid, 62.

<sup>14</sup> Ibid, 63.

<sup>15</sup> Ibid, 67-68.

<sup>16</sup> Ibid, 62-63.

<sup>17</sup> Engvall (2013) *Handlingar i matematikklassrummet*, 63.

<sup>18</sup> Ibid.

<sup>19</sup> Ibid, 79.

eleverna säger eller gör handlar mer eller mindre om det faktiska temat för lektionen.<sup>20</sup> Då läraren samtalar i ett klassrum kan detta både innesluta och utesluta elevernas möjligheter till delaktighet och dessa samtal kan leda till fördjupade resonemang och diskussioner eller förvirring hos eleverna.<sup>21</sup> Enligt Engvall skapas förutsättningar för eleverna att tydliggöra sina tankar då de kommunicerar och utifrån dessa tankar och funderingar kan diskussioner skapas om vad som kan vara bra eller mindre bra lösningar.<sup>22</sup> Riesbeck tar upp betydelsen av kommunikationen: genom kommunikation förstår vi hur andra människor förstår händelser och hur de handlar genom språket. Riesbeck beskriver vidare att dessa erfarenheter gör att vi kan använda oss av många av de språkliga redskapen som framträder.<sup>23</sup> ”Att tänka är således att individen använder sig av språkliga redskap inom sig själv.”<sup>24</sup> Kommunikationen kan ske på olika sätt exempelvis med hjälp av olika uttrycksformer.

## Uttrycksformer

De matematiska uttrycksformerna är exempelvis konkret material, bilder och symboler.<sup>25</sup> Enligt Taflin kan uttrycksformer vara muntliga såväl som skriftliga, det kan också vara uttrycksformer som material, gester och bilder där matematiska idéer behandlas.<sup>26</sup> När eleverna samtalar om matematik ska de kunna ge enkla beskrivningar av tillvägagångssätt med hjälp av dessa uttrycksformer för att nå kunskapskraven i matematik.<sup>27</sup> Då olika uttrycksformer används kan elevernas begreppsförståelse i matematik fördjupas likaså förmågan att generalisera, analysera och dra slutsatser.<sup>28</sup> Enligt Skolverkets rapport *Laborativ matematik, konkretiserande undervisning och matematikverkstäder* är avsikten med en laboration att elever ges möjlighet att upptäcka matematiken och utveckla förmågor, som att föra och följa matematiska resonemang med hjälp av matematikens uttrycksformer.<sup>29</sup> Eleverna ska enligt Lgr 11 ”utveckla sin förmåga att använda och analysera matematiska begrepp och samband mellan begrepp”.<sup>30</sup> En viktig förutsättning för att elever ska kunna utveckla denna förmåga är att de uppfattat centrala begrepp på ett korrekt sätt så att de kan använda dessa när de kommunicerar sitt lärande i matematik.<sup>31</sup> Enligt Rystedt och Trygg kan ett begrepp vara ett matematiskt objekt, en process eller en egenskap. När elever och lärare arbetar med begreppen i undervisningen behöver läraren ta hänsyn till flera delar. Eleverna behöver titta på begreppens egenskaper, dess relationer till andra begrepp och försöka definiera begreppet så precist som möjligt. Då eleven kan använda sig av olika uttrycksformer och uppfatta sambanden mellan dessa uttrycksformer stärker detta förståelsen av det matematiska begreppet.<sup>32</sup> Begreppen kan, som framgått av exemplen ovan, presenteras med hjälp av olika uttrycksformer som exempelvis laborativt material.<sup>33</sup>

---

<sup>20</sup> Riesbeck, Säljö & Wyndhamn (2008) *Matematiska samtal i klassrummet*, 4.

<sup>21</sup> Ibid, 5.

<sup>22</sup> Engvall (2013) 67.

<sup>23</sup> Riesbeck (2008) *På tal om matematik*, 51.

<sup>24</sup> Ibid.

<sup>25</sup> Skolverket (2011c) 67; Skolverket (2011a) *Kommentarmaterial till kursplanen i matematik*, 30.

<sup>26</sup> Taflin (2007) *Matematikproblem i skolan*, 110.

<sup>27</sup> Skolverket (2011c) 67; Skolverket (2011a) 30.

<sup>28</sup> Ibid, 9, 11.

<sup>29</sup> Skolverket (2011b) *Laborativ matematik, konkretiserande undervisning och matematikverkstäder*, 12.

<sup>30</sup> Skolverket (2011c) 63.

<sup>31</sup> Skolverket (2011a) 9.

<sup>32</sup> Rystedt & Trygg (2013) *Matematikverkstad*, 41.

<sup>33</sup> Ibid, 36-37.

## Konkret material

Ett laborativt material är något konkret och fysiskt som man kan vrida och vända på, plocka isär eller sätta samman, enligt Rystedt och Trygg.<sup>34</sup> Samma beskrivning av laborativt material ger Boggan, Harper och Whitmire i sin artikel.<sup>35</sup> Materialen kan antingen köpas i butik tas med hemifrån eller vara något som lärare eller elever har gjort. Det kan vara material som torkade bönor, kapsyler, multilinkkuber och tiobasmaterial.<sup>36</sup> Enligt Rystedt och Trygg kan laborativa material också vara digitala, exempelvis datorprogram och applikationer.<sup>37</sup>

Enligt Engvall använder lärare och elever olika så kallade artefakter i undervisningen. Dessa artefakter används för att fungera som stöd för elevernas lärande. Engvall använder sig av Säljö's sätt att beskriva detta. Han skiljer mellan fysiska och språkliga artefakter där det gemensamma för dessa är att de är konstruerade av människan. De språkliga artefakterna handlar om kommunikationen mellan oss människor medan fysiska artefakter är det laborativa materialet.<sup>38</sup> Det matematiska språket kan ibland behöva förtydligas för eleverna med hjälp av fysiska artefakter som exempelvis laborativt material.<sup>39</sup> Ett laborativt material ska se lockande ut för eleverna och konkret presentera de abstrakta matematiska idéerna enligt Engvall.<sup>40</sup> Detta är något som även stämmer in på Moyers definition:<sup>41</sup>

Manipulative materials are objects designed to represent explicitly and concretely mathematical ideas that are abstract. They have both visual and tactile appeal and can be manipulated by learners through hands-on experiences.<sup>42</sup>

Materialet som förekommit under Engvalls klassrumsobservationer på matematiklektionerna har innefattat spel,<sup>43</sup> tallinjen,<sup>44</sup> tiobasmaterial,<sup>45</sup> låtsatspengar, fingrar,<sup>46</sup> mynt, sedlar och multilinkkuber.<sup>47</sup> I flera olika texter skiljer forskare mellan vardagliga föremål och pedagogiska material, även kallade konstruerade. De vardagliga föremålen finns runt omkring oss i vardagen, arbetslivet och ute i naturen och är exempelvis tändstickor, kottar, snören, bönor, ekollon och snäckskal. Det pedagogiska (konstruerade) materialet är något konstruerat av människan för ett pedagogiskt syfte. Exempel på pedagogiska material är centikuber, pentamino, geobräden, geometriska kroppar,<sup>48</sup> kuber, räknare, geostrip och kubikdecimetermodeller.<sup>49</sup>

Materialet som användes i de klassrum som Löwing studerade var måttband, passare, laborationsklocka och geometriska kroppar med ris.<sup>50</sup> Under de lektioner som Riesbeck, Säljö och Wyndhamn studerade användes klipp- och klistramaterial samt geometriska figurer.<sup>51</sup> I ett annat observerat matematikklassrum som Kling Sackerud studerat används också den egna kroppen som ett sätt att belysa det matematiska innehållet. Läraren använder sig av olika gester och

---

<sup>34</sup> Rystedt & Trygg (2010) *Laborativ matematikundervisning -vad vet vi?*, 5.

<sup>35</sup> Boggan, Harper & Whitmire (2010) Using manipulatives to teach elementary mathematics, 2.

<sup>36</sup> Ibid.

<sup>37</sup> Rystedt & Trygg (2010) *Laborativ matematikundervisning -vad vet vi?*, 5.

<sup>38</sup> Engvall (2013) 63.

<sup>39</sup> Ibid, 69.

<sup>40</sup> Ibid, 70.

<sup>41</sup> Moyer (2001) Are we having fun yet? How teachers use manipulatives to teach Mathematics, 176.

<sup>42</sup> Ibid, 176.

<sup>43</sup> Engvall (2013) 162.

<sup>44</sup> Ibid, 178.

<sup>45</sup> Ibid, 184.

<sup>46</sup> Ibid, 193.

<sup>47</sup> Ibid, 204.

<sup>48</sup> Skolverket (2011b) 74.

<sup>49</sup> Rystedt & Trygg (2013) 19-20.

<sup>50</sup> Löwing (2004) *Matematikundervisningens konkreta gestaltning*, 189.

