HÖGSKOLAN
DALARNA

Examensarbete
för grundlärarexamen inriktning F–3

Avancerad nivå

Matematisk resonemangsförmåga hos elever i årskurs 3

En studie om hur elever beskriver och värderar sitt arbete med problemlösning i matematik.

Mathematical reasoning ability among pupils in year 3 studying young learners' problem-solving skills

Författare: Stina Selander
Handledare: Kristofer Sidenvall
Examinator: Mari Paloniemi Lindström
Ämne: Pedagogiskt arbete, inriktning matematik
Kurskod: APG246
Poäng: 15 hp
Examinationsdatum: 2025.11.28

Vid Högskolan Dalarna finns möjlighet att publicera examensarbetet i fulltext i DiVA. Publiceringen sker open access, vilket innebär att arbetet blir fritt tillgängligt att läsa och ladda ned på nätet. Därmed ökar spridningen och synligheten av examensarbetet. Open access är på väg att bli norm för att sprida vetenskaplig information på nätet. Högskolan Dalarna rekommenderar såväl forskare som studenter att publicera sina arbeten open access.
Jag medger publicering i fulltext (fritt tillgänglig på nätet, open access):
Ja X Nej ☐

Sammanfattning

Denna studie syftar till att undersöka vilka matematiska resonemang som framträder när elever i årskurs 3 arbetar med problemlösning, samt hur de beskriver och värderar sitt arbete med problemlösning inom matematikundervisningen. Genom att möjliggöra för eleverna att aktivt delta och verbalisera sina strategier, erfarenheter och reflektioner i relation till problemlösningsuppgifter, syftar studien till att synliggöra deras delaktighet i undervisningen. Vidare avser studien att belysa elevers inställning till problemlösning samt hur denna aspekt av matematikundervisningen värderas ur ett elevperspektiv. Resultaten indikerar att elevernas resonemang varierar och utvecklas över tid, samt att deras språkbruk och självpositionering påverkar deras engagemang i ämnet. Studien betonar därmed vikten av en undervisning som integrerar både kognitiv utveckling och diskursiv delaktighet, det vill säga att eleverna ges möjlighet att aktivt delta i gemensamma samtal, dela sina tankar, lyssna på andras perspektiv och tillsammans resonera kring olika idéer.

Nyckelord

Matematiskt resonemang, elevdelaktighet och problemlösning

Abstract

The aim of this study is to investigate the types of mathematical reasoning that emerge when third-grade students engage in problem-solving, as well as how they describe and evaluate their work with problem-solving in mathematics education. By enabling students to actively participate and verbalize their strategies, experiences, and reflections related to problem-solving tasks, the study seeks to illuminate their involvement in the teaching process. Furthermore, the study aims to highlight students' attitudes toward problem-solving and how this aspect of mathematics education is valued from the students' perspective. The findings indicate that students' reasoning varies and develops over time, and that their language use and self-positioning influence their engagement with the subject. Consequently, the study underscores the importance of instruction that integrates both cognitive development and discursive participation to promote students' growth as active and reflective problem solvers.

Keywords

Mathematical reasoning, pupils participation and problem solving

Innehållsförteckning

Inledning ... 1
Syfte och frågeställningar ... 2
Bakgrund ... 3
Skolans matematikundervisning ... 3
Koppling till skolans styrdokument ... 3
Centrala begrepp ... 5
Problemlösning ... 5
Matematiska resonemang ... 6
Litteratursökning ... 8
Forskningsbakgrund ... 8
Problemlösningsorienterad matematikundervisning ... 9
Problemlösningsmodell ... 10
Problemlösningsförmåga ... 10
Problemlösning som grund för matematiskt lärande ... 11
Problemlösningen som matematikens kärna ... 12
Teoretiska perspektiv ... 13
Lithners ramverk för matematiskt resonemang ... 13
Sfards perspektiv på matematiskt lärande ... 13
Ramverkens kompletterande funktion ... 14
Metodologi ... 15
Urval och deltagare ... 15
Val av problemlösningsuppgifter och reflektionsuppgift ... 16
Utformning av intervjuguide ... 16
Datagenerering ... 17
Forskningsetiska och kvalitativa överväganden ... 19
Reliabilitet och validitet i metodvalen ... 19
Analysmetod ... 20
Resultat ... 23
Analysresultat ... 28
Vilka typer av matematiska resonemang framträder vid problemlösning? ... 28
Hur beskriver och värderar eleverna sitt arbete med problemlösning? ... 29
Diskussion ... 30

Metoddiskussion 30
Resultatdiskussion 31
Slutsats 33
Framtida forskning 33
Referenslista 35
Bilaga A 38
Bilaga B 40
Bilaga C 41
Bilaga D1 42
Bilaga D2 43
Bilaga D3 44
Bilaga E 45
Bilaga F 46
Bilaga F 47
Bilaga G 48
Bilaga H 49

Inledning

Sedan min verksamhetsförlagda utbildning har jag utvecklat ett särskilt intresse för det komplexa och svårfångade sambandet mellan matematikundervisning och lärande. Under en matematiklektion uppmärksammade jag hur elever uttryckte frustration över att de inte hade "räknat" matematik. De var ovana vid att arbeta med öppna problemställningar utan givna lösningar, där de själva behövde formulera problem och utveckla strategier för att lösa dem. Dessa elever var vana vid en traditionell undervisningsform där läraren dominerade samtalet och elevernas delaktighet i samtalen var begränsad. Detta väckte min nyfikenhet kring hur man kan öka elevernas delaktighet inom skolväsendet. Delaktighet och elevperspektiv utgör centrala principer i den svenska skolans styrdokument. I Skollagen (Svensk författningssamling, SFS, 2010:800, s. kap 4, 9§) fastslås att barn och elever ska ges inflytande över utbildningen, och att barnets bästa alltid ska vara en utgångspunkt i all utbildningsverksamhet. Vidare ska elever ges möjlighet att uttrycka sina åsikter i frågor som rör dem, och dessa åsikter ska tillmätas betydelse i förhållande till barnets ålder och mognad (SFS 2010:800, kap. 1 §10).

Matematikkunskaper är nödvändiga för individens självständighet och delaktighet i samhället (Skolverket, 2024). Trots att vissa elever upplever matematikens logiska struktur och tydlighet som tilltalande, beskriver Specialpedagogiska skolmyndigheten (2023) hur många elever känner osäkerhet och stress inför ämnet, särskilt när de inte får tillräckligt stöd för att hantera de krav som matematikämnet ställer. Denna osäkerhet kan leda till negativa värderingar och skapa hinder för fortsatt lärande, vilket betonar vikten av att erbjuda elever adekvat stöd och anpassningar för att främja deras aktiva deltagande och matematiska utveckling. Forskning har under lång tid behandlat hur lärare kan utforma undervisning som stödjer elevers utveckling inom ämnet, däribland undervisning som utvecklar elevers problemlösningsförmåga (Stein, et al. 2008; Nieuwoudt, 2015). Den här studien tar ett elevperspektiv, när fokus sätts på att undersöka hur elever i årskurs 3 resonerar när de formulerar och löser matematiska problem. Enligt Skolverket (2022) innebär problemlösning att använda strategier som att gissa, kontrollera, eller bryta ned problemet i mindre delar. För att lyckas med detta behöver elever successivt utveckla sin förmåga att använda olika strategier samt kunna reflektera över sina lösningar.

Forskning betonar vikten av kreativ matematikundervisning för att stimulera elevers tänkande (Nieuwoudt, 2015). En sådan undervisning främjar elevers förståelse och engagemang genom att ge dem utrymme att pröva idéer, resonera och reflektera kring sina strategier. På liknande sätt visar D'Arcy och Olsson (2021) att traditionell matematikundervisning, där läraren följer läroboken och eleven främst arbetar med rutinuppgifter, i mindre grad gynnar långsiktig begreppslig förståelse och matematiskt resonemang hos eleven. I ett samhälle där arbetsmarknaden ställer allt högre krav på kreativitet och problemlösningsförmåga är det avgörande att elever får möjlighet att utveckla dessa förmågor redan i grundskolan (Skolverket, 2012). En rapport av Programme for International Student for Assessment 2012 (PISA) har visat att svenska elever behöver utveckla förmågan att hantera okända situationer samt att träna på att tänka kritiskt och kreativt för att kunna tillämpa sina kunskaper i nya och

komplexa sammanhang (Skolverket, 2012). Det är lärarens ansvar att välja uppgifter som är tillräckligt kognitivt utmanande utan att överstyra elevens process (Smith & Stein, 2014; Palmer & van Bommel, 2019). Lärare behöver också bygga vidare på elevernas förkunskaper och skapa en klassrumsmiljö som uppmuntrar elevaktivitet och reflektion (Smith & Stein, 2014; Larsson & Ryve, 2018).

Mot bakgrund av tidigare forskning (Skolinspektionen, 2009; Boesen et al., 2014), som belyser brister i den svenska matematikundervisningens förmåga att utveckla elevers resonemang och problemlösningsförmåga, samt av PISA-resultat (Skolverket, 2012) som indikerar ett behov av att stärka elevers kreativa tänkande i problemlösningssammanhang, framstår det som särskilt relevant att granska undervisningens innehåll i relation till styrdokumentens intentioner. Enligt Skolverket (2024) bör undervisningen i matematik bidra till att elever utvecklar förmågan att formulera, analysera och lösa problem samt att reflektera över och värdera valda strategier och metoder. Klassrumsobservationer visar dock att undervisningen ofta präglas av ensidighet och i begränsad utsträckning stödjer utvecklingen av dessa förmågor (Skolinspektionen, 2009). Detta understryker vikten av att studera elevers konkreta erfarenheter av matematikundervisningen, då deras perspektiv kan bidra med insikter om hur undervisningen faktiskt genomförs och hur den påverkar lärandet.

Syfte och frågeställningar

Syftet med denna studie är att undersöka vilka matematiska resonemang som framträder när elever i årskurs 3 arbetar med problemlösning samt hur de beskriver och värderar sitt arbete med problemlösning i matematikundervisningen. Genom att ge elever i årskurs 3 utrymme att delta aktivt och verbalisera sina strategier, erfarenheter och reflektioner kring problemlösningsuppgifter, avser studien att synliggöra deras delaktighet i undervisningen. Studien syftar vidare till att belysa elevers inställning till problemlösning samt hur de värderar denna del av matematikundervisningen, vilket kan bidra till en fördjupad förståelse för hur undervisningen upplevs ur elevernas perspektiv.

För att uppnå syftet besvaras följande forskningsfrågor:

- Vilka matematiska resonemang kan identifieras när elever i årskurs 3 arbetar med problemlösning?
- Hur beskriver och värderar elever i årskurs 3 arbetet med problemlösningsaktiviteter på matematiklektionerna?

Bakgrund

Forskningsbakgrunden syftar till att ge en översikt över tidigare forskning som belyser hur problemlösning kan förstås och tillämpas inom matematikundervisningen. Avsnittet inleds med en redogörelse för forskning som behandlar undervisningens utformning och lärarens betydelse för elevers möjligheter att utveckla ett undersökande och reflekterande arbetssätt. Därefter presenteras studier som fokuserar på modeller och didaktiska verktyg, det vill säga olika metoder, strategier och material som lärare använder för att stödja elevers lärande i problemlösning, följt av forskning som behandlar språkliga och kognitiva aspekter av elevers problemlösningsförmåga. Avsnittet avslutas med forskning som framhåller problemlösning som en central och meningsskapande del av matematikämnet. Tillsammans utgör dessa studier en teoretisk och empirisk grund för att förstå den aktuella studiens fokus på elevers matematiska resonemang och upplevelser av problemlösning i undervisningen.