<sup>51</sup> Riesbeck, Säljö & Wyndhamn (2008) 9.

rörelser och gömmer material i handen när eleverna ska arbeta med uppdelning av tal. Eleverna får visa hur de tänker med hjälp av händer, fingrar och annat konkret material som finns till hands.<sup>52</sup> I klassrummet finns en inredd så kallad matematikhörna med olika sorters konkret material såsom lera, kuber, stavar och träbrädor.<sup>53</sup> Laborativ matematikundervisning är ett arbetssätt som innebär att eleven arbetar praktiskt med olika sorters material vilket framgått av Riesbeck, Säljö, Wyndhamn samt Engvall och Löwing.<sup>54</sup>

## Laborativ matematikundervisning

Laborativ undervisning innebär enligt Nationalencyklopedin ”metoder för undervisning och inläring med stöd av experiment och försök, vanligen i naturvetenskapliga ämnen.”<sup>55</sup> Det laborativa arbetssättet delas in i ett undersökande och ett demonstrerande arbetssätt enligt Rystedt och Trygg.<sup>56</sup> De beskriver att flera sinnen används i ett laborativt arbetssätt och att eleven är aktiv i de olika matematiska undersökningarna och aktiviteterna.<sup>57</sup> Skolverkets rapport *Laborativ matematik, konkretiserande undervisning och matematikverkstäder* beskriver däremot inte att användandet av flera sinnen och att skapa variation är det väsentliga i ett laborativt arbetssätt. Syftet med laborativ undervisning är istället att eleverna ska uppleva och återupptäcka matematiken genom laborationer och inte få den färdigpresenterad i form av en formel eller metod.<sup>58</sup> En väl genomförd laborativ matematikundervisning enligt Rystedt och Trygg ger elever förutsättningar att utveckla alla de förmågor som finns i kursplanen för matematik.<sup>59</sup> Undervisningen kan även få elever att utveckla matematiska begrepp och tankar och även upptäcka mönster och samband mellan olika matematiska fenomen.<sup>60</sup> I ett laborativt arbetssätt finns en koppling mellan det konkreta och abstrakta där det konkreta är det som vi uppfattar med våra sinnen och det abstrakta istället handlar om sådant som vi endast uppfattar med de tankar vi har.<sup>61</sup>

## Konkret – Abstrakt

Matematiken är ett abstrakt ämne som är tillämpligt i många olika situationer. Enligt Nationalencyklopedin har matematiken ”frigjort sig från det konkreta ursprunget hos problemen, vilket är en förutsättning för att den skall kunna vara generell, dvs. tillämplig i en mångfald situationer, men också för att den logiska giltigheten hos resonemangen skall kunna klarläggas.”<sup>62</sup> Enligt forskare kan olika material vara ett hjälpmedel till att göra matematiken mer konkret för elever.<sup>63</sup> Enligt Rystedt och Trygg kan materialet vara ett sätt att konkretisera matematiska begrepp eller fungera som en länk mellan konkreta händelser och abstrakta matematiska modeller.<sup>64</sup>

Användandet av olika material leder inte till en direkt koppling mellan det konkreta och det abstrakta.<sup>65</sup> Enligt Skolverket är syftet med konkretisering att underlätta det abstrakta i matematiken. Skolverket beskriver vidare att det inte är materialet i sig som leder till abstraktion.

---

<sup>52</sup> Kling Sackerud (2009) *Elevers möjligheter att ta ansvar för sitt lärande i matematik*, 86,100.

<sup>53</sup> Ibid, 99,146.

<sup>54</sup> Engvall (2013) 55; Riesbeck, Säljö & Wyndhamn (2008) 23; Riesbeck (2008) 45; Löwing (2004) 189.

<sup>55</sup> Laborativ undervisning (2014) *Nationalencyklopedin*

<sup>56</sup> Rystedt & Trygg (2013) 80.

<sup>57</sup> Rystedt & Trygg (2010) 5.

<sup>58</sup> Skolverket (2011b) 27.

<sup>59</sup> Rystedt & Trygg (2013) 70.

<sup>60</sup> Ibid, 71.

<sup>61</sup> Rystedt & Trygg (2010) 5.

<sup>62</sup> Matematik (2014) *Nationalencyklopedin*

<sup>63</sup> Boggan, Harper & Whitmire (2010) 3.

<sup>64</sup> Rystedt & Trygg (2013) 71,75.

<sup>65</sup> Skolverket (2011b) 28.



Det handlar istället om hur materialet används, något som även beskrivs i Szendrei artikel *Concrete Materials in the Classroom*.<sup>66</sup> I artikeln beskriver Szendrei forskning som gjorts kring konkretisering av undervisningen. Om läraren använder sig av ett material i undervisningen är det inte materialet i sig som är konkretiserande utan det handlar om hur läraren använder sig av materialet. Läraren har en betydande roll för om materialet leder till konkretisering.<sup>67</sup> Enligt Boggan, Harper och Whitmire visar majoriteten av flera studier att matematikprestationen hos elever ökar om olika material används på ett bra sätt i undervisningen.<sup>68</sup> En del elever behöver använda sig av olika material för att lära sig att räkna medan andra elever behöver material för att förstå principer i matematiken. Forskning visar också att lågpresterande elever och elever i inlärningsvårigheter har stor hjälp av att olika material används i matematikundervisningen. Om lärare använder olika material på ett meningsfullt sätt påverkas elevernas lärande positivt.<sup>69</sup> Avsikten med matematikundervisningen är att den så småningom ska leda till abstraktion enligt Skolverkets rapport *Laborativ matematik, konkretiserande undervisning och matematikverkstäder*. För att underlätta abstraktionen kan man som lärare konkretisera undervisningen med hjälp av ett material och lyfta fram det som sen ska abstraheras. Det finns en risk att laborativt material uppfattas som en ”rolig grej” och att arbetsuppgiften med materialet stannar vid själva görandeprocessen istället för att eleverna faktiskt förstår och lär sig något.<sup>70</sup> Detta beskrivs även av Kling Sackerud, som understryker att utgångspunkten måste vara elevernas lärande och lärarnas matematikuppdrag.<sup>71</sup> Användandet av laborativt material i undervisningen är ingen mirakelkur i sig, det handlar om hur läraren använder det.

## Syfte och Frågeställningar

Syftet med denna studie är att få kunskap om hur laborativt material kan användas i matematikundervisningen för att ge elever i årskurs 1-6 möjlighet att utveckla förståelsen av matematiska begrepp. I denna studie har laborativt material samma betydelse som konkret material. Digitala verktyg innefattas inte i studien utan det handlar istället om fysiskt material sådant man kan ta på, vända, vrida och plocka med, och som kan användas antingen av läraren och/eller elever.

Syftet konkretiseras i följande frågeställning:

- Vilka förutsättningar behöver läraren skapa för att elever med hjälp av laborativt material ska utveckla förståelsen av matematiska begrepp?

## Metod

I detta kapitel beskrivs undersökningens design och tillvägagångssättet vid litteratursökningen och de urval som gjorts. Här beskrivs även kvalitetsgranskningen av de valda texterna, de etiska aspekterna och slutligen redogörs för hur data har analyserats.

---

<sup>66</sup> Szendrei (1996) *Concrete Materials in the Classroom*, 433.

<sup>67</sup> Ibid.

<sup>68</sup> Boggan, Harper & Whitmire (2010) 4.

<sup>69</sup> Ibid, 5.

<sup>70</sup> Rystedt & Trygg (2013) 7.

<sup>71</sup> Kling Sackerud (2009) 147.

## Design

### *Systematisk litteraturstudie*

En litteraturstudie kan göras på flera olika sätt. I denna studie har en systematisk litteraturstudie genomförts vilket innebär att en systematisk sökning, kritisk granskning och en sammanställning har gjorts på det valda ämnesområdet. Litteraturstudien ska fokusera på den aktuella forskningen som finns inom det specifika ämnesområdet.<sup>72</sup> För att kunna göra en systematisk litteraturstudie är det viktigt att studierna man söker är av god kvalitet så att dessa kan ligga som underlag för bedömningar och slutsatser.<sup>73</sup> Eriksson Barajas, Forsberg och Wengström beskriver olika sätt att se på en systematisk litteraturstudie. En systematisk litteraturstudie ska tydligt redovisa metoderna som använts då de ska vara öppna för granskning och studien ska sträva efter att hitta all tillgänglig evidens som finns inom det givna området.<sup>74</sup>

### Databassökning och sökstrategier

För att samla in relevant data till studien användes databaserna ERIC (Education Resources Information Center) och LIBRIS. En första sökning gjordes dock i sökmotorn Summon som finns tillgänglig på Högskolan Dalarna. Eftersom sökmotorn Summon sammanställer de flesta artiklarna som finns i olika databaser var det ett första steg att få en överblick över ämnesområdet och för att hitta relevanta sökord. I nästa steg användes databaserna ERIC och LIBRIS. Anledningen till valet av databasen ERIC är att det är den största internationellt sett, när det gäller pedagogik och skola,<sup>75</sup> vilket överensstämmer med denna studies syfte. Genom att söka internationella artiklar kan en bredare syn fås inom ämnesområdet. LIBRIS valdes för att hitta relevanta avhandlingar och för att den innefattar svensk forskning vilket är relevant i en svensk skolkontext. Google scholar användes inte i databassökningen då denna var för omfattande. Värderingsprocessen skulle bli för stor i jämförelse men den avsatta tiden för denna studie. Med utgångspunkt från studiens syfte och frågeställning valdes som huvudsökord: matematik, laborativ, konkret och praktisk. Dessa ord kombinerades på olika sätt och tillsammans med tilläggsorden begrepp, material och förståelse för att hitta optimal litteratur. De engelska huvudsökorden som användes var: mathematics och manipulatives, med tilläggsorden: concrete och mathematical concepts. Orden valdes utifrån relevans för studiens syfte och frågeställningar samt med hjälp av sökmotorn Summon.

### Inklusionskriterier och exklusionskriterier

Inklusionskriterier valdes för att göra urvalet av litteraturen. De inklusionskriterier och begränsningar som valdes var att artiklarna och avhandlingarna skulle vara vetenskapligt granskade, finnas på engelska eller svenska samt innefatta årskurs 1-6, och publiceringsår från 2000-2014 för att nyttja nyare forskning. Begränsningen till årskurs 1-6 gjordes då olika länder har olika indelning på årskurser, samt då användandet av laborativt material är intressant att studera i såväl årskurs 1 som i årskurs 6. Exklusionskriterierna för denna litteraturstudie var att de artiklar och avhandlingar som handlade om andra ämnen än matematik valdes bort och även de texter som hade fokus på digitala verktyg valdes bort då dessa inte var relevanta för denna studie. Avhandlingar och artiklar med fokus på betyg, genus, flerspråkighet, diagnoser, valdes också bort då detta inte överensstämmer med studiens syfte.

---

<sup>72</sup> Eriksson Barajas, Forsberg & Wengström (2013) *Systematiska litteraturstudier i utbildningsvetenskap*, 31.

<sup>73</sup> Ibid, 27.

<sup>74</sup> Eriksson Barajas, Forsberg & Wengström (2013) 28.

<sup>75</sup> Ibid, 75.

## Sökning i databaserna LIBRIS och ERIC

Tabellerna nedan visar de sökningar som gjorts i databaserna LIBRIS och ERIC samt urval av avhandlingar och artiklar. Då inga träffar fanns på sökorden ”laborativ matematik”, ”konkret matematik” och ”praktisk matematik” i databasen LIBRIS trunkerades<sup>76</sup> begreppen för att få in olika varianter av dem (se Tabell 1). Då området redan var smalt var det inte aktuellt att använda operatoren AND istället gjordes en trunkering av begreppet matemati\* för att få fler resultat och olika varianter av begreppet matematik (se Tabell 1). Det gjordes för att hitta texter som handlar om matematik som kan vara av betydelse för denna studie men som vid den tidigare sökningen inte hittats. Detta gav 247 träffar varav 103 var publicerade år 2000 eller senare. Trots att en breddning av sökområdet gjordes var det ändå hanterbart att gå igenom de 103 titlarna. Utifrån sökmotorn Summon hittades begreppet manipulatives (olika material) som användes i engelska artiklar för konkreta och laborativa material. Därför var det aktuellt att göra en första sökning i databasen ERIC med sökningskombinationen mathematics AND manipulatives för att få med artiklar som handlade både om matematik och olika material vilket gav 370 träffar. Därför gjordes en begränsning till att endast använda texter som finns tillgängliga på databasen. Därefter användes tilläggsorden concrete, practical och mathematical concepts (se Tabell 2). Sökningarnas träffar blev sedan ett första steg till att bearbeta avhandlingarna och artiklarna. När alla titlarna lästes sållades de icke relevanta texterna bort och om titeln var relevant för studiens syfte lästes även abstractet. Om inklusionskriterierna stämde in på abstractet lästes avhandlingen även i fulltext.

Tabell 1. Sökningar i databasen LIBRIS

Sökord	Begränsningar	Träffar	Lästa titlar	Lästa abstract	Granskade texter	Använda texter
laborativ matematik	Avhandlingar Svenska	0	0	0	0	0
konkret matematik	Avhandlingar Svenska	0	0	0	0	0
praktisk matematik	Avhandlingar Svenska	0	0	0	0	0
laborativ* matematik*	Avhandlingar Svenska	3	3	2	1	1 Engvall 2013
konkret* matematik*	Avhandlingar Svenska	1	1	1	1	1 Löwing 2004
praktisk* matematik*	Avhandlingar Svenska	0	0	0	0	0
Matemati*	Avhandlingar Svenska	247	103	12	2 (2*)	1 (2*) Riesbeck 2008  Engvall 2013 Löwing 2004
<b>Totalt:</b>		<b>251</b>	<b>107</b>	<b>15</b>	<b>4</b>	<b>3</b>

(X\*) X antal texter har redan påträffats vid tidigare sökning.

<sup>76</sup> Trunkering av ord innebär att man söker på alla ord med den ordstam man väljer. Oftast trunkerar man med \*

Tabell 2. Sökningar i databasen ERIC

Sökord	Begränsningar	Träffar	Lästa titlar	Lästa abstract	Granskade texter	Använda texter
mathematics AND manipulatives	Since 1995 Peer reviewed only Full text available	43	43	8	3	2 Swan, Marshall, 2010  Olkun, Toluk, (2004)
mathematics AND manipulatives AND concrete	Since 1995 Peer reviewed only Full text available	9	9	2	1 (1*)	(1*) Swan, Marshall, 2010
mathematics AND manipulatives AND practical	Since 1995 Peer reviewed only Full text available	1	1	1	0	0
mathematics AND manipulatives AND mathematical concepts	Since 1995 Peer reviewed only Full text available	20	20	2	1 (1*)	(1*) Swan, Marshall, 2010
<b>Totalt:</b>		<b>73</b>	<b>73</b>	<b>13</b>	<b>5</b>	<b>2</b>

(X\*) X antal texter har redan påträffats vid tidigare sökning.

### *Presentation av de använda texterna*

Totalt har fem av de nio bearbetade texterna ansetts vara relevanta för denna studie. De fem texterna är relevanta eftersom de är vetenskapligt granskade, handlar om matematik med fokus på konkreta material likaså finns ett lärarperspektiv i texterna. Artiklarna och avhandlingarna är därför relevanta i förhållande till studiens frågeställning. I Tabell 3 nedan ges en kort presentation av de fem valda texterna.

Tabell 3. Presentation av valda texter

Författare	Titel	Publiceringsår	Språk
Engvall, Margareta	Handlingar i matematikklassrummet: En studie av undervisningsverksamheter på lågstadiet då räknemetoder för addition och subtraktion är i fokus.	2013	Svenska

Löwing, Madeleine	Matematikundervisningens konkreta gestaltning En studie av kommunikationen lärare - elev och matematiklektionens didaktiska ramar.	2004	Svenska
Riesbeck, Eva	På tal om matematik: matematiken, vardagen och den matematikdidaktiska diskursen	2008	Svenska
Riesbeck, Säljö och Wyndhamn	Matematiska samtal i klassrummet. Introduktion av triangelns area i ett komparativt perspektiv		
Swan, Paul, Marshall, Linda	Revisiting Mathematics Manipulative materials	2010	Engelska
Olkun, Sinan, Toluk, Zulbiye	Teacher Questioning with an Appropriate Manipulative May Make a Big Difference	2004	Engelska

## Kvalitetsgranskningen

Artiklarna och avhandlingarnas studier granskades i samband med läsningen av fulltexterna i syfte att fastställa om de var av god vetenskaplig kvalitet. Granskningen gjordes utifrån fem frågor (se Bilaga 1) som skapades utifrån Forsberg och Wengströms checklista<sup>77</sup> för kvalitativa artiklar (se Bilaga 2) vilka bedömdes utifrån skalan hög, medel och låg vetenskaplighet. Om alla fem frågorna besvarades med ett ja bestämdes texten ha hög kvalitet, om fler än två frågor besvarades med ett nej värderades den som låg kvalitet. Texterna med hög kvalitet togs med i denna studie medan de med låg kvalitet förkastades. Två av de granskade texterna bedömdes vara av medelhög kvalitet då de etiska aspekterna inte tydligt förklarades. En av texterna beskriver en kurs för blivande lärare, här har inga etiska aspekter *tydligt* förklarats men det framgår att hänsyn tagits till etiska aspekter då det är frivilligt att vara med på kursen och deltagarna är anonyma. I avhandlingen *Matematiska samtal i klassrummet* fanns ingen tydligt uttalad etik beskriven. Texterna har noggrant övervägts och eftersom de övriga frågorna i kvalitetsgranskningen (Bilaga 1) kan besvaras med ett säkert ”ja”, kan de ändå anses vara av tillräckligt god kvalitet för att ingå i denna litteraturstudie. Sammanlagt kvalitetsgranskades fem texter vilka var relevanta för denna studie. Efter kvalitetsgranskningen skedde en analys av de valda texterna. Nedan följer en beskrivning av de använda texterna som ligger till grund för studiens resultat. En kort sammanfattning av dessa beskrivningar finns i form av en översiktlig tabell (se Bilaga 3).

### Beskrivning av de medtagna kvalitetsgranskade texterna

I avhandlingen *Handlingar i matematikklassrummet* är syftet att undersöka vad matematikundervisningen i lågstadiet ger elever för möjligheter att lära då innehållet är skriftliga räknemetoder för addition och subtraktion.<sup>78</sup> Engvall har studerat elevers och lärares handlingar i klassrummet och vilka förutsättningar som skapas för lärandet.<sup>79</sup> Data har samlats in i form av videofilmade lektioner, ljudinspelningar och observationer i fem (av ursprungligen sex) olika klasser med 24-25 elever samt enstaka samtal med klasslärare.<sup>80</sup> Vid videofilmningen gjordes anteckningar över sådant som kunde tillföra ytterligare information utöver filmmaterialet.<sup>81</sup> I analysen framkom sedan fyra olika matematikklassrum ur de fem studerade, då två datauppsättningarna motsvarade varandra i hög grad.<sup>82</sup> Engvall har återkommande tagit upp sin

<sup>77</sup> Eriksson Barajas, Forsberg & Wengström (2013) 188.

<sup>78</sup> Engvall (2013) 26.

<sup>79</sup> Ibid, 85.

<sup>80</sup> Ibid, 110, 107-108.

<sup>81</sup> Ibid, 119.

<sup>82</sup> Ibid, 126.

egen förförståelse och reflekterat över den egna teoretiska utgångspunkten så att läsaren kan följa de överväganden som gjorts.<sup>83</sup> Grundtanken för generaliseringen i Engvalls studie är att samma resultat ska kunna tolkas fram i liknande matematikklassrum.<sup>84</sup> Elever och föräldrar har fått tydlig information om studiens syfte och ett samtyckesbrev har skickats ut till föräldrar. För de som inte godkände undersökningen ordnades matematikundervisningen i ett annat rum. Inga namn på elever eller lärare finns med i avhandlingen och vissa detaljer och beskrivningar har uteslutits för att skydda deras identitet.<sup>85</sup> De etiska överväganden som gjorts är därmed enligt individskyddskravet, informationskravet, samtyckeskravet och kravet på konfidentialitet. Resultatet av studien visar att lärares och elevers handlingar i de olika klassrummen riktar uppmärksamheten på olika kunskapsaspekter och förmågor. Läraren är ofta initiativtagaren medan elevers handlingar ofta sker till följd av något som läraren har gjort. Beroende på vilket i klassrum eleverna hör hemma skapas olika förutsättningar för eleverna att lära matematik.<sup>86</sup>

Studien i avhandlingen *Matematikundervisningens konkreta gestaltning* handlar om hur lärare i grundskolan kommunicerar med sina elever för att hjälpa dem att förstå matematik, samt vilka villkor lärandemiljön sätter för denna kommunikation.<sup>87</sup> Löwing har studerat nio lärare inom grundskolan där data samlades in genom en bandspelare och mikrofon som lärarna hade på sig. Likaså gjordes anteckningar av Löwing själv och en annan observatör.<sup>88</sup> Två av de nio inspelade lektionerna gick inte att transkribera då stora delar av ljudet försvann. Med hjälp av observatörernas anteckningar och stöd av intervjuer kunde Löwing se att även dessa lektioner följde i stort sett samma mönster.<sup>89</sup> Undersökningen omfattar lärares undervisning i skolåren 4, 6, 7, 8 och 9.<sup>90</sup> De personer som varit med i studien är anonyma och vid transkriberingen har Löwing valt att inte skriva ner det exakta talspråket som läraren och eleven använder för att minimera risken att förstå vem personen ifråga kan vara.<sup>91</sup> Resultatet av studien visar att lärare har problem med att synliggöra matematiken för eleverna.<sup>92</sup> Det saknas en precision i dialogen mellan lärare och elev, lärarna känner inte till elevens förkunskaper.<sup>93</sup> Lärarna hade i studien inget tydligt och klart mål med sin lektion och de använder en oklar terminologi vilket ofta gjorde att det blev problem och missförstånd.<sup>94</sup> Lärare saknar ett språk för att knyta samman det konkreta och abstrakta.<sup>95</sup> Enligt Löwing måste lärare ha tydliga mål för undervisningen och kunskaper i matematikdidaktiska teorier. Utifrån sin studie beskriver hon även att lärare måste ta ett större ansvar för elevers språkutveckling.