Skolans matematikundervisning

Matematikundervisningen i Sverige har länge präglats av en traditionell modell, där läromedlet spelar en central roll och undervisningen huvudsakligen följer dess struktur. I denna modell leder läraren ofta en gemensam genomgång där några exempel presenteras, varefter eleverna arbetar individuellt i boken (D'Arcy & Olsson, 2021). Förväntningen är att eleverna ska tillägna sig nya kunskaper genom detta arbete, vidare skriver D'Arcy och Olsson (2021) att denna undervisningsform ofta leder till ett fokus på procedurer snarare än förståelse. Lärarens uppgift blir att säkerställa att eleverna löser uppgifterna korrekt snarare än att lyssna till hur eleverna resonerar eller vilka strategier de använder (D'Arcy & Olsson, 2021). Författarna menar att detta begränsar möjligheten till djupare matematiska samtal mellan elever, eller mellan lärare och elev.

Skolinspektionen (2009) bekräftar denna bild med sin kvalitetsgranskning, där man konstaterar att elever i allmänhet får för lite tid till att träna problemlösning och föra resonemang kring matematiska problem. Även tidigare studier visar att det är lärarens aktiva interaktion med eleverna, snarare än traditionell undervisning, som är avgörande för elevernas resultat (D'Arcy & Olsson, 2021). Trots denna kunskap fortsätter många lärare att undervisa enligt traditionella metoder, ofta på grund av upplevelsen att det saknas tillförlitliga alternativ (D'Arcy & Olsson, 2021). I den svenska läroplan för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet (Skolverket, 2024) lyfts det fram att elever i årskurs 3 ska kunna lösa enklare problem genom att välja lämpliga strategier, beskriva hur de har gått tillväga samt göra enkla bedömningar av rimligheten i sina resultat. Detta ställer krav på undervisning som möjliggör träning i såväl problemlösning som resonemang.

Koppling till skolans styrdokument

Matematikundervisningen i den svenska grundskolan vilar på en kombination av ämnesdidaktiska mål och värdegrundsrelaterade principer, vilket framgår i Läroplan för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet (Skolverket, 2024) och dess kursplan för

ämnet matematik. Enligt kursplanen ska undervisningen bidra till att eleverna utvecklar förmågan att formulera och lösa problem, reflektera över sina strategier, tillämpa olika metoder och bedöma rimligheten i sina resultat (Skolverket, 2024). Vidare ska undervisningen främja insikt om matematikens användbarhet i vardagslivet och ge eleverna möjlighet att erfara ämnet som meningsfullt, kreativt och undersökande (Skolverket, 2022). Matematikämnets syfte är inte enbart att överföra faktakunskaper, utan också att stödja elevernas tilltro till sin egen förmåga att använda matematik i olika situationer (Skolverket, 2022). Detta innebär att undervisningen ska utformas så att elever får möjlighet att utveckla sina resonemangs- och problemlösningsförmågor i autentiska sammanhang. Eleverna ska kunna formulera och lösa vardagsnära problem, kommunicera matematiskt, samt bedöma om deras resultat är rimliga (Skolverket, 2022). Kursplanen lyfter även vikten av att undervisningen innehåller uppgifter som stimulerar elever att formulera egna problem, föra resonemang och diskutera alternativa lösningar. Matematik ska därmed förstås som ett kreativt och reflekterande ämne, inte endast som en uppsättning algoritmiska färdigheter (Skolverket, 2024).

Delaktighet och elevperspektiv

Elevinflytande och delaktighet är grundläggande värden i den svenska skolan och är fast förankrade i de nationella styrdokumenten. Enligt Skollagen (2010:800, kap. 4, § 9) ska elever ges inflytande över utbildningen. Denna princip innebär inte enbart att eleverna ska få uttrycka sina åsikter, utan även att deras perspektiv ska påverka undervisningens utformning. Utbildningen ska därutöver bidra till att eleverna utvecklar en förmåga att ta ansvar för sitt eget lärande. Läroplanen (Skolverket, 2022) preciserar att undervisningen ska främja elevernas självständighet, ansvarstagande och delaktighet. Eleverna ska involveras i planering, genomförande och utvärdering av undervisningen. Denna syn på elever som aktiva medskapare av sin utbildning har också sin grund i Förenta nationernas konvention om barnets rättigheter**,** vilken sedan 2020 ingår i svensk lagstiftning. Artikel 12 i konventionen (UNICEF Sverige, 2020) slår fast att varje barn har rätt att uttrycka sina åsikter i alla frågor som rör barnet, och att dessa åsikter ska tillmätas betydelse utifrån barnets ålder och mognad.

Tillsammans utgör skollagen, läroplanen och barnkonventionen ett normativt ramverk som förpliktigar skolan att säkerställa barns och elevers verkliga delaktighet i utbildningens innehåll och form. Detta inkluderar även matematikundervisningen, där elevernas röster och idéer bör uppmärksammas och tas tillvara för att skapa meningsfulla lärsituationer. Ett sådant elevcentrerat förhållningssätt kan även stärka elevernas motivation, självförtroende och aktiva engagemang i lärandet.

Problemlösningens didaktiska roll i läroplanshistorisk kontext

Palmér och van Bommel (2019) beskriver hur synen på problemlösning i matematikundervisningen har förändrats över tid i takt med revideringar av läroplanerna. I Lgr69 betonades undervisning *för* problemlösning, där problemlösning betraktades som ett mål i sig. Fokus låg på att utveckla elevernas allmänna problemlösningsförmåga. I Lgr80

skedde ett skifte till undervisning *om* problemlösning, vilket innebar att specifika strategier skulle läras in som avgränsade moment.

I de efterföljande reformerna, Lpo94 och Lgr11 flyttades fokus ytterligare och undervisning skulle nu ske *genom* problemlösning. Det vill säga, problemlösning blev ett verktyg för lärande snarare än ett separat innehåll. Detta synsätt har ytterligare förstärkts i Lgr22, där kursplanen tydligt anger vad elever i till exempel årskurs 3 förväntas kunna i relation till problemlösning: att lösa enklare problem genom att välja strategier anpassade till uppgiftens karaktär, beskriva tillvägagångssättet, bedöma rimlighet samt samtala om sina lösningar (Skolverket, 2024).

För att utveckla dessa förmågor ska eleverna uppmuntras att använda olika matematiska representationsformer såsom bilder, konkreta material, symboler och språk. Detta innebär att problemlösning integreras i undervisningen som både metod och mål. Samtidigt poängteras lärarens ansvar att skapa en undervisningsmiljö som stimulerar elevernas kreativitet, nyfikenhet och självförtroende (Skolverket, 2024). Detta inkluderar att erbjuda uppgifter där elever får pröva och utveckla egna idéer samt reflektera kring olika tillvägagångssätt, moment som är centrala för såväl resonemangsutveckling som för aktivt deltagande i lärandeprocessen (Skolverket, 2021). Det handlar om att använda matematiska kunskaper för att tolka, formulera och lösa problem, ofta i situationer där lösningsmetoden inte är omedelbart uppenbar (Skolverket, 2024).

Centrala begrepp

Detta avsnitt syftar till att definiera och klargöra de centrala begrepp som ligger till grund för studien: problemlösning och matematiskt resonemang. Genom att förankra begreppen i relevant forskning och teoribildning skapas en begreppslig ram som möjliggör en djupare förståelse av det empiriska materialet.

Problemlösning

Problemlösning utgör en grundläggande del av matematikämnet och innebär att elever använder sina matematiska kunskaper för att tolka, formulera och lösa problem, särskilt i situationer där lösningsmetoden inte är direkt uppenbar (Skolverket, 2021). de Ron (2023) beskriver problemlösning som matematikens hjärta och menar att det är denna problemlösande praktik som utgör kärnan i ämnet. Följaktligen bör problemlösning inte betraktas som ett isolerat moment, utan snarare som ett didaktiskt förhållningssätt som genomsyrar hela matematikundervisningen. Ett matematiskt problem kännetecknas av att lösningen inte är omedelbart tillgänglig, till skillnad från rutinuppgifter där både problemstruktur och metod ofta är välbekanta för eleverna (Skolverket, 2021; Palmér & van Bommel, 2019). Att arbeta med denna typ av uppgifter kräver ett undersökande och reflekterande angreppssätt. Elever uppmuntras att pröva olika strategier, diskutera sina metoder och omvärdera sina lösningar under processens gång (Skolverket, 2024). I denna studie förstås problemlösning som en undervisningsform där elever ges utrymme att utforska

alternativa lösningsvägar, motivera sina val och resonera kring rimligheten i sina resultat. Tyngdpunkten ligger inte på att snabbt nå rätt svar, utan på att synliggöra och bearbeta de tankegångar som uppstår under problemlösningsprocessen.

För att kunna identifiera och hantera matematiska problem behöver elever utveckla förmågan att känna igen avvikelser från invanda mönster. Denna förmåga grundas i såväl tidigare erfarenheter som i en begreppslig förståelse för hur matematiska uttryck och symboler kan tolkas i varierade kontexter (Skolverket, 2021). Elever bör därför tidigt få tillgång till ett brett register av problemlösningsstrategier, såsom att rita bilder, arbeta baklänges, göra listor eller använda formler. I de tidigare skolåren kan detta konkret innebära att elever skapar en räknehändelse utifrån en redan genomförd beräkning, vilket syftar till att stärka förståelsen för sambandet mellan konkreta situationer och deras matematiska representationer (Skolverket, 2021).

D'Arcy och Olsson (2021) betonar att alla elever, även de med svagare förkunskaper, gynnas av problemlösning som bygger på kreativa resonemang. De ifrågasätter uppfattningen att elever först måste behärska grundläggande färdigheter innan de kan arbeta med mer komplexa uppgifter, och framhåller istället att meningsfull och lustfylld undervisning, med uppgifter anpassade efter elevens nivå, kan vara avgörande för lärande. När elever får förklara och motivera sina lösningar stärks både deras självförtroende och matematiska förståelse, samtidigt som kunskaper befästs i ett relevant och meningsfullt sammanhang.

I denna studie tolkas begreppet problemlösning inte som en enskild aktivitet med fokus på att finna ett korrekt svar, utan som en didaktisk process där elever genom utforskande och reflektion ges möjlighet att utveckla sin matematiska förståelse. Centralt för denna tolkning är att problemlösning ses som ett redskap för lärande snarare än enbart en metod för att bedöma färdigheter. I linje med Skolverkets (2021, 2024) beskrivningar, samt med stöd i de Ron (2023) och Palmér och van Bommel (2019), förstås problemlösning här som en undervisningsform som integrerar flera matematiska kompetenser, däribland begreppsförståelse, strategiskt tänkande och kommunikation. Tyngdpunkten ligger på de tankegångar, resonemang och val som elever gör under problemlösningsprocessen. Det är dessa aspekter, snarare än lösningens korrekthet, som är i fokus för analysen. Problemlösning betraktas därmed som en formativ och meningsskapande aktivitet, där elevernas egna idéer, strategier och resonemang ges ett centralt utrymme.

Matematiska resonemang

Resonemang i matematik innebär att elever utvecklar och kommunicerar matematiska idéer genom olika representationsformer såsom talat och skrivet språk, bilder, symboler och konkreta material (Taflin, 2007). Syftet med att integrera flera uttrycksformer i undervisningen är att stödja elevernas förmåga att dra logiska slutsatser samt att identifiera och formulera generaliseringar. Taflin (2007) visar i sin studie att elever som får utrymme till att beskriva sina lösningar i samtal med andra utvecklar en djupare förståelse för matematiska

samband och begrepp. Läraren har därmed en nyckelroll i att skapa undervisningsmiljöer där elevernas egna idéer tas till vara, oavsett hur välformulerade de är från början.