Artikeln *Matematiska samtal i klassrummet. Introduktion av triangelns area i ett komparativt perspektiv*<sup>96</sup> ingår i avhandlingen *På tal om matematik: matematiken, vardagen och den matematikdidaktiska diskursen*.<sup>97</sup> Riesbeck har studerat hur elever uppfattar lärarens språk, vilka begrepp eleverna använder och hur de pratar med varandra.<sup>98</sup> Syftet med studien är att se hur lärare och elever kommunicerar i matematikundervisningen och även tydliggöra hur matematikundervisningen går till, vilket

---

<sup>83</sup> Engvall (2013) 129.

<sup>84</sup> Ibid, 131.

<sup>85</sup> Ibid, 132.

<sup>86</sup> Ibid, 225.

<sup>87</sup> Löwing (2004) 14.

<sup>88</sup> Ibid, 139-140.

<sup>89</sup> Ibid, 141-142,148.

<sup>90</sup> Ibid, 148.

<sup>91</sup> Ibid, 150.

<sup>92</sup> Ibid, 248.

<sup>93</sup> Ibid, 251.

<sup>94</sup> Ibid, 252-253.

<sup>95</sup> Ibid, 255.

<sup>96</sup> Riesbeck, Säljö & Wyndhamn (2008) *Matematiska samtal i klassrummet*

<sup>97</sup> Riesbeck (2008) *På tal om matematik*

<sup>98</sup> Riesbeck (2008) 12.

ämnesinnehåll som lärarna visar och vilken interaktion som förekommer.<sup>99</sup> Från början var det tänkt att åtta olika klasser skulle studeras men då en av lärarna tackade nej resulterade detta i sju olika mellanstadieklasser, årskurs 5. Klasserna studerades under en introduktionslektion till området triangelns area. Data har samlats in genom videoinspelningar som lärarna vid ett senare tillfälle fått ta del av och ge egna kommentarer till.<sup>100</sup> Resultatet av studien visar att samtalsens form är till största del argumenterande och förklarande. Då eleverna arbetar i små grupper är syftet med samtalen i gruppdiskussionerna inte tydligt formulerat av läraren. Resultatet visar att eleverna inte har de ord och begrepp som behövs för att beskriva det som de faktiskt ser i det laborativa arbetet, de blir därför kvar i själva görandet. Läraren ställer för lite utmanande frågor till eleverna, de vanligast förekommande frågorna är beräkning och benämningsfrågor vilket gör att arbetet inte blir speciellt utforskande.<sup>101</sup> I gruppsamtalen och laborationerna utnyttjas inte de möjligheter som finns ur ett inlärningsperspektiv. Tillsammans måste lärare och elever skapa en gemensam diskurs där både det vardagliga och det matematiska språket ska finnas.<sup>102</sup>

Artikeln *Revisiting Mathematics manipulative materials* är skriven av Swan och Marshall. De har gjort en studie där syftet var att studera användandet av olika material i grundskolans matematikklassrum. Swan och Marshall har delat ut enkäter till alla grundskolor och högstadieskolor i västra Australien. Responsen mottogs från över 820 lärare i 250 olika skolor. På enkäten som skickades ut till de olika lärarna fanns utrymme att skriva längre kommentarer för de som ville. Intervjuer gjordes med ett urval av de frivilliga lärare som besvarat enkäten. Lärarna fick i enkäten kryssa i de olika material som de själva använde i matematikundervisningen.<sup>103</sup> Sedan fick även lärarna skriva in andra material som användes i matematikklassrummet, identifiera de tre mest använda materialen samt beskriva fördelar med användandet av olika material.<sup>104</sup> Resultatet visar att användandet av olika material gynnar elevers matematiklärande.<sup>105</sup> Tydliga matematiska kopplingar behöver göras i undervisningen, annars kan det leda till matematiska missuppfattningar.<sup>106</sup>

Den sista artikeln, *Teacher Questioning with an Appropriate Manipulative May Make a Big Difference* är skriven av Olkun och Toluk där syftet med studien var att visa exempel på hur en utmanande kommunikation kan se ut i samband med användning av ett lämpligt material för att stimulera elevernas matematiska tänkande i matematikundervisningen.<sup>107</sup> De erfarenheter som återspeglas i denna artikel relateras till en utbildning för blivande lärare som kommer undervisa i årskurs 1-5 där syftet med denna kurs var att förbättra dessa blivande lärares kunskaper i geometri. Det material som användes kursen var en tumstock av vilka geometriska figurer kunde bildas.<sup>108</sup> Resultatet visar att det skedde förändringar i de blivande lärarnas tankesätt om geometriska figurer. Om geometriundervisningen stöds av visuella hjälpmedel, tillsammans med lämpliga frågor från lärare, är det lättare för elever att skapa stabila föreställningar om geometriska begrepp och relationerna dem emellan.<sup>109</sup>

---

<sup>99</sup> Riesbeck, Säljö & Wyndhamn (2008) 5.

<sup>100</sup> Riesbeck, Säljö & Wyndhamn (2008) 8.

<sup>101</sup> Ibid, 23.

<sup>102</sup> Ibid, 24.

<sup>103</sup> Swan & Marshall (2010) *Revisiting Mathematics manipulative materials*, 14.

<sup>104</sup> Ibid, 15.

<sup>105</sup> Ibid, 18.

<sup>106</sup> Ibid, 19.

<sup>107</sup> Olkun & Toluk (2004) *Teacher Questioning with an Appropriate Manipulative May Make a Big Difference*, 1.

<sup>108</sup> Ibid, 3.

<sup>109</sup> Ibid, 10.

## Etiska aspekter

Att ta hänsyn till etiska aspekter är viktigt i all forskning.<sup>110</sup> I denna litteraturstudie inkluderas litteratur som är ”peer reviewed” vilket innebär att den är granskad av minst två oberoende experter för att fastställa arbetets innehåll och kvalitet.<sup>111</sup> Alla texter som inkluderats i denna studie har tydligt redovisats för att läsaren ska kunna följa de iakttagelser som gjorts. Litteraturstudien är genomförd på ett kritiskt sätt för att resultatet i studien inte ska påverkas av egna föreställningar. Det författarna skrivit i texterna har återgetts på ett så objektivt sätt som möjligt så att det författarna faktiskt framhåller kommer fram i denna studie. I kvalitetsgranskningen har även texternas etiska aspekter granskats (se Bilaga 3).

## Dataanalys

För att kunna få fram ett relevant resultat för denna litteraturstudie har en innehållsanalys gjorts av de valda texterna.<sup>112</sup> Texterna lästes först igenom en gång för att få en helhetsbild över materialet och sedan lästes de igenom igen men då med ett fokus på denna studies frågeställning. All text som stämde överens med frågeställningen markerades med gul färg och klipptes sedan in i ett nytt dokument. Den gulmarkerade texten lästes igenom med fokus på att hitta teman och mönster såsom likheter, skillnader eller motsatser. Det gör att mönster och teman lättare ska kunna identifieras.<sup>113</sup> På detta sätt hittades relevanta rubriker som sedan används i resultatdelen för denna studie. Rubrikerna skrevs senare in i ett nytt dokument där den gulmarkerade texten klustrades in under passande rubrik. Därefter tolkades texten och skrevs om med egna ord så att resultatet av denna studie synliggjordes.

## Resultat

Syftet med denna studie var att få kunskap om hur laborativt material kan användas i matematikundervisningen för att ge elever i årskurs 1-6 möjlighet att utveckla förståelsen av matematiska begrepp. Frågeställningen för studien var: ”Vilka förutsättningar behöver läraren skapa för att elever med hjälp av laborativt material ska utveckla förståelsen av matematiska begrepp?”. Resultatet av studien visar att läraren kan skapa flera olika förutsättningar för att elever med hjälp av laborativt material ska utveckla förståelsen av matematiska begrepp. Läraren behöver *planera sin undervisning* och ha tydliga gemensamma mål för aktiviteten som ska göras. I aktiviteten med det laborativa materialet behöver läraren skapa en *meningsfull kommunikation* tillsammans med eleverna genom att vara lyhörd och lyfta fram matematiska begrepp. Läraren behöver *synliggöra matematiken* för eleverna och *utveckla sin kompetens* i ämnet matematik och lärande för elever i matematik.

## Planera undervisningen

Som lärare behöver man planera sin undervisning och ta hänsyn till flera olika aspekter samt dess relation till varandra.<sup>114</sup> Om läraren exempelvis planerar att låta eleverna arbeta tillsammans i mindre grupper för att kunna samtala om matematik, samt arbeta utifrån läromedlet och presentera en del matematikinnehåll med hjälp av laborativt material, skapas goda villkor för elevernas matematiklärande. Löwing skriver att trots att dessa val gjorts visade det sig att de ofta

---

<sup>110</sup> Eriksson Barajas, Forsberg & Wengström (2013) 141.

<sup>111</sup> Ibid, 62.

<sup>112</sup> Eriksson Barajas, Forsberg & Wengström (2013) 146.

<sup>113</sup> Ibid, 147.