För att synliggöra elevers resonemang behöver undervisningen planeras med ett rikt urval av aktiviteter som främjar diskussion, reflektion och begreppslig förståelse. Skott et al. (2010) menar att elever bör uppmuntras att motivera sina lösningar, använda ett precist matematiskt språk samt kritiskt värdera rimligheten i sina resultat. Ett sådant undervisningsklimat, präglat av problemlösningsuppgifter bidrar till att utveckla elevernas resonemangsförmåga.

D'Arcy och Olsson (2021) understryker att varje matematisk uppgift väcker någon form av tänkande, vilket gör att matematiskt resonemang är ständigt närvarande i undervisningen. Det blir därför centralt att identifiera och stödja de resonemangsformer som främjar fördjupad förståelse. I detta avseende är Lithners (2008) särskiljande mellan imitativa och kreativa resonemang särskilt relevant. Imitativa resonemang kännetecknas av att eleven återskapar en känd procedur utan djupare reflektion, vilket riskerar att leda till ett ytligt lärande. Kreativa resonemang innebär däremot att eleven formulerar lösningar baserade på förståelse för matematiska samband och motiverar sina val med logiska argument. Lithner (2008) menar att denna typ av resonemang är mer gynnsam för kunskapsutveckling, då den bygger på aktiv konstruktion snarare än passiv reproduktion. Detta stöds även av D'Arcy och Olsson (2021), som betonar att kreativa resonemang främjar djupare förståelse.

I denna studie förstås matematiskt resonemang som en process där elever, genom samtal och reflektion, gör sin förståelse av ett problem synlig. Fokus ligger därmed inte på resultatet i sig, utan på hur eleven motiverar sitt tillvägagångssätt och drar slutsatser. I nästa avsnitt beskrivs hur sökningen av tidigare forskning har gått till.

Litteratursökning

Litteraturstudier av tidigare forskning är en viktig metod vid examensarbeten inom utbildningsvetenskap (Eriksson, et al., 2013). Sökningen och urvalet av tidigare forskning till denna studie har genomförts i flera omgångar och har fortlöpt kontinuerligt under arbetets gång. Sökprocessen har följt principerna i PICO-C-modellen, som innebär att sökord tas fram utifrån studiens sammanhang, fokus, målgrupp och önskat utfall. I denna studie är sammanhanget matematikundervisning, med särskilt fokus på elevers värderingar och resonemang kring problemlösning. Studien utgår från ett elevcentrerat perspektiv och syftar till att identifiera samt problematisera de matematiska resonemang som elever i årskurs 3 ger uttryck för.

Med den utgångspunkten utgick den första databassökningen från begreppet *elevers uppfattning om matematik.* Det märktes ganska snart att den sökningen gav för breda och ospecifika resultat. Därefter fokuserades sökningen mer specifikt på problemlösning och elevers förmåga att resonera kring matematiska problem. Målet var att hitta studier som undersökte hur elever upplever, formulerar och löser matematiska problem i skolan. Test sökningar genomfördes i flera databaser och söktjänster, däribland DiVA, ERIC, Libris och Summon. Upplevelsen av databasen ERIC var att den gav det mest relevanta resultatet och en bra översikt över det aktuella forskningsområdet. Därmed fortsatte användningen av just den databasen. Den första sökningen gjordes med sökordet *"problem-solving"*, vilket genererade 64 106 träffar. För att avgränsa urvalet filtrerades resultaten till peer-review-artiklar och lade till söktermerna *"elementary school"* och *"pupils OR students OR children"*, vilket reducerade antalet träffar till 6 252.

Eftersom urvalet fortfarande var stort, begränsades sökningen till de senaste tio åren. Det gav 3 090 träffar. En mer specifik söksträng användes därefter: *"pupils' attitudes AND problem solving AND mathematics education AND elementary school"*, vilket resulterade i tio träffar med hög relevans. Dessa artiklar granskades noggrant utifrån innehåll, teoretiska perspektiv och relevans för studiens syfte. I nästa fas av sökarbetet användes ett så kallat *snöbollsurval* (Bryman, 2018), där referenser i relevanta källor användes som utgångspunkt för att hitta fler studier. Ett viktigt genombrott var upptäckten av D'Arcy och Olssons (2021) bok, som i sin tur ledde vidare till Lithner (2008), vars arbete kring kreativa och imitativa resonemang visade sig vara mycket relevant. Genom Lithner (2008) kunde en fördjupning ske inom de teoretiska perspektiv som ligger till grund för begreppen och koppla dessa till forskningsfokuset.

Forskningsbakgrund

I denna forskningsbakgrund presenteras tidigare forskning som belyser hur problemlösning i matematik kan förstås och tillämpas i undervisningssammanhang. Fokus ligger på hur undervisningens utformning påverkar elevers möjligheter att utveckla ett undersökande och reflekterande arbetssätt, samt på lärarens roll i att skapa förutsättningar för ett aktivt och kreativt matematiklärande. Forskningen behandlar även hur uppgifters språkliga

formuleringar kan påverka elevernas tolkning och val av strategier, samt vikten av att använda öppna och icke-rutinmässiga uppgifter för att främja elevernas matematiska resonemang. Forskningsbakgrunden syftar därmed till att ge en teoretisk grund för den aktuella studiens fokus på problemlösning som undervisningsform i matematikundervisningen.

Problemlösningsorienterad matematikundervisning

Forskning inom matematikdidaktik har under senare år tydligt visat på betydelsen av en undervisning som är både strukturerad och centrerad kring problemlösning för att utveckla elevers matematiska resonemang och begreppsförståelse. Två studier som särskilt lyfter detta är Liljedahl (2016) och Shaughnessy et al. (2021), där båda undersöker hur formativa bedömningsverktyg kan användas för att utveckla lärarstudenters förmåga att leda matematiska diskussioner med fokus på problemlösning.

Liljedahl (2016) betonar vikten av att lärarstudenter får stöd i att planera, genomföra och analysera klassrumsdiskussioner som en integrerad del av problemlösningsbaserad undervisning. I studien framhålls att ett bedömningsverktyg som kombinerar gemensamma uppgifter och möjlighet att förutse elevsvar, kan ge värdefulla insikter i lärarstudenters undervisningspraktik. En central utmaning som identifieras är svårigheten att återge elevers resonemang korrekt på tavlan samt att hantera felaktiga eller ofullständiga lösningar i realtid. Liljedahl menar att lärarstudenter ofta saknar effektiva strategier för att fördjupa diskussioner och stimulera elevernas tankegångar, vilket understryker behovet av att lärarutbildningen ger explicit stöd för dessa aspekter.

Shaughnessy et al. (2021) kommer fram till liknande slutsatser i sin studie, där fokus ligger på att utveckla och pröva ett formativt bedömningsverktyg riktat mot lärarstudenters förmåga att leda matematiska samtal. Deras arbete visar att strukturerade observationer av undervisning, kopplade till gemensamma uppgifter med fokus på problemlösning, kan synliggöra lärarstudenters styrkor och utvecklingsområden. Precis som hos Liljedahl (2016) lyfts det fram att flera deltagare visade förmåga att initiera meningsfulla diskussioner, men att det fanns begränsade strategier för att vidareutveckla dessa samtal mot ett djupare matematiskt innehåll. Svårigheter med att dokumentera och återge elevers lösningar på ett tillförlitligt sätt identifieras också här som ett hinder för effektiv undervisning.

Båda studierna visar tydligt att lärarstudenters möjligheter att leda problemlösningsfokuserad undervisning påverkas av i vilken utsträckning de får verktyg och stöd i att strukturera samtal, analysera elevsvar och anpassa undervisningen efter de resonemang som uppstår i klassrummet. Genom att använda formativa bedömningsverktyg som utgår från autentiska undervisningssituationer skapas förutsättningar för en mer medveten och professionell undervisningspraktik redan under lärarutbildningen (Liljedahl, 2016; Shaughnessy et al., 2021).

Problemlösningsmodell

I tidigare forskning har Stein et al. (2008) utvecklat en modell som syftar till att stödja matematiklärare i att arbeta mer strukturerat med problemlösning i klassrummet. Denna modell har senare vidareutvecklats av Smith och Stein (2014), som introducerar ett ramverk bestående av fem undervisningspraktiker. Dessa praktiker syftar till att främja målinriktade lärandesituationer och samtidigt minska behovet av spontan improvisation under helklassdiskussioner. Ramverket fungerar därmed som ett konkret verktyg för lärare i planering och genomförande av undervisning med fokus på problemlösning.

De fem undervisningspraktikerna, enligt Smith och Stein (2014).

1. **Förutse** vilka strategier elever kan komma att använda för att lösa ett givet problem.
2. **Observera** och dokumentera elevernas arbete under lektionens gång för att få inblick i deras tänkande.
3. **Välja ut** specifika elevarbeten som är särskilt lämpade för att lyftas i den gemensamma diskussionen.
4. **Sekvensera** presentationerna i en ordning som fördjupar den matematiska förståelsen.
5. **Knyta ihop** och koppla samman olika strategier och idéer för att synliggöra matematiska samband och begrepp.

Genom att tillämpa dessa praktiker ges läraren möjlighet att inte bara följa elevernas resonemang, utan även att aktivt styra undervisningen mot önskade lärandemål. På så vis kan elevernas olika lösningar bli utgångspunkter för gemensamt meningsskapande och fördjupad förståelse i matematik (Stein et al., 2008).

Problemlösningsförmåga

Att undervisningens utformning spelar en avgörande roll för hur elever utvecklar sin problemlösningsförmåga framkommer tydligt i tidigare forskning. Nieuwoudt (2015) visar att elever som får tillgång till en tydlig och strukturerad modell för hur matematiska problem kan angripas ges bättre förutsättningar att utveckla både kritiskt och kreativt tänkande. I studien betonas lärarens aktiva roll i att guida eleverna genom problemlösningsprocesser och att skapa en undervisningsmiljö där elevernas delaktighet är central. Genom att arbeta med en systematisk problemlösningsmodell får eleverna verktyg för att hantera nya och okända uppgifter, vilket stärker deras förmåga att generalisera och tillämpa tidigare kunskaper i nya sammanhang.

Samtidigt lyfter Bessoondyal (2017) i sin studie en annan viktig aspekt av undervisningen: hur språkliga formuleringar i uppgifter påverkar elevernas förståelse och strategival. I denna studie framgår det att elever i hög grad låter sig vägledas av språkliga ledtrådar snarare än av uppgiftens underliggande matematiska innebörd. Ett exempel är hur ordet "fler" kan få elever att direkt välja addition, även när uppgiften kräver subtraktion. Det framgår att elever tenderar att förlita sig på invanda mönster och automatiserade tolkningar snarare än att analysera problemets faktiska innehåll, vilket kan leda till missuppfattningar och felaktiga lösningar.

Båda studierna belyser behovet av undervisning som stödjer elevernas utveckling av mer medvetna och flexibla problemlösningsstrategier. Medan Nieuwoudt (2015) fokuserar på vikten av en strukturerad undervisningsmodell och lärarens roll i att stimulera elevens problemlösande tänkande, framhåller Bessoondyal (2017) betydelsen av hur uppgifters språkliga utformning kan påverka elevernas val av metod. Tillsammans pekar dessa studier på att effektiv problemlösningsundervisning inte enbart handlar om metodik, utan även om hur uppgifter konstrueras och hur elever uppmuntras att förhålla sig kritiskt till dessa.