<sup>114</sup> Löwing (2004) 190.



samverkade negativt.<sup>115</sup> Därför är det viktigt att ta hänsyn till hur de val som läraren gjort sinsemellan påverkar varandra. Om läraren planerar att låta eleverna själva välja laborativt material behöver man enligt Engvall vara medveten om att det kan leda till att den valda representationsformen inte är relevant då den inte tydligt kan illustrera den metod som eleverna vill visa. Om ett väl lämpat material används ges förutsättningar för att stödja elevers begreppsliga förståelse.<sup>116</sup> Planerar man att använda laborativt material behöver läraren enligt Löwing organisera så att allt material finns till hands. Exempelvis kan arbetet hindras om det bara finns ett måttband eller om något material är trasigt och inte användbart.<sup>117</sup> Swan och Marshall föreslår att det i varje klassrum ska finnas ett kit med lämpligt material som delas eller roteras runt i de olika klassrummen, och sådant material som används mer sällan eller är otydligt kan förvaras i förråd.<sup>118</sup>

### ***Målet med undervisningen***

När eleverna ska arbeta med det laborativa materialet behöver både läraren och eleverna ha ett tydligt gemensamt mål för aktiviteten för att få syn på matematiken i laborationen.<sup>119,120</sup> Enligt Löwing får målet med laborationen inte bara vara en ”görande” process, målen bör handla om vad eleverna faktiskt ska lära sig under lektionen.<sup>121</sup>

Att till exempel fylla geometriska kroppar med puffat ris för att på så sätt jämföra kropparnas volymer ger en mycket begränsad kunskap, om man inte samtidigt reflekterar över orsakerna till de samband man iakttagit.<sup>122</sup>

I de laborativa aktiviteterna räcker det inte med att endast göra en uppgift. Eleverna behöver få reflektera och diskutera det som framkommer i uppgifterna för att faktiskt upptäcka de matematiska idéerna.

### **Meningsfull kommunikation**

Då matematik handlar om att se generella mönster och strukturer måste en variation och sammankoppling av olika matematiska idéer göras enligt Löwing. Läraren måste lyfta fram och diskutera olika matematiska aspekter, annars kommer lektionerna handla endast om räkning istället för matematik.<sup>123</sup> I följande avsnitt förklaras några aspekter, användandet av ett matematiskt språk och utmanande frågor, som är viktiga för en meningsfull kommunikation.

### ***Matematiskt språk***

Lärare behöver använda ett matematiskt språk i sin kommunikation med eleverna. Då endast ett vardagsspråk används blir det svårt att lyfta fram abstrakta begrepp.<sup>124</sup> Enligt Riesbeck ska ett samtal mellan lärare och elever ge matematiska erfarenheter, lärarens mål ska vara att eleverna själva upptäcker formeln och förstår ett matematiskt resonemang. Här kan det vardagliga språket inte helt uteslutas eftersom det krävs en växelverkan mellan det konkreta och det abstrakta för att eleverna ska få en språklig tillväxt och utveckla matematiska begrepp.<sup>125</sup> Löwing tar också upp betydelsen av detta. Hon beskriver att det blir svårt för eleverna att bygga upp ett korrekt

---

<sup>115</sup> Ibid, 190.

<sup>116</sup> Engvall (2013) 219-220.

<sup>117</sup> Löwing (2004) 189.

<sup>118</sup> Swan & Marshall (2010) 16.

<sup>119</sup> Löwing (2004) 245.

<sup>120</sup> Riesbeck, Säljö & Wyndhamn (2008) 11.

<sup>121</sup> Löwing (2004) 185.

<sup>122</sup> Ibid, 244.

<sup>123</sup> Ibid, 245.

<sup>124</sup> Ibid, 193.

<sup>125</sup> Riesbeck (2008) 49-50.

matematiskt språk om endast vardagsspråket blir en central del i undervisningen: ”... man måste exempelvis skilja mellan hur man skriver matematik och hur man tänker. Att dra 4 från 7 skrivs inte  $4 - 7$  eftersom detta har en helt annan betydelse.”<sup>126</sup> Riesbeck framhåller att lärare och elever behöver vara överens om innebörden i de matematiska termer och begrepp som används i undervisningen. Om läraren och eleverna inte diskuterar innebörden i vad olika begrepp betyder blir det svårt att ha ett gemensamt språk, likaså om läraren pendlar mellan många olika begrepp utan att förankra dem hos eleverna.<sup>127</sup> Enligt Engvall är det av betydelse att ha ett gemensamt språk, det blir problem i kommunikationen mellan lärare och elev om läraren använder sig av ett konkret materiel (exempelvis pengar) som inte stämmer överens med elevernas vardag, eller om de istället har fokus inriktat på det matematiska språket som finns på tavlan.<sup>128</sup>

Eleverna kan få svårt att tillgodogöra sig det kommunicerade matematikinnehållet om de har bristande förkunskaper eller om de gör en feltolkning av ett grundläggande begrepp som de måste förstå för att kunna arbeta med uppgiften. Läraren behöver uppfatta elevens egentliga problem och anpassa förklaringarna till elevens nivå.<sup>129</sup> Enligt Engvall är det bra om elever blir uppmanade att förklara när de förstår något och inte bara när de inte förstår.<sup>130</sup> För att detta ska fungera krävs det att elever har de ord och begrepp som behövs för att faktiskt kunna beskriva vad de ser i de laborativa övningarna.<sup>131</sup> Läraren behöver själv använda matematiska begrepp och vägleda eleverna genom utmanande frågor.

### *Utmanande frågor*

Laborerandet med olika material ska leda till funderingar och formuleringar av upptäckter enligt både Riesbecks, Säljö och Wyndhamns studie samt Engvalls studie.<sup>132</sup> Enligt Engvall blir matematiska begrepp framträdande om eleverna får sätta ord på det som gjorts.<sup>133</sup> Då eleverna beskriver i ord hur de har gått tillväga använder de ofta de formuleringar som läraren använt vid sin genomgång. Läraren kan omformulera elevernas svar med hjälp av liknande uttryck så att centrala matematiska begrepp ständigt återkommer. Om läraren är lyhörd kan elevs missuppfattningar utnyttjas för att tydliggöra begreppens innebörd. Läraren kan också uppmuntra eleverna till en mer utförlig förklaring, så att matematiska begrepp sätts i fokus.<sup>134</sup>

När elever antingen på egen hand eller tillsammans med läraren arbetar med material behöver läraren enligt Olkun och Toluk ställa utmanande frågor för att uppmärksamheten ska riktas mot de väsentliga delarna. Materialet kan vara ett hjälpmedel för läraren så att eleverna själva upptäcker den matematiska idén. Exemplet nedan handlar om arean hos en rektangel i jämförelse med en parallelogram. Läraren visar med hjälp av en tumstock en rektangel (figur A) och frågar sedan om arean har ändrats när han formar en parallelogram (figur B).



Figur A



Figur B

<sup>126</sup> Löwing (2004) 246.

<sup>127</sup> Riesbeck (2008) 49.

<sup>128</sup> Engvall (2013) 220.

<sup>129</sup> Löwing (2004) 191.

<sup>130</sup> Engvall (2013) 200.

<sup>131</sup> Riesbeck, Säljö & Wyndhamn (2008) 23.

<sup>132</sup> Engvall (2013) 200; Riesbeck, Säljö & Wyndhamn (2008) 23.

<sup>133</sup> Engvall (2013) 199.

<sup>134</sup> Ibid, 198.

Citaten nedan visar samtalet som uppstod mellan läraren (I) och eleverna (S) när läraren inte berättar om den matematiska idén utan låter eleverna själva få tänka efter.<sup>135</sup>

T: Ok, you either said yes or no, think a little bit more about why did you think that way?

S: I said no because nothing changed. You just tilted it.

S: I said no because the sides did not change.<sup>136</sup>

Till en början har eleverna inte förstått den matematiska idén men läraren tar hjälp av materialet för att låta eleverna själva upptäcka den.

We continued to tilt the shape little by little like the one in Figure 9 until there was no area at all. In other words, the figure became a horizontal line. We were seeing the changes in students' faces. When they realized that something was changing they started to smile. At just that time, we asked "What do you think is changing and what remains the same?" A student said "Although the length of the sides were not changing, the height was getting smaller"<sup>137</sup>

Enligt Olkun och Toluk är det omöjligt för läraren att visa ett matematiskt begrepp endast med hjälp av materialet, dock kan en elev utveckla begreppsförståelse eller upptäcka ett matematiskt förhållande om läraren använder materialet på ett lämpligt sätt i en meningsfull miljö. Materialet kan också användas för att se vilka nuvarande föreställningar eleverna har om matematiska objekt. Det kan också användas för att utveckla elevernas definitioner av matematiska begrepp.<sup>138</sup>

## Synliggöra matematiken

Då laborationer genomförs behöver läraren synliggöra matematiken för eleverna.<sup>139</sup> Matematiken är abstrakt och behöver bäras upp av något. Det kan göras med hjälp av en lämplig artefakt eller en gemensam erfarenhet. Läraren behöver göra denna koppling mellan det konkreta och abstrakta tydlig.<sup>140</sup> Enligt Riesbeck, Säljö och Wyndhamn räcker det inte för eleverna att få se ett lämpligt material, de måste även få tillgång till matematikens ord och begrepp.<sup>141</sup> Lärarens mål är att eleverna själva ska upptäcka formeln och förstå ett resonemang. Detta förutsätter att läraren ser ett matematiskt begrepp som ett objekt som kan möjliggöra laborerandet med fysiska föremål för att hantera det abstrakta.<sup>142</sup> Engvall framhåller att materialet kan användas i matematik-klassrummen för att konkretisera abstrakta matematiska idéer. Om läraren startar undervisningen i det konkreta (med hjälp av material) och sedan övergår till det abstrakta kan läraren påminna eleverna om att de kan tänka på det laborativa materialet som ett tankestöd. Då läraren instruerar kring detta får eleverna en struktur i hur materialet kan användas så att det blir ett stöd för deras lärande, till exempel begreppsförståelse.<sup>143</sup>

## Kompetensutveckling

Då läraren ställer utmanande frågor uppmanas eleverna, enligt Olkun och Toluk, att uttrycka sina tankar i den undersökande klassrumsmiljön. Sedan behöver läraren fatta beslut om elevers matematiska tänkande för att kunna leda lektionen vidare. För att läraren ska kunna ställa de rätta frågorna måste läraren vara kunnig inom området och kunna skilja mellan de elever som

---

<sup>135</sup> Olkun & Toluk (2004) 9.