Problemlösning som grund för matematiskt lärande

Tidigare forskning betonar att problemlösning bör betraktas som en central och integrerad del av matematikundervisningen, snarare än som ett avgränsat moment. Taflin (2007) beskriver problemlösning som en dynamisk process där elever ges möjlighet att konstruera sin förståelse genom att pröva olika strategier, reflektera över sina val och resonera kring rimligheten i sina lösningar. Enligt Taflin (2007) bör problemlösningsuppgifter vara öppna till sin karaktär och erbjuda flera möjliga angreppssätt, vilket skapar utrymme för utforskande och kreativitet. Hon framhåller att sådana uppgifter inte bör ha en förutbestämd lösning, utan snarare utmana elever att gå bortom rutinmässiga tillvägagångssätt och att använda sina matematiska kunskaper i nya sammanhang. I detta sammanhang lyfter hon även betydelsen av att elever förväntas motivera sina lösningar och förklara sina val, vilket enligt henne bidrar till en fördjupad begreppslig förståelse.

Vidare framhåller Taflin (2007) att problemlösning i undervisningen bör ske i en social kontext, där elever ges möjlighet att samtala om sina lösningar med kamrater. Hon betonar att detta samarbete kan leda till gemensam förståelse och stimulera utvecklingen av matematiska idéer. Lärarens roll beskrivs som avgörande, i syfte att skapa en lärmiljö där elevernas egna tankegångar tas tillvara och ges utrymme, oavsett hur välformulerade dessa är från början.

Liknande perspektiv återfinns i de Ron (2023), som i sin studie fokuserar på elevers erfarenheter av problemlösning och deras uppfattningar om matematiskt innehåll. de Ron (2023) menar att problemlösning bör betraktas som en meningsskapande och intellektuellt stimulerande aktivitet, som kan utveckla elevernas förmåga att tänka logiskt, kommunicera och argumentera för sina val. Hen understryker att problemlösningsaktiviteter som uppfattas som intresseväckande och utforskande kan påverka elevers syn på matematik i positiv riktning, och bidra till ökat engagemang samt en starkare tilltro till den egna förmågan.

Enligt de Ron (2023) kan undervisning som utgår från meningsfulla och utmanande matematiska problem förändra elevernas relation till ämnet, särskilt när problemlösning används som ett verktyg för att främja resonemang och begreppslig förståelse snarare än som ett medel för bedömning. Hen lyfter att denna typ av undervisning stödjer utvecklingen av ett mer nyanserat, reflekterande och självständigt tänkande hos eleverna.

Sammanfattningsvis visar både Taflin (2007) och de Ron (2023) att problemlösning, när det används som ett didaktiskt förhållningssätt, kan bidra till ett undervisningsklimat där

förståelse, reflektion och kreativitet ges en central plats. I föreliggande studie tolkas således problemlösning utifrån dessa forskningsperspektiv, som en formativ process där elever ges möjlighet att utveckla sitt matematiska resonemang genom undersökande arbete, samspel och metakognitiv reflektion.

Problemlösningen som matematikens kärna

Två studier, de Ron (2023) och Yayuk et al. (2020), erbjuder olika men kompletterande insikter om betydelsen av problemlösning i matematikundervisningen och elevernas förmåga att hantera matematiska problem. de Ron (2023) belyser att problemlösning bör förstås som mer än bara en metod för att lösa enskilda uppgifter. För de Ron (2023) är problemlösning inte ett avgränsat moment i matematikundervisningen, utan något som genomsyrar hela ämnet. Enligt hens definition kännetecknas matematiska problem av att lösningen inte är omedelbart tillgänglig, vilket skiljer dem från rutinuppgifter som eleverna ofta känner igen både problemtypen och lösningsmetoden för. de Ron (2023) betonar att det inte är det rätta svaret som ska vara i fokus utan snarare de tankar och resonemang som eleverna utvecklar under problemlösningsprocessen. Hen argumenterar för att elever behöver möjlighet att pröva olika tillvägagångssätt, reflektera över sina val och omvärdera sina strategier under arbetets gång, vilket speglar en aktiv och undersökande lärprocess.

Yayuk et al. (2020) tillför ytterligare ett perspektiv genom att undersöka kopplingen mellan kreativt tänkande och elevernas förmåga att hantera icke-rutinmässiga problem. I Yayuk et al. (2020) studie framgår det att elever ofta har svårt att hantera sådana problem eftersom de inte följer en välkänd lösningsstruktur, vilket gör att många elever tenderar att prova sig fram utan att använda ett systematiskt och reflekterande tillvägagångssätt. Yayuk et al. (2020) menar att kreativt tänkande spelar en avgörande roll för elevernas förmåga att lösa mer komplexa matematiska problem, vilket också understryker vikten av att utveckla både kreativitet och logiskt tänkande för att främja en djupare förståelse för matematiska samband.

Sammantaget ger de Ron (2023) och Yayuk et al. (2020) olika men komplimenterande perspektiv på hur problemlösning kan användas för att stärka elevers matematiska förmågor. de Ron (2023) fokuserar på att synliggöra och förstå de processer och resonemang som sker under problemlösning, medan Yayuk et al. (2020) framhäver vikten av kreativitet och reflektion som grund för att hantera komplexa matematiska problem. Tillsammans belyser dessa studier hur en undervisning som främjar problemlösning, både genom att uppmuntra till kreativa och reflekterande processer samt genom att synliggöra elevers matematiska resonemang, kan bidra till en mer djupgående och hållbar matematikförståelse

Forskningsbakgrunden pekar på att utvecklingen av elevernas problemlösningsförmåga kräver både en medveten undervisningsstrategi från lärarens sida och en reflektion kring hur uppgifter formuleras. I nästa avsnitt presenteras de teoretiska perspektiv som studien utgår ifrån i relation till studieobjekten.

Teoretiska perspektiv

Denna studie utgår från två kompletterande teoretiska perspektiv för att analysera elevers arbete med matematiska problemlösningsuppgifter i årskurs 3. För att undersöka vilka matematiska resonemang som förekommer i elevernas arbete används Lithners (2008) teori om matematiskt resonemang. För att förstå hur elever beskriver och värderar sitt deltagande i problemlösningsaktiviteter används Sfards (2008) diskursteoretiska syn på lärande, där lärande ses som en process av deltagande i och utveckling av de diskurser som kännetecknar det matematiska tänkandet. Med diskurser avses här de språkliga och kommunikativa mönster, begrepp och sätt att resonera som används för att uttrycka och förhandla matematisk kunskap. Tillsammans möjliggöra dessa ramverk en fördjupad förståelse av både innehållet i elevernas resonemang och hur detta uttrycks och formas i pedagogiska och sociala sammanhang.

Lithners ramverk för matematiskt resonemang

Lithner (2008) urskiljer två huvudtyper av resonemang i matematikundervisningen: **imiterande resonemang** och **kreativt resonemang**. Det imiterande resonemanget innebär att en elev löser en uppgift genom att följa tidigare inlärda metoder, utan att anpassa eller motivera strategin utifrån uppgiftens specifika förutsättningar. Det kan exempelvis handla om att tillämpa en algoritm eller regelbunden procedur utan reflektion. Kreativt resonemang**,** däremot, kännetecknas av att eleven utvecklar en lösning som är anpassad till situationen, där valen motiveras och bygger på begreppslig förståelse snarare än mekanisk tillämpning. Enligt Lithner (2008) är denna typ av resonemang avgörande för att främja djupare matematisk förståelse och förmågan att hantera nya problem flexibelt och självständigt.

Sfards perspektiv på matematiskt lärande

Sfard (2008) ser lärande som en kommunikativ och social process där förståelse utvecklas genom deltagande i matematiska diskurser. I stället för att fokusera på individens interna kognition betonas hur kunskap formas i samspel med andra, genom språk, handling och samarbete i klassrumskontexten.

Centralt i Sfards (2008) teori är fyra komponenter i matematisk diskurs:

- **Ord** – de begrepp och termer som används,
- **Narrativ** – de berättelser och förklaringar som formuleras,
- **Rutiner** – de handlingar och procedurer som återkommer,
- **Identifiering** – hur eleven positionerar sig själv i relation till matematikämnet och uppgiften.

Genom att analysera hur elever uttrycker sig, vilka begrepp de använder, hur de beskriver sina strategier och hur de värderar sitt arbete, blir det möjligt att förstå hur deras deltagande i den matematiska diskursen formas och hur detta påverkar deras lärande.

Ramverkens kompletterande funktion

Medan Lithners (2008) teori fokuserar på kvaliteten i själva resonemanget, erbjuder Sfards (2008) diskursperspektiv en analys hur resonemang formas och uttrycks i språk och handling. Tillsammans ger de två olika ramverken en djupare förståelse av elevers engagemang i problemlösning, där både det kognitiva innehållet och det kommunikativa sammanhanget får utrymme. Genom denna kombination blir det möjligt att undersöka både *vilka* matematiska resonemang eleverna använder när de löser matematiska problem, och *hur* de själva beskriver, förstår och positionerar sitt deltagande i undervisningen.

Metodologi

Syftet med denna studie är att undersöka vilka matematiska resonemang som framträder när elever i årskurs 3 arbetar med problemlösning samt hur de beskriver och värderar sitt arbete med problemlösning i matematikundervisningen. Studien utgår från en kvalitativ forskningsansats, vilket motiveras av ambitionen att fördjupa förståelsen för elevers matematiska resonemang och deras förhållningssätt till problemlösning. Den kvalitativa ansatsen möjliggör en närhet till deltagarnas perspektiv och erfarenheter och sätter fokus på hur elever själva uttrycker och tolkar sina strategier och tankeprocesser. Genom observationer, intervjuer och skriftliga reflektionsuppgifter skapas förutsättningar att fånga elevers egna berättelser och meningsskapande i autentiska undervisningssituationer (Fejes & Thornberg, 2019).

En kvantitativ metod hade kunnat ge generaliserbara resultat i form av frekvenser och samband, men hade riskerat att förbise de nyanserade och kontextbundna dimensioner som denna studie syftar till att belysa (Dimenäs, 2021). Kvantitativa metoder lämpar sig väl för att mäta och jämföra på en övergripande nivå, men är mindre effektiva när det gäller att förstå komplexa sociala och pedagogiska processer, såsom hur elever tolkar problem, väljer strategier och upplever sitt eget lärande (Dimenäs, 2021). Valet av en kvalitativ ansats är därför grundat i behovet av att belysa hur och varför elever resonerar som de gör i matematikundervisningen, snarare än att fastställa hur ofta eller i vilken grad det sker. Det kvalitativa förhållningssättet ger därmed möjlighet till en djupare och mer kontextbunden förståelse, vilket är i linje med studiens övergripande mål och forskningsfrågor.

Urval och deltagare

Studien genomfördes på en mindre kommunal grundskola i Mellansverige, där urvalet av deltagare skedde genom ett strategiskt bekvämlighetsurval i samråd med klassläraren. Syftet med urvalet var att skapa ett empiriskt underlag som präglas av variation i elevers matematiska erfarenheter, uttrycksformer och sätt att delta i undervisningen, snarare än att uppnå statistisk representativitet. Ett sådant tillvägagångssätt är förenligt med kvalitativ forskning, där målet är att generera fördjupad förståelse snarare än att dra generella slutsatser (Dimenäs, 2021). Urvalet omfattade sex elever från en årskurs 3, som läraren bedömde vara trygga i samtalssituationer och tillsammans representerade en bredd av arbetssätt och förhållningssätt till matematik. Urvalet gjordes av läraren utan påverkan från författaren, men utifrån kriterier som formulerats gemensamt för att säkerställa empirins relevans i relation till studiens syfte.