<sup>136</sup> Ibid.

<sup>137</sup> Olkun & Toluk (2004) 9.

<sup>138</sup> Ibid, 1.

<sup>139</sup> Löwing (2004) 244.

<sup>140</sup> Ibid.

<sup>141</sup> Riesbeck, Säljö & Wyndhamn (2008) 24.

<sup>142</sup> Ibid, 16.

<sup>143</sup> Engvall (2013) 199.

återupprepar matematiska idéer och de elever som själva upptäcker idéerna. Det kräver både kunskap om matematik och om barns lärande i matematik.<sup>144</sup>

Swans och Marshalls undersökning visade att lärarna ansåg att de olika materialen underlättade elevernas inlärningsförmåga, men att lärarna inte kunde säga vad det faktiskt var i materialet som underlättade. En sådan förståelse är enligt Swan och Marshall viktig för att veta om och hur materialet ska användas i undervisningen. Det är även viktigt med en sådan förståelse för att lärarna själva ska kunna tro på materialet.<sup>145</sup> Swans och Marshalls studie visar att lärar-användningen av materialen behöver stärkas genom lämplig kompetensutveckling. I undersökningen fann man att 19% ville ha mer kompetensutveckling men att lärarna inte visste vad de behövde hjälp med.<sup>146</sup> Enligt Olkun och Toluk blir det lättare för elever att konstruera matematiska begrepp om undervisningen stöds med lämpligt material tillsammans med en kompetent lärare.<sup>147</sup>

## Diskussion

Innehållet i denna rubrik kommer innefatta en resultatdiskussion där resultatet diskuteras i relation till syftet och bakgrunden. Här behandlas också styrkor och svagheter gällande studiens metodologi samt slutsatser av denna studie och förslag till vidare forskning.

## Resultatdiskussion

Syftet med denna studie var att undersöka vilka förutsättningar läraren behöver skapa för att elever med hjälp av laborativt material ska utveckla förståelsen av matematiska begrepp. Resultatet visar att det finns flera olika förutsättningar som läraren kan skapa för att hjälpa eleverna. Läraren behöver *planera* sin undervisning och skapa möjligheter till *kommunikation* i klassrummet.

### *Planering*

Undervisningen ska anpassas till varje enskild individs behov och förutsättningar, samtidigt som innehållet och arbetsformerna ska varieras.<sup>148</sup> Resultatet av studien visar att läraren behöver planera sin undervisning, göra olika val samt ta hänsyn till hur dessa val påverkar varandra.<sup>149</sup> Det laborativa materialet bör ha ett klart syfte och vara väl organiserat och målet för den laborativa aktiviteten behöver vara tydligt både för läraren och eleverna, enligt både Löwing och Riesbeck, Säljö och Wyndhamn.<sup>150</sup> Det laborativa arbetssättet kan vara antingen undersökande eller demonstrerande enligt Rystedt och Trygg.<sup>151</sup> För en lärare skulle detta kunna innebära betydelsen av att utgå från de didaktiska frågorna: ”Vad ska göras?”, ”Varför ska det göras?” och ”Hur ska det göras?”.

### *Kommunikation*

Resultatet visar att kommunikationen är en viktig del för att elever med hjälp av laborativt material ska utveckla förståelsen av matematiska begrepp. Denna kommunikation kan se olika ut i matematikklassrummen.<sup>152</sup> Då eleverna får kommunicera skapas förutsättningar för att de

---

<sup>144</sup> Olkun & Toluk (2004) 2.

<sup>145</sup> Swan & Marshall (2010) 17.

<sup>146</sup> Swan & Marshall (2010) 18-19

<sup>147</sup> Olkun & Toluk (2004) 10.

<sup>148</sup> Skolverket (2011c) 8.

<sup>149</sup> Löwing (2004) 189.

<sup>150</sup> Ibid, 245; Riesbeck, Säljö & Wyndhamn (2008) 11.

<sup>151</sup> Rystedt & Trygg (2013) 80.

<sup>152</sup> Engvall (2013) 79.

tydliggör sina tankar. Dessa tankar och funderingar kan i sin tur leda till diskussioner kring det laborativa arbetet. <sup>153</sup> Då eleverna får sätta ord på det som gjorts via ett laborerande språk blir matematiska begrepp framträdande. Här kan läraren vara med i diskussionen, så att centrala matematiska begrepp ständigt återkommer, och uppmuntra eleverna till mer utförliga förklaringar. Elevers missuppfattningar kan även utnyttjas för att tydliggöra begreppens innebörd. <sup>154</sup> I en sådan situation är det möjligt att elever kan känna sig utpekade och inte vågar förklara ett fenomen vid ett senare tillfälle. Det här är något som läraren behöver vara medveten om. Istället för att tydligt påpeka missförståndet kan läraren resonera kring ämnet och ställa ledande frågor så eleven utmanas i sitt tänkande. Då utbildningen ska bidra till att elever känner lust att lära sig behöver läraren vara försiktig med att synliggöra missuppfattningar då det kan ge motsatt effekt. <sup>155</sup>

I ämnet matematik ska eleverna ges möjlighet att kommunicera om vardagliga och matematiska situationer samt föra och följa matematiska resonemang. <sup>156</sup> Samtalet i ett klassrum kan både innesluta och utesluta elevernas möjlighet till delaktighet enligt Riesbeck, Säljö och Wyndhamn. <sup>157</sup> Resultatet av studien visar att eleverna kan få svårt att ta till sig det kommunicerade matematikinnehållet om de har bristande förkunskaper eller gör en feltolkning av ett grundläggande begrepp. Läraren behöver uppfatta elevers problem och anpassa förklaringarna till elevernas nivå. <sup>158</sup> Detta innebär att läraren behöver ha kunskaper om elevernas förförståelse av ett ämne. Resultatet visar även att lärare och elever behöver vara överens om innebörden av olika matematiska termer och begrepp som används i undervisningen, något som både Löwing och Engvall framhåller, ett gemensamt språk behövs för att missförstånd inte ska ske. <sup>159,160</sup> Det här behöver läraren tänka på, det gemensamma språket behövs för att lärare och elever ska förstå varandra i kommunikationen och för att elever ska kunna utveckla begreppsförståelsen.

Skolan ska stimulera kreativitet, nyfikenhet och självförtroende hos eleverna och en vilja att lösa problem och prova på sina egna idéer. <sup>161</sup> Avsikten med en laboration är enligt Rystedt och Trygg att elever ges möjlighet att upptäcka matematiken och inte får den färdigpresenterad i form av en formel eller metod. <sup>162</sup> Att laborerandet med olika material ska leda till funderingar och formuleringar av upptäckter har även Engvall respektive Riesbeck, Säljö och Wyndhamn understrukt i sina studier. <sup>163</sup> Resultatet av min litteraturstudie visar att materialet kan vara ett hjälpmedel för läraren så att eleverna själva upptäcker matematiken. Här kan läraren ställa utmanande frågor så att elevernas uppmärksamhet riktas på väsentliga delar, något som Olkun och Toluk redovisar i sin artikel. <sup>164</sup> De beskriver vidare att läraren behöver fatta ett beslut om elevernas tänkande för att kunna leda lektionen vidare och ställa de rätta frågorna. Läraren behöver kunna skilja mellan om eleverna endast återupprepar den matematiska idén eller om de själva har upptäckt den och förstått kunskapen. För att läraren ska kunna göra detta måste denne vara kunnig inom ämnesområdet samt om barns lärande i matematik. <sup>165</sup> Enligt Swan och Marshall

---

<sup>153</sup> Ibid, 67.

<sup>154</sup> Ibid, 198-199.

<sup>155</sup> Skolverket (2011c) 7.

<sup>156</sup> Skolverket (2011c) 62-63.

<sup>157</sup> Riesbeck, Säljö & Wyndhamn (2008) 5.

<sup>158</sup> Löwing (2004) 191.

<sup>159</sup> Ibid, 246.

<sup>160</sup> Engvall (2013) 220.

<sup>161</sup> Skolverket (2011c) 9.

<sup>162</sup> Skolverket (2011b) 12,27.

<sup>163</sup> Engvall (2013) 200; Riesbeck, Säljö, Wyndhamn (2008) 23.

<sup>164</sup> Olkun & Toluk (2004) 9.

<sup>165</sup> Ibid, 2.

behöver läraranvändningen av materialen stärkas genom lämplig kompetensutveckling, det är viktigt att förstå varför det laborativa materialet hjälper vid inlärnigen i matematik.<sup>166</sup>

Matematiken är ett abstrakt ämne och flera forskare tar upp betydelsen av att ett material kan vara ett sätt att göra matematiken mer konkret för elever.<sup>167</sup> Enligt Rystedt och Trygg ska materialet som används i matematikklassrummen se lockande ut för eleven.<sup>168</sup> Rystedt och Trygg beskriver att läraren behöver hjälpa eleverna att se kopplingen mellan det konkreta och det abstrakta där syftet med konkretiseringen är att underlätta det abstrakta i matematiken.<sup>169</sup> Resultatet av denna litteraturstudie visar att kopplingen mellan det konkreta och abstrakta behöver vara tydlig för eleverna.<sup>170</sup> Enligt Engvall kan läraren starta undervisningen i det konkreta med hjälp av materialet och sedan övergå till det abstrakta, här kan läraren sedan påminna eleverna om att de kan tänka på det laborativa materialet som ett tankestöd.<sup>171</sup> Matematikundervisningens mål är att den så småningom ska leda till abstraktion.<sup>172</sup> För att detta ska ske visar resultatet av studien att läraren behöver kommunicera med eleverna med ett matematiskt språk annars blir det svårt att lyfta abstrakta begrepp.<sup>173</sup> Resultatet visar dock att det vardagliga språket inte helt kan uteslutas. Enligt Riesbeck krävs en växelverkan mellan det konkreta och abstrakta för att eleverna ska få språklig tillväxt och utveckla matematiska begrepp.<sup>174</sup> Då läraren endast använder ett vardagsspråk kommer eleverna ha svårt att lära sig de matematiska orden och begreppen. Om läraren använder enbart ett matematiskt språk kan det vara svårt för alla elever att förstå. Här kan det därför vara viktigt att läraren är lyhörd och lyssnar av eleverna för att höra om de faktiskt har förstått det som avses.

## Metoddiskussion

För att besvara denna studies frågeställning gjordes databassökningar, kvalitetsgranskningar och en dataanalys av de funna texterna. Nedan beskrivs metodologins styrkor och svagheter.

### *Sökning av litteratur*

En styrka med databassökningen är att den första sökningen gjordes i sökmotorn Summon vilket gav en helhetssyn på ämnet och en hjälp att hitta relevanta sökord. Vid databassökningen gjordes ett antal begränsningar för att kunna avgränsa problemområdet. Detta kan vara en nackdel då relevanta artiklar kan ha uteslutits. En styrka gällande databassökningen i LIBRIS är att begreppen trunkerades och sökordet matematik användes för att göra en heltäckande sökning. Detta orsakade ett omfattande och tidsödande arbete, vilket kan ses som en nackdel med tanke på den begränsade tiden. Eriksson Barajas, Forsberg och Wengström framhåller att det bästa i en litteraturstudie är att hitta och inkludera all relevant forskning, men att detta inte alltid är möjligt.<sup>175</sup> På grund av den omfattande tidsåtgången vid sökningen i LIBRIS var begränsningen i form av fulltext tvungen att göras i databasen ERIC. Likaså fanns ingen tid för en manuell sökning. Detta kan ses som en svaghet i studien då relevanta artiklar kan ha uteslutits. Mer tid hade behövts för att först kunna hitta/beställa texterna och sedan på ett rättvist sätt värdera och välja ut relevanta artiklar. Då sökorden skapades utifrån studiens syfte och frågeställning kan

---

<sup>166</sup> Swan & Marshall (2010) 17-19.

<sup>167</sup> Boggan, Harper & Whitmire (2010) 3; Löwing (2004) 190; Engvall (2013) 69-70; Riesbeck, Säljö & Wyndhamn (2008) 16.

<sup>168</sup> Engvall (2013) 70.

<sup>169</sup> Skolverket (2011b) 28.

<sup>170</sup> Löwing (2004) 244.

<sup>171</sup> Engvall (2013) 199.

<sup>172</sup> Skolverket (2011b) 28.

<sup>173</sup> Löwing (2004) 193.

<sup>174</sup> Riesbeck (2008) 49-50.

<sup>175</sup> Eriksson Barajas, Forsberg & Wengström (2013) 31.

ordet lärare/teacher ses som en självklarhet att söka på. Dock gjordes ett val i databasen LIBRIS att endast söka på begreppet matematik för att hitta allt som handlar om matematik. Eftersom inte det svenska ordet lärare användes gjordes inte någon sökning på det motsvarande engelska ordet (teacher). Detta kan ses som en svaghet för denna studie eftersom sökningar på begreppet teacher skulle kunnat ge relevanta träffar. Man behöver ha i åtanke att om det inte gjorts någon begränsning i form av fulltext, om andra sökord använts, och om en manuell sökning gjorts, hade det kunnat ge ett fylligare resultat eller till och med ett annat resultat. För fortsatta litteraturstudier kan det vara bra att prioritera sökningen före själva skrivprocessen och göra ett tydligare arbetsschema och struktur för att slippa tidsbrist i slutet av arbetet med studien.

### ***Kvalitetsgranskningen och Dataanalysen***

Beskrivningarna av de olika texterna redovisas för att tydliggöra artiklarnas och avhandlingarnas innehåll och resultat vilket gör att läsaren kan följa hela kvalitetsgranskningsprocessen. Tabell 4 (Bilaga 3) sammanfattar texterna kortfattat och visar det väsentligaste i varje text. Mallen med ja/nej-frågorna och dess bedömningsskala låg, medel, hög var ett lämpligt sätt för att bedöma kvalitén på artiklarna och avhandlingarna och visar att texterna noggrant granskats. Att ta med de texter av medel kvalitet kan ses som olämpligt, men dessa texter har noggrant övervägts och anses vara av tillräckligt god kvalitet för att kunna tas med i studien. Dataanalysmetoden för denna litteraturstudie är en styrka då den gjordes på ett tydligt, systematiskt sätt. När dataanalysen gjordes fanns en tydlig bild av hur processen skulle gå till, vilket gjorde utförandet relativt enkelt och fokus kunde ligga på själva tolkningsarbetet.

### ***Vald litteraturs relevans***

En styrka gällande urvalsmetoden för denna studie var att de texter som inte ansågs ha en tillräckligt god vetenskaplighet sällades från början bort i och med att sökningen bara skedde bland vetenskapligt granskade artiklar. Detta är dock ingen garanti på att artiklarna håller god vetenskaplighet, därför har även en kvalitetsgranskning gjorts av valda texter. Då många sökningar gjorts och artiklar bearbetats utförligt kan den genomförda litteraturstudien anses besvara studiens frågeställning. Då relevant litteratur inom området har hittats ökar validiteten.<sup>176</sup> I en avhandling finns det inte utskrivet vilka etiska ställningstaganden som gjorts vilket kan ses som en svaghet för denna litteraturstudie. Processen har tydligt beskrivits och redovisats genom hela litteraturstudien. Under studiens gång har objektivitet eftersträvat, det har inte förekommit egna åsikter, attityder eller egna erfarenheter i studien. Det gör att resultaten för denna studie är trovärdiga.

### **Slutsats**

De slutsatser som kan dras utifrån denna studies resultat är att kommunikationen och språket har stor betydelse i arbetet med laborativt material för att eleverna ska utveckla begreppsförståelsen. Läraren behöver ha en tydlig koppling mellan det konkreta och det abstrakta och ställa utmanande frågor så att elevernas uppmärksamhet riktas på väsentliga delar. Det krävs en växelverkan mellan vardagsspråket och det matematiska språket i undervisningen. Här behöver läraren och eleverna vara överens om innebörden av de olika matematiska termer och begrepp som används för att missförstånd inte ska uppstå. Likaså behöver läraren planera lektionen så att målet med aktiviteten blir tydligt för både läraren själv och för eleverna. Utifrån resultatet av denna litteraturstudie framgår att det behövs mer svensk forskning kring laborativ matematikundervisning (se Tabell 1). Enligt Eriksson Barajas, Forsberg och Wengström ökar forskning inom utbildningsvetenskap allt mer vilket gör det viktigt för lärare att systematiskt kunna värdera, kritiskt granska, analysera och sammanställa resultat från olika studier.<sup>177</sup>

---

<sup>176</sup> Eriksson Barajas, Forsberg & Wengström (2013) 105.

<sup>177</sup> Ibid, 15.

Resultaten från olika systematiska litteraturstudier kan sedan användas av lärare för att utveckla undervisningsmetoder i skolan.<sup>178</sup>

### **Förslag till vidare forskning**

Eftersom fokus i detta arbete varit att få kunskap om hur lärare kan använda konkreta material i matematikundervisningen skulle det vara intressant om fortsatt forskning inom ämnet laborativt material även riktade in sig på digitala hjälpmedel. Detta för att få ett bredare perspektiv på ämnet. Det skulle även vara intressant att undersöka lärares och elevers synpunkter om laborativt material i matematikundervisningen. Slutligen vore det intressant att observera eller själv genomföra laborativa uppgifter tillsammans med elever för vidare analys.

Resultatet av denna studie visar tydligt att läraren har en avgörande roll i arbetet med det laborativa materialet i matematikundervisningen och att läraren behöver vara medveten om detta. Utifrån denna studie väcks funderingar kring lärares kompetens. Har lärare den kompetens som behövs? Om inte, hur ska de få den kunskap och kompetens som krävs för att materialet ska ge det resultat man vill nå?

---

<sup>178</sup> Ibid, 19,41.



## Referenser

- Boggan, Matthew, Harper Sallie, & Whitmire, Anna (2010). Using manipulatives to teach elementary mathematics. *Journal of Instructional Pedagogies* 3: 1-6.
- Engvall, Margareta (2013). *Handlingar i matematikklassrummet: en studie av undervisningsverksambeter på lågstadiet då räknemetoder för addition och subtraktion är i fokus*, Linköpings universitet, Institutionen för beteendevetenskap och lärande, Diss. Linköping: Linköpings universitet.  
<http://www.diva-portal.org/smash/get/diva2:660675/FULLTEXT01.pdf>
- Eriksson Barajas, Katarina, Forsberg, Christina & Wengström, Yvonne (2013). *Systematiska litteraturstudier i utbildningsvetenskap: vägledning vid examensarbeten och vetenskapliga artiklar*, 1. utg., Natur & Kultur, Stockholm.
- Kling Sackerud, Lili-Ann (2009). *Elevers möjligheter att ta ansvar för sitt lärande i matematik: en skolstudie i postmodern tid*, Institutionen för matematik, teknik och naturvetenskap, Umeå universitet, Diss. Umeå: Umeå universitet.
- Laborativ undervisning (2014) *Nationalencyklopedin*. <http://www.ne.se/laborativ-undervisning> (Hämtad 2014-04-28)
- Löwing, Madeleine (2004). *Matematikundervisningens konkreta gestaltning: en studie av kommunikationen lärare - elev och matematiklektionens didaktiska ramar*, Acta Universitatis Gothoburgensis, Diss. Göteborg: Göteborgs universitet.  
[https://gupea.ub.gu.se/bitstream/2077/16143/3/gupea\\_2077\\_16143\\_3.pdf](https://gupea.ub.gu.se/bitstream/2077/16143/3/gupea_2077_16143_3.pdf)
- Matematik (2014) *Nationalencyklopedin*. <http://www.ne.se/lang/matematik> (Hämtad 2014-05-06)
- Moyer, Patricia. S. (2001) Are we having fun yet? How teachers use manipulatives to teach Mathematics. *Educational Studies of Mathematics* 47: 175-197.
- Olkun, Sinan, Toluk, Zulbiye (2004) Teacher Questioning with an Appropriate Manipulative May Make a Big Difference. *Issues in the Undergraduate Mathematics Preparation of School Teachers (IUMPST): The Journal, Vol 2*: 1-11. <http://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ835503.pdf>
- Riesbeck, Eva (2008) *På tal om matematik: matematiken, vardagen och den matematikdidaktiska diskursen*. Diss. (sammanfattning) Linköping: Linköpings universitet.
- Riesbeck, Eva, Säljö, Roger, Wyndhamn, Jan (2008). Matematiska samtal i klassrummet. Introduktion av triangelns area i ett komparativt perspektiv. I: Riesbeck, Eva (red.), *På tal om matematik Matematiken, vardagen och den matematikdidaktiska diskursen*, 1-26. Linköping: Linköpings universitet. <http://www.diva-portal.org/smash/get/diva2:17750/FULLTEXT01.pdf>
- Rystedt, Elisabeth & Trygg, Lena (2010). *Laborativ matematikundervisning: vad vet vi?*, 1. uppl., Nationellt centrum för matematikutbildning, Göteborgs universitet.
- Rystedt, Elisabeth & Trygg, Lena (2013). *Matematikverkstad: en handledning för laborativ matematikundervisning*, 2. rev. uppl., Nationellt centrum för matematikutbildning (NCM), Göteborgs universitet.