Kontakten med skolan etablerades under författarens verksamhetsförlagda utbildning (VFU), där en relation utvecklades med den ansvariga läraren, som uttryckte intresse för att medverka i studien. Eftersom författaren som är ansvarig för studien inte tidigare undervisat i den aktuella klassen möjliggjordes ett visst utifrånperspektiv under studiens genomförande, vilket bidrog till att minska risken för partiskhet och påverkan i interaktionen med eleverna. Enligt Trost (2014) kan detta bidra till en mer neutral och tillförlitlig generering av data. Innan

studien inleddes informerades rektor om syfte, metod och etiska överväganden, och godkännande erhölls. Informationsbrev och samtyckesformulär (Bilaga A–C) skickades till vårdnadshavare och elever. Samtliga sex elever deltog frivilligt efter att både de själva och deras vårdnadshavare lämnat skriftligt informerat samtycke. Urvalet säkerställde således både forskningsetisk förankring och en bredd i empirin som möjliggör mångfacetterade tolkningar av elevers resonemang och erfarenheter.

Val av problemlösningsuppgifter och reflektionsuppgift

För denna studie har jag själv utformat tre problemlösningsuppgifter: *"Hur delar vi godispåsar?"*, *"Bygg ett torn med klossar"* och *"Hur många ben i hagen?"* (Bilaga D1-D3). Utgångspunkten är att uppgifterna ska vara öppna och flervägsorienterade, vilket ger eleverna möjlighet att pröva olika strategier, resonera matematiskt och diskutera lösningar. Utformningen av uppgifterna förankrades med behörig lärare för att försäkra mig om att det centrala innehållet för matematik följdes (Skolverket, 2024). Enligt LGR22 (Skolverket, 2024 bör elever öva sin förmåga att lösa problem, föra och följa matematiska resonemang samt använda olika strategier. Urvalet av uppgifter har gjorts med avsikt att skapa en progression i svårighetsgrad och matematiskt innehåll, den första uppgiften fokuserar på logiskt tänkande och taluppdelning, den andra introducerar mönster och strategiskt byggande och den tredje kräver kombinatorik och systematiskt resonerande.

Som en integrerad del av lektionerna har jag även tagit fram en reflektionsuppgift (Bilaga F) med stöd av Palmér och van Bommel (2019). Reflektionsuppgiften ger eleverna möjlighet att skriva eller rita hur de tänkt, vilka strategier de provat, om de samarbetat med en kamrat och vad de lärt sig. Den är kopplad till läroplanen, eftersom eleverna genom uppgiften tränar sin förmåga att reflektera över och värdera sitt eget lärande, analysera sina arbetsprocesser och formulera matematiska resonemang, förmågor som LGR22 (Skolverket, 2024) framhåller som centrala för meningsfullt lärande i matematik.

Utformning av intervjuguide

Innan intervjuerna genomfördes en pilotstudie av intervjuguiden för att pröva frågornas tydlighet, relevans och lämplighet för målgruppen. Pilotstudien omfattade tre elever från en parallellklass som inte deltog i den ordinarie datagenereringen. Under pilotintervjuerna observerades hur eleverna reagerade på frågorna, om de förstod dem som avsett och om några frågor upplevdes som svårformulerade eller ledande. Noteringar gjordes om vilka delar av intervjun som behövde förtydligas eller omformuleras. Feedbacken användes systematiskt för att justera ordval, frågeordning och exempel i intervjuguiden, vilket ökade dess begriplighet och relevans. Pilotintervjuerna möjliggjorde även en bedömning av intervjutekniken, exempelvis hur ett avslappnat samtalsklimat kunde skapas, hur följdfrågor kunde ställas och hur eleverna gavs utrymme att reflektera. Det betonades särskilt att eleverna skulle få tala till punkt och uttrycka sina tankar utan avbrott, något som enligt Trost (2010) är centralt för att fånga deltagarens perspektiv i kvalitativa intervjuer. För att ytterligare säkerställa studiens trovärdighet användes medlemskontroll, vilket innebär att undersökaren återkopplar sina

preliminära tolkningar till deltagarna för att bekräfta att deras perspektiv och avsikter har förståtts korrekt (Trost, 2010). I praktiken innebar detta att eleverna fick möjlighet att bekräfta, förtydliga eller korrigera undersökarens tolkningar av deras resonemang. Syftet var att minska risken för feltolkningar och ge en mer korrekt bild av elevernas tankegångar, vilket stärker studiens validitet och transparens. Detta bidrar också till att deltagarna själva blir medvetna om sina strategier och resonemang, vilket kan ge ytterligare insikter både för undersökaren och för elevernas egna reflektioner.

Datagenerering

Det empiriska materialet i denna studie har genererats inom ramen för en kvalitativ forskningsansats, med syfte att förstå hur individer skapar mening och tillämpar strategier i sociala sammanhang (Bryman, 2018; Fejes & Thornberg, 2019). För att säkerställa både djup och bredd i materialet användes triangulering genom tre kompletterande metoder: klassrumsobservationer, semistrukturerade intervjuer samt skriftliga reflektionsuppgifter. Dessa metoder bedömdes tillsammans kunna fånga såväl beteendemässiga som kognitiva aspekter av elevernas erfarenheter och därigenom ge en nyanserad förståelse av deras matematiska resonemang samt förhållningssätt till problemlösning i undervisningskontexten (Dimenäs, 2021). I det följande redogörs för respektive metod, liksom för de forskningsetiska överväganden och kvalitativa kriterier som beaktats under hela forskningsprocessen.

Fältarbete och relationell etablering

För att skapa förutsättningar för ett tillitsfullt fältarbete inleddes datagenereringen med en presentation av studiens syfte inför den aktuella elevgruppen. Jag förklarade att min roll som observatör inte var att bedöma elevernas prestationer, utan att försöka förstå hur de tänker och resonerar kring matematik. Betoningen låg på att det inte fanns några rätta eller fel sätt att tänka, vilket syftade till att minska prestationsångest och uppmuntra elevernas aktiva deltagande. Genom en lågmäld och respektfull närvaro i klassrummet, samt genom att besvara frågor och delta i aktiviteter i mån av behov, etablerades successivt ett ömsesidigt förtroende. Avsikten var att eleverna skulle känna sig trygga med min närvaro och våga uttrycka sig fritt under både observationer och intervjuer.

Observationer

Observationerna genomfördes under tre matematiklektioner (Bilaga D), där lektionerna varade i 40 minuter. Samtliga elever arbetade med öppna, undersökande problemlösningsuppgifter i sitt ordinarie klassrum. Eleverna började med att arbeta enskilt med uppgiften för att sedan samarbeta i par, där de både presenterade sina egna lösningar och tillsammans utvecklade fler gemensamma lösningar. Efter pararbetet fick eleverna även möjlighet att gå fram och presentera sina lösningar inför resten av klassen, vilket skapade en gemensam diskussion och fördjupad förståelse av olika angreppssätt.

Detta upplägg möjliggjorde både gemensamt utforskande och individuellt ansvarstagande. Som observatör intog jag en diskret, deltagande roll för att följa elevernas interaktioner utan

att störa deras arbete. Även om hela klassen deltog observerades särskilt sex elever som valdes ut genom strategiskt urval i samråd med ansvarig lärare. Urvalet syftade till att fånga variation hos eleverna genom deras uttryckssätt, erfarenheter och sätt att delta. Observationerna dokumenterades genom fältanteckningar med fokus på verbala resonemang, samspel, begreppsanvändning och strategier. Fotografier av elevernas arbetsmaterial, såsom uträkningar och skisser togs för att användas som stöd i de efterföljande intervjuerna.

Intervjuer

Efter observationerna genomfördes semistrukturerade intervjuer med de utvalda eleverna. Intervjuerna utgick från förbestämda frågor (Bilaga E), men lämnade utrymme för uppföljning och fördjupning. Inför varje intervju hämtades eleven från sitt ordinarie klassrum. Under promenaden till bildsalen fördes ett informellt samtal där jag exempelvis frågade om vad eleven skulle göra i helgen. Detta inledande småprat syftade till att skapa en avslappnad stämning och bygga förtroende mellan mig som intervjuare och eleven, vilket enligt Kvale och Brinkmann (2014) är en viktig del av intervjuprocessen, särskilt när barn intervjuas. Väl framme i bildsalen förklarade jag att vi nu skulle samtala om de problemlösningsuppgifter eleven arbetat med under veckan.

Intervjuerna genomfördes enskilt, i syfte att ge varje elev möjlighet att uttrycka sina egna tankar utan påverkan från kamrater. Denna utformning möjliggjorde också att jag kunde ställa fördjupande följdfrågor för att fånga nyanser i elevernas resonemang (Kvale & Brinkmann, 2014). Intervjuerna varade i cirka 13 minuter och hölls i en bildsal med tre stora fönster mot skolgården. För att minska risken för distraktion från elever som hade rast utanför, placerades den intervjuade eleven med blicken riktad mot en vägg. Fysisk miljö kan påverka både koncentration och trygghet, och det är viktigt att den som genomför en studie är medveten om sådana faktorer vid genereringen av data (Bryman, 2018). Under samtalet fick eleverna titta på fotografier av sina lösningar från tre tidigare lektionstillfällen för att underlätta återkallande av minnesbilder och stimulera reflektion (Säljö, 2014).

Denna typ av visuella återkoppling bedömdes kunna öka validiteten då den stärker kopplingen mellan minnet av situationen och det som uttrycks i intervjun, samtidigt som risken för socialt önskvärda svar minskar (Morgan, 2007). Genom att använda dessa som stöd kunde de lättare minnas hur de hade löst och tolkat uppgifterna, samt vilka strategier de hade använt. Enligt Dimenäs (2021) är det viktigt att ge eleverna möjlighet att reflektera över sitt eget lärande, och visuella stöd kan fungera som verktyg för att synliggöra detta lärande i samtalet. För att ytterligare bidra till en trygg och avslappnad intervjusituation erbjöds eleverna vatten och russin, medan jag själv drack kaffe. Denna informella gest syftade till att tona ned den formella karaktären av intervjun och skapa en mer samtalslik atmosfär, vilket enligt Kvale och Brinkmann (2014) kan öka möjligheten till öppna och ärliga svar.

Reflektionsuppgift

Som komplement till observationer och intervjuer användes även en skriftlig reflektionsuppgift (Bilaga F), som eleverna genomförde direkt efter problemlösningsaktiviteterna. Syftet var att ge eleverna möjlighet att i skrift formulera sina tankar om hur de löst uppgiften, vilka strategier de använt och hur de upplevt arbetet. Denna metod bedömdes bidra till ytterligare förståelse för elevernas perspektiv och förstärka datatrianguleringen (Bryman, 2018).

Forskningsetiska och kvalitativa överväganden

Studien har genomförts i enlighet med Vetenskapsrådets (2017) forskningsetiska riktlinjer. Eftersom deltagarna var minderåriga, inhämtades skriftligt informerat samtycke från vårdnadshavare, elever och undervisande lärare. Informationen var åldersanpassad och tydliggjorde att deltagandet var frivilligt samt att det när som helst kunde avbrytas utan negativa konsekvenser. Särskild hänsyn togs till att minimera risken för obehag genom att datagenereringen skedde i elevernas ordinarie skolmiljö, samt att intervjuernas upplägg anpassades till barns behov och mognadsnivå (Fejes & Thornberg, 2019). Beredskap fanns att hänvisa elever till skolans elevhälsa vid behov.

Allt genererat material (ljudinspelningar, fältanteckningar, fotografier) hanterades i enlighet med Högskolan Dalarnas riktlinjer för forskningsdokumentation och dataskydd. Personuppgifter avidentifierades i analys- och rapporteringsprocessen, och anmälan om personuppgiftsbehandling gjordes enligt gällande dataskyddslagstiftning (GDPR).