Skolinspektionen (2009). *Undervisningen i matematik undervisningens innehåll och ändamålsenlighet*, Skolinspektionen, Stockholm.

Skolverket (2003). *Lusten att lära: med fokus på matematik: nationella kvalitetsgranskningar 2001-2002*, Skolverket, Stockholm.

Skolverket (2008). *TIMSS 2007: svenska grundskoleelevers kunskaper i matematik och naturvetenskap i ett internationellt perspektiv*, Skolverket, Stockholm.

Skolverket (2011a). *Kommentarmaterial till kursplanen i matematik*, Skolverket, Stockholm.

Skolverket (2011b). *Laborativ matematik, konkretiserande undervisning och matematikverkstäder: en utvärdering av matematiksatsningen*, Skolverket, Stockholm.

Skolverket (2011c). *Läroplan för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet 2011*, Skolverket, Stockholm.

Skolverket (2012). *TIMSS 2011: svenska grundskoleelevers kunskaper i matematik och naturvetenskap i ett internationellt perspektiv*, Skolverket, Stockholm.

Swan, Paul, Marshall, Linda (2010). Revisiting Mathematics manipulative materials. *Australian Primary Mathematics Classroom (APMC)* 15 no.2: 13-19.  
<http://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ891801.pdf>

Szendrei, Julianna (1996). Concrete Materials in the classroom. I: Bishop, A., Clements, K., Keitel, C., Kilpatrick, J. & Laborde, C. (red). *International Handbook of Mathematics Education*. London, Kluwer Academic Publishers.

Taflin, Eva (2007). *Matematikproblem i skolan: för att skapa tillfällen till lärande*, Department of Mathematics and Mathematical Statistics, Umeå University, Diss. Umeå: Umeå universitet.

## Bilaga 1. Kvalitetgranskningsfrågor

- Stämmer studiens syfte överens med resultatet?
- Förklaras vilka urval och datainsamlingsmetoder som gjorts?
- Är urvalet och datainsamlingsmetoderna relevanta för studiens resultat och slutsats?
- Är etiska aspekter tydligt förklarade?
- Har studien god relevans/pålitlighet?

## Bilaga 2. Checklista för kvalitativa artiklar

Checklista för kvalitativa artiklar\*

A. Syftet med studien?

.....

Vilken kvalitativ metod har använts?

.....

Är designen av studien relevant för att besvara frågeställningen?

Ja · Nej ·

B. Undersökningsgrupp

Är urvalskriterier för undersökningsgruppen tydligt beskrivna?  
(Inklusions- och exklusionskriterier ska vara beskrivna.)

Ja · Nej ·

Var genomfördes undersökningen?

.....

Urval – finns det beskrivet var, när och hur undersökningsgruppen kontaktades?

.....

Vilken urvalsmetod användes?

·Strategiskt urval

·Snöbollsurval

·Teoretiskt urval

·Ej angivet

Beskriv undersökningsgruppen (ålder, kön, social status samt annan relevant demografisk bakgrund).

.....

Är undersökningsgruppen lämplig?

Ja · Nej ·

C. Metod för datainsamling

Är fältarbetet tydligt beskrivet (var, av vem och i vilket sammanhang skedde datainsamling)?

Ja · Nej ·

Beskriv:

.....

Beskrivs metoderna för datainsamling tydligt (vilken typ av frågor användes etc.)?

Beskriv:

.....

Ange datainsamlingsmetod:

·ostrukturerade intervjuer

·halvstrukturerade intervjuer

·fokusgrupper

·observationer

·video-/bandinspelning

·skrivna texter eller teckningar

Är data systematiskt samlade (finns intervjuguide/studieprotokoll)?

Ja · Nej ·

D. Dataanalys

Hur är begrepp, teman och kategorier utvecklade och tolkade?

.....

Ange om:

·teman är utvecklade som begrepp

·det finns episodiskt presenterade citat  
·de individuella svaren är kategoriserade och bredden  
på kategorierna är beskrivna  
·svaren är kodade

Resultatbeskrivning:

.....  
.....

Är analys och tolkning av resultat diskuterade?

Ja ·Nej ·

Är resultaten trovärdiga (källor bör anges)?

Ja ·Nej ·

Är resultaten pålitliga (undersökningens och forskarens trovärdighet)?

Ja ·Nej ·

Finns stabilitet och överensstämmelse (är fenomenet konsekvent beskrivet)?

Ja ·Nej ·

Är resultaten återförda och diskuterade med undersökningsgruppen?

Ja ·Nej ·

Är de teorier och tolkningar som presenteras baserade på insamlade data (finns citat av originaldata, summering av data medtagna som bevis för gjorda tolkningar)?

Ja ·Nej ·

E. Utvärdering

Kan resultaten återkopplas till den ursprungliga forskningsfrågan?

Ja ·Nej ·

Stöder insamlade data forskarens resultat?

Ja ·Nej ·

Har resultaten klinisk relevans?

Ja ·Nej ·

Diskuteras metodologiska brister och risk för bias?

Ja ·Nej ·

Finns risk för bias?

Ja ·Nej ·

Vilken slutsats drar författaren?

.....  
.....

Håller du med om slutsatserna?

Ja ·Nej ·

Om nej, varför inte?

.....  
.....

Ska artikeln inkluderas?

Ja ·Nej ·

## Bilaga 3. Artikelbeskrivning

Tabell 4. Kortfattad beskrivning av valda texter

Författare, Titel, År	Syfte, frågeställning	Studie, urval, bortfall, metod	Etiska aspekter	Resultat	Slutsats
Engvall, Margareta <i>Handlingar i matematikklassrummet: En studie av undervisningsverksamheter på lågstadiet då räknemetoder för addition och subtraktion är i fokus.</i> 2013	Vad matematikundervisningen ger elever i lågstadiet möjlighet att lära med fokus på lärare och elevers handlingar?	Kvalitativ studie, fem (av sex tänkta) klasser (24 eller 25 elever i varje klass) Videofilmning, bandspelare, observation och samtal	Individ-skydds krav, informations krav, samtyckeskravet, kravet på konfi-dentialitet.	Handlingarna i klassrummen riktar uppmärksamheten på olika kunskaps-aspekter och förmågor Lärare initiativ-tagare, elevers handlingar sker till följd av något som läraren gjort.	Beroende på klassrum skapas olika förutsättningar för att lära matematik.
Löwing, Madeleine <i>Matematikundervisningens konkreta gestaltning. En studie av kommunikationen lärare - elev och matematik- lektionens didaktiska ramar</i> 2004	Hur lärare kommunicerar med sina elever för att hjälpa dem att förstå matematik, vilka villkor lärandemiljön sätter för denna kommunikation.	Kvalitativ studie, sju (av egentliga nio) grundskolelärare klass: 4,6,7,8,9 Bandspelare, observation, intervju	Individskydd skravet, kravet på konfi-dentitet.	Lärare synliggör inte matematikens begrepp och sammanhang. Lärare och elever talar förbi varandra. Lärare använder oklar terminologi, saknar språk för att knyta ihop det konkreta och abstrakta.	Läraren måste ha tydliga mål och kunskaper i matematikdidaktisk teori.  Lärare måste ta ett större ansvar för elevers språkutveckling.
Riesbeck, Eva, Säljö, Roger, Wyndhamn, Jan <i>Matematiska samtal i klassrummet. Introduktion av triangelns area i ett komparativt perspektiv.</i> 2008	Se hur lärare och elever kommunicerar i matematikundervisningen.	Kvalitativ studie Sju (av från början åtta) olika mellan-stadieklasser, årskurs 5 Video-inspelning och bandspelare		Argumenterande och förklarande samtal, syftet med samtalen är inte tydliga, eleverna har inte de ord och begrepp som behövs och läraren ställer för lite utmanade frågor.	Måste skapas en gemensam diskurs där både elever och lärare använder det vardagliga och det matematiska språket
Swan, Paul och Marshall, Linda <i>Revisiting Mathematics manipulative materials</i> 2010	Undersöka användandet av olika material i matematik-klassrum.	Kvalitativ och kvantitativ studie Swan och Marshall 820 grundskole- och högstadie-lärare, västra Australien.	Frivilligt att svara på de utskickade enkäterna och vara med på intervju.	Användandet av olika material gynnar barns matematik-lärande	Lärarnas användande av materialen behöver stärkas annars kan materialet istället leda till missuppfattning.

<p>Sinan, Olkun och Zylbiye Toluk 2004 <i>Teacher Questioning with an Appropriate Manipulative May Make a Big Difference</i></p>	<p>Visa hur man som lärare kan ifrågasätta och argumentera i samband med användning av material för att stimulera elevernas matematiska tänkande.</p>	<p>Kvalitativ studie En kurs för blivande lärare som kommer undervisa i årskurs 1-5.</p>	<p>Frivillig kurs.</p>	<p>Det skedde förändringar i de blivande lärarnas tanke sätt om geometriska figurer.</p>	<p>Om undervisningen stöds med material tillsammans med lämplig lärare, är det lättare för studenter att skapa stadiga föreställningar om geometriska begrepp och relationer emellan.</p>
--	---	--	------------------------	--	---