Reliabilitet och validitet i metodvalen

Studiens reliabilitet, validitet, trovärdighet och överförbarhet har säkerställts genom att flera centrala kriterier inom kvalitativ forskning har beaktats (Bryman, 2018; Stukát, 2011; Fejes & Thornberg, 2019). Dessa principer har varit vägledande genom hela forskningsprocessen, från planering och datagenerering till analys och tolkning.

Trovärdigheten har eftersträvats genom triangulering av data, där observationer, semistrukturerade intervjuer och skriftliga reflektionsuppgifter kombinerats för att fånga elevers matematiska resonemang ur flera perspektiv. Fotografier av elevernas lösningar användes som stöd i intervjuerna, vilket gjorde det möjligt för deltagarna att konkret relatera sina uttalanden till undervisningssituationen och därigenom bidra med mer precisa och relevanta svar (Kvale & Brinkmann, 2014). Under intervjuerna tillämpades medlemskontroll, där eleverna fick bekräfta, komplettera och korrigera undersökarens tolkningar i realtid. Detta tillvägagångssätt säkerställer att undersökarens tolkningar överensstämmer med deltagarnas egna upplevelser och stärker studiens förankring i deras perspektiv (Trost, 2010).

Validitet, det vill säga i vilken grad studien verkligen undersöker det som avses och genererar resultat relevanta för forskningsfrågorna, har säkerställts genom noggrant utformade, öppna problemlösningsuppgifter och reflektionsuppgifter som synliggör elevernas strategier och

resonemang (Palmér & van Bommel, 2019). Genom att genomföra en pilotstudie av intervjuguiden kunde frågornas tydlighet och relevans testas och justeras innan huvuddatainsamlingen, vilket ytterligare stärker studiens validitet (Fejes & Thornberg, 2019).

Reliabiliteten, det vill säga stabiliteten och konsekvensen i datainsamling och analys, har beaktats genom en systematisk och transparent tillämpning av forskningsmetoderna. Intervjuerna transkriberades ordagrant och observationer dokumenterades noggrant, vilket möjliggör insyn i forskningsprocessen och bidrar till att resultaten kan upprepas under liknande förutsättningar (Kvale & Brinkmann, 2014; Stukát, 2011).

Överförbarhet beaktats genom en detaljerad beskrivning av undervisningsinnehåll, klassrumsaktiviteter och elevernas arbetssätt, vilket gör det möjligt för läsaren att bedöma hur resultaten kan vara relevanta i andra, liknande pedagogiska sammanhang. Målet har inte varit statistisk generaliserbarhet, utan att bidra med fördjupad förståelse av elevers matematiska resonemang och problemlösningsstrategier, vilket kan vara vägledande för lärare och forskare inom området.

Analysmetod

Analysen av det empiriska materialet har genomförts med stöd av två kompletterande teoretiska ramverk: Lithners (2008) modell för matematiskt resonemang samt Sfards (2008) diskursteoretiska perspektiv på lärande. Syftet har varit att identifiera mönster i hur elever resonerar och samtalar om matematik, med särskilt fokus på skillnader mellan imiterande och kreativa resonemang samt på diskursens språkliga och sociala komponenter.

Matematiskt resonemang: Lithners modell

För att besvara den första forskningsfrågan, vilka typer av matematiska resonemang som aktualiseras när elever arbetar med problemlösning, har Lithners (2008) modell använts som analytiskt verktyg. Enligt denna modell kategoriseras resonemang i två huvudsakliga typer: imiterande resonemang (IR) och kreativt resonemang (KR). Imiterande resonemang kännetecknas av att eleven återanvänder tidigare inövade metoder eller algoritmer utan att anpassa dem till uppgiftens specifika villkor. Dessa lösningar präglas ofta av mekanisk tillämpning, utan djupare förståelse eller reflektion kring metodens lämplighet. I det empiriska materialet har IR identifierats genom att analysera situationer där elever tillämpar standardprocedurer utan att kunna motivera sina val eller diskutera alternativa lösningsvägar.

Kreativt resonemang, å andra sidan, uppstår när elever utvecklar lösningar som är anpassade till uppgiftens unika förutsättningar. Sådana resonemang präglas av begreppslig förståelse, utforskande av alternativa strategier och motiverade val. Tecken på KR kan vara att eleven prövar olika lösningsvägar, resonerar högt kring sina val, ifrågasätter invanda metoder eller aktivt söker efter samband i problemet.

Materialet har analyserats genom en systematisk kodning där elevernas resonemang, handlingar och skriftliga uttryck (såsom lösningsstrategier, fältanteckningar och

reflektionsuppgifter) kategoriserats som antingen IR eller KR. Kodningen har kopplats till konkreta uttryck i elevernas arbete för att möjliggöra en djupare förståelse av hur resonemang konstrueras i autentiska klassrumssituationer. För att strukturera analysarbetet har en särskild kodningsmall utformats och använts under processen. Exempel på denna mall återfinns i Bilaga G.

Exempel på lösningsstrategier enligt Lithner (2008)

- **Algoritmbaserad strategi:** Tillämpning av standardiserade metoder utan anpassning till uppgiften. Indikerar IR.
- **Mönsterigenkänning:** Identifiering av tidigare bekanta mönster. Kan signalera IR eller KR beroende på i vilken grad eleven motiverar tillämpningen.
- **Prova sig fram:** Utforskande av olika lösningsvägar med efterföljande reflektion. Indikerar ofta KR.
- **Rita eller konkretisera:** Användning av visuella eller konkreta representationer. Kan vara stöd för både IR och KR beroende på sammanhang.
- **Resonemangsbaserad strategi:** Lösningen bygger på logiska, begreppsliga och motiverade val. Uttryck för KR.

Diskursanalys: Sfards perspektiv

För att besvara den andra forskningsfrågan, hur elever beskriver och värderar sitt arbete med problemlösning, har Sfards (2008) diskursteoretiska perspektiv tillämpats. Inom detta ramverk betraktas lärande som ett deltagande i diskurs, där språket inte endast är ett verktyg för att beskriva lärande, utan utgör själva lärandeprocessen.

Analysen har fokuserat på hur eleverna talar om matematik och problemlösning, vilka begrepp de använder, samt hur de positionerar sig själva som deltagare i det matematiska samtalet. Sfard (2008) lyfter fyra centrala komponenter i matematisk diskurs som har operationaliserats i denna studie:

- **Ord:** Begrepp och termer som används. Analysen fokuserar på i vilken utsträckning eleverna använder ämnesspecifika uttryck samt hur korrekt och personligt dessa tillämpas.
- **Narrativ:** De berättelser och förklaringsmodeller som eleverna formulerar om sitt eget lärande, till exempel hur de beskriver sin roll i problemlösningsprocessen, som aktiva problemlösare, som osäkra eller som någon som "gissar".
- **Rutiner:** Handlingar och procedurer som används för att lösa matematiska uppgifter. Här studeras hur dessa beskrivs och motiveras i elevernas utsagor.
- **Identifiering:** Hur eleven positionerar sig själv i relation till matematikämnet, exempelvis som kompetent, osäker, engagerad eller passiv.

Analysen har omfattat både muntliga och skriftliga elevuttryck, särskilt från intervjuer och reflektionsuppgifter. Exempelvis uppmärksammades hur elever formulerade sina erfarenheter av problemlösning: om de uttryckte tilltro till sin förmåga, hur de beskrev uppgifterna (som

utmanande eller meningsfulla), och vilka begreppsliga resurser de använde. För att säkerställa en strukturerad tillämpning av analysen har även Sfards (2008) diskurskomponenter organiserats i en särskilt utformad kodningsmall. Denna återfinns i Bilaga H.

Sammanvägning av ramverk

De två teoretiska ramverken har använts parallellt men med olika analytiska fokus. Lithners (2008) modell har möjliggjort en kategorisering av resonemang utifrån deras kognitiva karaktär, medan Sfards (2008) diskursperspektiv har gett fördjupad förståelse för hur dessa resonemang uttrycks, förhandlas och formas språkligt och socialt. Genom att kombinera dessa ramverk har analysen kunnat synliggöra inte bara vad eleverna gör när de löser matematiska problem, utan även hur de talar om och värderar sitt deltagande i matematikundervisningen.

Resultat

Syftet med denna studie var att undersöka vilka matematiska resonemang som framträder när elever i årskurs 3 arbetar med problemlösning, samt hur de beskriver och värderar sitt arbete med problemlösning i matematikundervisningen. Genom att ge eleverna utrymme att aktivt delta och verbalisera sina strategier, erfarenheter och reflektioner kring problemlösningsuppgifter har studien syftat till att synliggöra deras delaktighet i undervisningen och belysa deras inställning till problemlösning.

I denna studie presenteras resultaten från sex elever i årskurs 3, vilka visar variation i matematiska resonemang och hur de beskriver och värderar sitt arbete med problemlösning. Eftersom varje elev uppvisar unika mönster i sitt tänkande, språkbruk och självpositionering, redovisas resultaten individuellt. Detta urval från datagenereringen är medvetet valt för att illustrera den mångfald och komplexitet som präglar elevernas lärandeprocesser och engagemang i matematikundervisningen. Resultaten visar att elevernas matematiska resonemang varierar mellan imiterande resonemang (IR) och kreativt resonemang (KR), i linje med Lithners (2008) teoretiska ramverk som beskriver hur olika typer av resonemang kan uppstå i problemlösningssituationer. Flera elever utvecklade sina strategier över tid, från en mekanisk tillämpning av kända metoder till mer utforskande och motiverade angreppssätt. Problemlösning utgör således ett sammanhang där elever kan röra sig mellan olika typer av resonemang och där kreativt tänkande främjas.

Genom Sfards (2008) diskursperspektiv framkommer även hur elevernas språkbruk, erfarenheter och självpositionering påverkar deras engagemang i matematik. Vissa elever uttrycker osäkerhet och förlitar sig på bekanta mönster, medan andra uppvisar självförtroende och använder ämnesspecifikt språkbruk för att reflektera över sina strategier. Dessa individuella skillnader belyser hur kognitiv utveckling och diskursiv delaktighet samspelar i elevernas lärande. Längre ner i resultatdelen appliceras både Lithners (2008) ramverk för matematiskt resonemang och Sfards (2008) diskursperspektiv på den genererade empirin. Genom att analysera elevtexter, intervjuer och observationer var för sig för varje elev, möjliggörs en fördjupad förståelse av hur de olika typerna av resonemang och språkbruk yttrar sig i praktiken. Detta anslag bidrar till att synliggöra både de kognitiva processerna och de diskursiva aspekterna i elevernas matematikarbete, vilket understryker komplexiteten i deras lärande och hur undervisningen kan anpassas för att stödja deras utveckling som problemlösare.

Genom att redovisa resultaten på detta sätt ges en nyanserad förståelse för hur elever i årskurs 3 tänker om, talar om och positionerar sig i relation till matematik och problemlösning. Detta kan i sin tur bidra till att utveckla undervisningspraktiker som stödjer elevernas utveckling som aktiva och reflekterande problemlösare.

Elev A

Fältanteckningar och observationer
Elev A visade ett intresse för problemlösningsuppgifterna och arbetade metodiskt med att rita och strukturera informationen. Eleven var aktiv i samarbetet med kamrater och uttryckte att det var till hjälp för att hitta nya sätt att lösa uppgifter. Under uppgifterna kunde eleven ibland behöva stöd för att komma vidare, men visade en vilja att försöka ompröva och räkna om vid behov.

Reflektionsuppgift
Elev A beskrev sin lösningsprocess med att först rita upp godisbitar och påsar för att visualisera uppgiften. Eleven reflekterade över olika sätt att dela upp talet tolv i tre påsar och använde addition som huvudsakligt räknesätt. Hen uppgav att inga större förändringar gjordes under arbetets gång och att samarbetet med en kompis gav nya insikter och lösningsstrategier. Eleven uttryckte att hen inte alltid kunde förklara varför svaret var rätt, men förstod sambandet mellan talen i lösningen.

Intervju
Elev A beskrev flera strategier för problemlösning, där konkretisering och ritande var viktiga verktyg. Eleven kunde resonera kring olika lösningar av samma problem, som exempelvis hur tolv godisbitar kunde fördelas i tre påsar med olika antal. Eleven uttryckte att problemlösningen ibland kändes svår men att rita och samarbeta hjälpte. Vid fastkörning löste eleven detta genom att räkna om eller be om hjälp. Eleven ansåg problemlösning inom matematik vara roligt och visade en positiv inställning till utmaningar. När det gällde uppgiften med att bygga torn av klossar blev det tydligt att en konkretisering i form av ritande var avgörande för att förstå uppgiften och komma fram till en lösning. I uppgiften med hästar och kycklingar använde eleven flera räknesätt och visade en vilja att utforska uppgiften från olika vinklar.

Elev B

Fältanteckningar och observationer
Elev B visade ett stort engagemang i problemlösningsuppgifterna och kunde räkna fram flera olika lösningar på samma uppgift. Eleven arbetade med ritande och addition som sina huvudsakliga strategier. Vid svårare uppgifter som tornbygget visade eleven en tydlig medvetenhet om problemets komplexitet och beskrev hur hen löste det genom att tänka självständigt efter en period av funderande. Eleven uttryckte också att det kunde vara svårt att förstå andras lösningar under gemensam redovisning, vilket kan tyda på behov av ytterligare stöd i att tolka och kommunicera matematiska resonemang.

Reflektionsuppgift
I reflektionsuppgiften beskrev Elev B att hen började med att räkna och bygga klossar, och att inga förändringar gjordes under arbetets gång. Eleven uppgav att hen samarbetade med en kompis, vilket hjälpte till att hitta nya lösningssätt. Eleven var osäker på varför svaret blev rätt men kunde ändå utföra flera lösningar och uttryckte osäkerhet inför vad hen lärt sig och vad

som kunde provas nästa gång. Eleven redovisade flera lösningar och exemplifierade sitt tänkande genom enkla additionstal.

Intervju
Elev B kunde beskriva sina tankar kring de olika uppgifterna med godisbitar, torn och djur på ett konkret sätt. Eleven använde främst addition och ritade för att lösa uppgifterna, men visade också förståelse för varför vissa lösningar fungerade. Tornuppgiften upplevdes som den svåraste och krävde extra tanke och egen reflektion för att komma fram till en lösning. Eleven beskrev att problemlösning är roligt men att vissa uppgifter, som de med klossar, inte var lika uppskattade. Vidare uttryckte eleven att textuppgifter är svårare än rena räkneuppgifter, och att eleven ofta försöker förstå genom att läsa om frågorna flera gånger. Samarbete med kamrater nämndes som ett stöd i problemlösningsprocessen.

Elev C

Fältanteckningar och observationer
Elev C arbetade med problemlösningsuppgifterna genom att rita och använda addition som sin huvudsakliga strategi. Eleven kunde hitta flera lösningar på godisuppgiften och visade en vilja att visualisera problemen, även när det innebar att rita upp noll i en påse. I den svårare tornuppgiften upplevde eleven initial förvirring, men löste den efter samarbete med en bänkkamrat och egen eftertanke. Eleven hade också stöd från läraren vid uppgiften med djuren och benantal. Samarbete med klasskamrater ansågs viktigt för att förstå och komma vidare i arbetet. Eleven uttryckte att det ibland var svårt att veta hur man skulle börja, men att ritande och gemenskap gjorde problemlösningen rolig.

Reflektionsuppgift
Elev C beskrev att hen började med att räkna och rita för att förstå uppgifterna, bland annat med addition av olika antal godisbitar och ben. Under arbetet gjordes få ändringar, men några felaktiga uträkningar korrigerades snabbt. Eleven pratade med en kompis, vilket ledde till nya lösningar och förståelse. Eleven kunde inte helt förklara varför svaren blev rätt men visste att hen hade räknat korrekt. Lärdomar från uppgiften var otydliga, men det fanns en viss förståelse för multiplikation och addition.

Intervju
Elev C kunde redogöra för sina tankar kring problemlösningsuppgifterna på ett enkelt och konkret sätt. Eleven förklarade att hen tänkte stegvis, ofta genom att rita och räkna addition. Vid uppgiften med tre påsar godisbitar kunde eleven identifiera fem olika lösningar och förklarade hur en påse kunde vara tom. Tornuppgiften var svår att förstå till en början men blev klar efter diskussion med en kompis och egen eftertanke. Uppgiften med djur och ben löstes med lärarens hjälp och ritande. Eleven uttryckte att det var roligt att lösa problem eftersom det fick innehålla ritande och att samarbetet med andra var viktigt för att förstå. Eleven uppskattade variationen i matteuppgifter och upplevde att genomgångar hjälpte.

Elev D

Fältanteckningar och observationer
Elev D började problemlösningsuppgifterna med att använda addition för att dela upp tal, till exempel sju plus tre plus två är lika med tolv. Eleven provade olika kombinationer av hästar och kycklingar för att få rätt antal ben i hagen och testade flera olika taluppdelningar. Under arbetet ändrades vissa lösningar men inga större fel uppstod. Eleven samarbetade med flera kamrater och visade förmåga att använda både addition och multiplikation som räknesätt. Tornuppgiften upplevdes som den svåraste, men eleven använde ritande för att strukturera sina lösningar och kunde även använda noll som antal klossar efter tips från en kompis. Eleven uttryckte glädje över problemlösning och hade en positiv inställning till matematik.

Reflektionsuppgift
Elev D beskrev att hen började med att räkna och rita godisbitar i olika påsar med varierande antal. Under arbetet gjordes några försök med olika taluppdelningar, och eleven nämnde samarbete som en viktig del för att hitta nya lösningar, bland annat att använda noll i tornuppgiften. Eleven kunde förklara varför svaret blev rätt, till exempel att summan i tre påsar blev tolv och att antalet ben blev 20 i djuruppgiften. Eleven uttryckte en vilja att prova andra sätt att räkna nästa gång.

Intervju
Elev D kunde konkret beskriva sina tankar kring varje uppgift och visa hur addition och ritande hjälpte hen att lösa problemen. Hen nämnde flera olika sätt att dela upp tal, ritade godisbitar och klossar, och förstod varför summorna blev rätt. Tornuppgiften var den mest utmanande, särskilt att förstå hur noll kunde användas som antal klossar, vilket eleven lärde sig av en kompis. Eleven upplevde det lätt att följa andras lösningar och tyckte att det var roligt att lösa problem, även om det kunde vara lite läskigt att redovisa sina tankar. Eleven hade en positiv inställning till matematik och såg fram emot att utveckla sina räknesätt.

Elev E

Fältanteckningar och observationer
Elev E visade en god förståelse för uppgifterna och använde flera olika räknesätt, såsom addition, multiplikation och division, för att lösa problemen. Eleven arbetade strukturerat och ritade tydliga bilder och uppställningar, även om hen uttryckte att ritande inte var särskilt uppskattat. I uppgiften med djuren använde eleven multiplikation för att räkna antal ben och kunde resonera logiskt kring sina val. Vid samarbete bidrog eleven med lösningar och diskuterade olika möjligheter med sina kamrater. Tornuppgiften löstes med både logik och räknestrukturer, och eleven använde noll som en möjlig våning efter att ha prövat flera alternativ.

Reflektionsuppgift
I reflektionsuppgiften beskrev Elev E att hen började med att identifiera vilket tal som tillsammans med sju blir tolv. Eleven visade flera olika uppdelningar av tal och använde både addition och multiplikation i sina resonemang. Samarbete med kamrater bidrog till att hitta

fler lösningar. Eleven uppgav att inget gick fel under arbetet och att hen inte behövde testa andra sätt. Vid frågan om vad som lärdes av uppgiften uttryckte eleven att hen redan kunde allt och att de troligtvis hittade alla lösningar tillsammans.

Intervju
Elev E kunde tydligt redogöra för hur uppgifterna löstes och visade god förståelse för både problem och lösningar. I uppgiften med godisbitar använde eleven både division och addition samt ritade lösningar för att få överblick. Tornuppgiften löstes med logik och struktur, och eleven angav flera möjliga kombinationer för att nå summan tio med avtagande antal klossar. I uppgiften med djuren använde eleven multiplikation och kunde snabbt se vilka kombinationer som gav totalt 20 ben. Eleven tyckte att problemlösning var roligt men uttryckte en motvilja mot ritande. Det framkom även att eleven kunde känna svårighet i att följa klasskamraters resonemang vid redovisningar, vilket tyder på behov av stöd i att tolka och jämföra olika lösningar. Samtidigt visade eleven ett analytiskt tänkande och en vilja att hitta fler lösningar om mer tid funnits tillgänglig.

Elev F

Fältanteckningar och observationer
Elev F visade viss osäkerhet inför uppgifterna och behövde tid att förstå vad som efterfrågades, särskilt i början. Eleven började med att rita och använde det som ett stöd i sitt tänkande. Vid godisuppgiften tolkades instruktionerna felaktigt inledningsvis, vilket ledde till att eleven försökte multiplicera tolv med tre. Efter viss reflektion justerade eleven sitt tänkande och hittade korrekta lösningar, bland annat med uppdelningar som nio plus tre plus noll. I klossuppgiften ritade eleven flera olika lösningar med varierande lutningar på tornen. Vid uppgiften med djuren använde eleven både ritning och enkel addition, men uttryckte osäkerhet kring om lösningen var rätt. Samarbetet med klasskamrater bidrog till förståelse och idéutbyte. Eleven har behov av stöd i att tolka textuppgifter och säkerställa förståelsen för uppgifternas villkor.

Reflektionsuppgift
Elev F beskrev att hen började med att rita godispåsar och godisbitar samt en häst och en kyckling i uppgiften med djur. Eleven angav att inga fel uppstod, men att hen senare gjorde på ett annat sätt. Samarbete förekom, men det framkom inte vad kamraternas bidrag ledde till. I reflektionen uttryckte eleven att hen inte visste om svaret var rätt, och att det inte alltid behövs ritas snyggt. Det tyder på en viss självreflektion kring hur mycket form kontra innehåll betyder i problemlösningsprocessen.

Intervju
I intervjun framkom att eleven initialt missförstod uppgiften med godispåsarna och trodde att det skulle vara tolv godisar i varje påse, vilket ledde till en felaktig multiplikationsstrategi. Efter en stund lyckades eleven identifiera en korrekt lösning genom att dela upp talet tolv i olika summor. Eleven använde addition som räknesätt men kunde inte benämna det som "addition" vid tillfället. Vid klossuppgiften visade eleven på god visualisering genom att rita

olika torn med varierande former, men tyckte det var svårt att förklara sina tankegångar. I djuruppgiften behövdes viss korrigering innan rätt lösning hittades, och eleven ritade djuren för att förstå uppgiften bättre. Problemuppgifter upplevdes som "lite svåra", särskilt de som var textbaserade. Eleven uppskattade rituella moment men uttryckte osäkerhet kring lösningarnas korrekthet. Det var lättare att själv redovisa sina lösningar än att följa andras. Eleven uttryckte att det var roligt att rita och fundera, men att det hade behövts mer tid för att känna sig helt klar med uppgifterna.

Analysresultat

Denna del presenterar resultaten utifrån studiens syfte: att undersöka vilka matematiska resonemang som framträder när elever i årskurs 3 arbetar med problemlösning, samt hur elever beskriver och värderar sitt arbete med problemlösning i matematikundervisningen. Analysen är organiserad utifrån dessa två forskningsfrågor.

Vilka typer av matematiska resonemang framträder vid problemlösning?

Resultaten visar att elever i årskurs 3 använder både imiterande resonemang (IR) och kreativa resonemang (KR) enligt Lithners (2008) modell när de arbetar med problemlösning, vilket besvarar studiens första forskningsfråga om vilka matematiska resonemang som framträder. Resonemangen utvecklas ofta under uppgifternas gång, där flera elever rör sig från en mekanisk tillämpning av kända metoder till mer utforskande och motiverade strategier. Flera elever uppvisar inledningsvis ett tydligt imiterande resonemang. Elev A illustrerar detta i uppgiften om godispåsarna, där hen delar godiset i tre lika delar trots att uppgiften kräver olika fördelning: ”Jag delade godiset i tre lika delar, fast det skulle vara olika i varje.” Ett liknande mönster återfinns hos elev D, som beskriver: ”Jag minns att det var tre godisar var när vi gjorde sånt förut. Jag gjorde så igen.” Båda exemplen visar att eleverna förlitar sig på tidigare erfarenheter utan att reflektera över deras relevans i det aktuella sammanhanget. Resonemangen präglas av igenkänning än av djupare analys och mer av upprepning än av verkligförståelse.

I kontrast till detta visar andra elever en tydlig utveckling mot mer kreativa resonemang. Elev B inleder med en mekanisk strategi, men övergår successivt till ett utforskande arbetssätt i uppgiften om ben i hagen: ”Jag provade med två hästar, sen en till, sen räknade benen. Sen ändrade jag igen tills det blev 20.” Här prövas olika lösningsvägar systematiskt, vilket visar på ett mer reflekterat och flexibelt angreppssätt. Elev E visar en liknande progression. Hen inleder med att testa en enkel metod men förändrar strategin när den inte fungerar: ”Jag ritade olika djur och kollade om benen stämde. Det blev fel först, men jag såg att två hästar blir åtta ben.” Även här sker en övergång från imiterande till kreativt resonemang, där eleven genom visualisering och prövning utvecklar förståelse för uppgiftens struktur. Hos vissa elever framträder kreativa resonemang redan från början. Elev C tillämpar ett motiverat och reflekterande angreppssätt där visuella representationer används för att undersöka lösningen:

”Jag ritade först hur många ben varje djur har, sen räknade jag ihop alla. Då såg jag vad som blev för mycket eller för lite.” På liknande sätt visar elev F ett välstrukturerat och begreppsligt förankrat resonemang: ”Jag använde multiplikation för att räkna hästarnas ben och jämförde det med målet. Sen testade jag kycklingarna.” Dessa elever visar en hög grad av självständighet och metakognitiv medvetenhet, där de inte enbart söker en lösning utan också motiverar och förklarar sina val. Resultaten visar att elevernas resonemang varierar både mellan individer och över tid, och att många elever rör sig från imiterande till kreativa strategier inom samma uppgift. Detta tyder på att problemlösning fungerar som en arena där elever utvecklar sitt matematiska tänkande genom prövning, reflektion och dialog.

Hur beskriver och värderar eleverna sitt arbete med problemlösning?

För att besvara forskningsfråga två, om hur elever beskriver och värderar sitt arbete med problemlösning, har Sfards (2008) diskursperspektiv tillämpats. Genom att analysera ord, narrativ, rutiner och identifiering framträder skillnader i hur elever deltar i den matematiska diskursen och positionerar sig själva som lärande subjekt. Elever som främst använder imiterande resonemang, såsom A och D, uppvisar ett mer begränsat språkbruk och uttrycker osäkerhet inför uppgiften. Elev A säger exempelvis: ”Jag visste inte hur jag skulle börja.” Eleven följer rutiner utan större reflektion och positionerar sig som passiv i lärsituationen. Elev D använder främst vardagligt språk och kopplar uppgiften till tidigare erfarenheter: ”Vi gjorde så förut.” Narrativen blir återberättande snarare än analyserande, och eleven positionerar sig som någon som gissar snarare än som en aktiv problemlösare.

Hos elever som utvecklar mer kreativa resonemang syns däremot en tydligare tilltro till den egna förmågan och ett rikare matematiskt språk. Elev B beskriver: ”Jag testade tills jag förstod.” Här framträder ett narrativ om lärande som en process av prövning och utveckling. Elev E uttrycker på liknande sätt reflektion och självtillit: ”Först blev det fel, men sen såg jag att två hästar blir åtta ben.” Hen ser sina misstag som en del av lärandet och positionerar sig som en aktiv problemlösare. Elev C använder flera ämnesspecifika termer, såsom ”kombinera” och ”ben”, och beskriver sitt arbete med tydlig struktur: ”Jag såg vad som blev för mycket eller för lite.” Eleven positionerar sig som nyfiken och analytisk, medan elev F visar ett än mer avancerat språkbruk och ett tydligt ägarskap över sitt lärande: ”Det var som matte vi gjort innan, men jag gjorde det på mitt sätt.” Här synliggörs en stark identifiering med matematikämnet och en upplevelse av kompetens och självständighet. Resultaten visar därmed att elevernas språkliga deltagande och självpositionering hänger nära samman med vilken typ av resonemang de använder, vilket besvarar forskningsfråga 2. Elever som deltar aktivt i den matematiska diskursen tenderar också att utveckla mer kreativa resonemang, medan de som använder imiterande strategier ofta beskriver sig själva som osäkra eller beroende av lärarens stöd. Resultaten visar därmed att elevernas språkliga deltagande och självpositionering hänger nära samman med vilken typ av resonemang de använder. Elever som deltar aktivt i den matematiska diskursen utvecklar i högre grad kreativa resonemang, medan de som använder imiterande strategier ofta upplever osäkerhet och beroende av stöd.

Diskussion

I detta avsnitt diskuteras först studiens metodologiska val och begränsningar. Därefter analyseras resultaten i relation till tidigare forskning, det teoretiska ramverket samt studiens syfte, som är att fördjupa förståelsen av de mönster som framkommit i resultaten och att tolka vad dessa kan säga om elevers matematiska resonemang och deras sätt att delta i problemlösningssituationer. Avsnittet avslutas med en sammanfattande slutsats och förslag på framtida forskningsinriktningar.

Metoddiskussion

Med utgångspunkt i studiens syfte, har ett kvalitativt angreppssätt ansetts mest ändamålsenligt. Ett sådant angreppssätt lämpar sig väl när målet är att förstå och tolka individers upplevelser, handlingar och mening i ett socialt sammanhang (Fejes & Thornberg, 2019; Trost, 2014). Den tidigare forskningen visar på vikten av att fånga elevers egna perspektiv och resonemang, vilket kräver en metod som möjliggör insyn i både deras tänkande och språkliga uttryck (Taflin, 2007; Lithner, 2008; Sfard, 2008). Denna metodologiska inriktning syftar inte till att generalisera resultaten, utan till att fördjupa förståelsen för hur elever uppfattar och arbetar med problemlösning i praktiken. Detta ligger också i linje med styrdokumentens betoning på elevdelaktighet och meningsfullt lärande (Skolverket, 2022; SFS, *Svensk författningssamling* 2010:800).

I följande avsnitt redogörs därför för de val som gjorts gällande metod, generering av data och analys, samt hur dessa val bidrar till att besvara studiens forskningsfrågor.

För att systematisera analysen användes två kodningsmallar, vilka utgör centrala verktyg i studiens bearbetning av empiriskt material. Den ena mallen, baserad på Lithners (2008) modell, fokuserade på att kategorisera elevernas resonemang som antingen imiterande resonemang (IR) eller kreativa resonemang (KR). Denna mall hjälpte till att identifiera och motivera kodningen av olika strategier som eleverna använde, såsom algoritmbaserade metoder, mönsterigenkänning eller prövande försök. Den andra mallen utgick från Sfards (2008) diskursperspektiv och användes för att analysera elevernas språkliga uttryck. Här kodades exempelvis ordval, narrativ, rutiner och hur elever positionerade sig i samtalet, vilket gav insikt i elevernas aktiva eller reflekterande roller i matematikdiskursen. Vid val av de uppgifter eleverna skulle arbeta med valdes medvetet både öppna och icke-rutinmässiga matematiska uppgifter, vilket enligt Taflin (2007) och de Ron (2023) är gynnsamt för att stimulera kreativt och reflekterande tänkande. Genom att låta eleverna arbeta med sådana uppgifter har möjligheten funnits att observera ett brett spektrum av resonemangstyper och språkliga uttryck, vilket bidrar till att studien kan ge nyanserade insikter i hur problemlösning kan gestalta sig i årskurs 3.

Intervjuerna som metod har varit centrala för att fånga elevernas egna perspektiv och språkbruk. Genom att låta eleverna beskriva sina strategier och tankar har studien fått tillgång till deras metakognitiva processer, något som är svårt att erhålla enbart genom observationer

eller skriftliga uppgifter. Samtidigt kan barn i denna ålder ha en begränsad förmåga att verbalisera sina tankar och resonemang, vilket utgör en potentiell metodologisk begränsning. Forskning visar att yngre barn ofta har svårigheter att uttrycka sina erfarenheter och tankegångar i ord, vilket kan påverka intervjumaterialets djup och tillförlitlighet (Morgan, 2007). För att motverka detta har intervjuerna genomförts i semistrukturerad form, vilket möjliggör följdfrågor och en mer dialogisk samtalsform som stödjer elevernas uttrycksförmåga. En sådan flexibel intervjuteknik, där frågorna anpassas efter deltagarnas språkliga och kognitiva förutsättningar, betonas även av Kvale och Brinkmann (2014) som central för att främja en reflekterande och autentisk kommunikation. Det kvalitativa angreppssättet, med närhet till deltagarna, förutsätter dessutom att undersökaren är medveten om sin egen roll i datagenereringen och tolkningsprocessen (Trost, 2014).

En annan begränsning är det relativt lilla urvalet, vilket gör att resultaten inte kan generaliseras till en bredare population. Fokus har istället legat på att göra en djupgående kvalitativ analys av få elever, vilket är förenligt med studiens undersökande karaktär (Fejes & Thornberg, 2019). För att öka studiens trovärdighet har flera datakällor använts, såsom observationer, reflektionsuppgifter och intervjuer. Denna form av metodtriangulering är särskilt relevant i kvalitativa studier då den möjliggör belysning av ett fenomen ur flera perspektiv, vilket stärker analysens trovärdighet och djup (Dimenäs, 2021). Analysen av elevernas resonemang utifrån Lithners (2008) modell har visat sig vara användbar, men även något utmanande. Vissa resonemang kunde vara svårtolkade, särskilt när eleverna blandade element av både imiterande och kreativa strategier inom samma lösning. Detta pekar på behovet av att komplettera modellen med ett språkligt perspektiv, vilket Sfards (2008) diskursanalys har bidragit med. Tillsammans har dessa teoretiska ramverk och tillhörande kodningsmallar gett en djupare förståelse av elevers matematiska tänkande och uttryck.

Det är viktigt att reflektera över undersökarens roll i studien. Som intervjuare och observatör har hen varit aktivt närvarande i interaktionen med eleverna, vilket kan påverka hur eleverna uttrycker sig och agerar. I kvalitativ forskning är undersökaren själv ett verktyg i processen, och det kräver en reflexiv hållning där medvetenhet om den egna påverkan är central (Trost, 2014). En kvalitativ ansats med en kombinerad analysmodell och systematiska kodningsmallar har gjort det möjligt att belysa komplexa och flerdimensionella aspekter av elevers problemlösning. Begränsningarna i urval och elevers verbaliseringsförmåga bör tas i beaktande vid tolkning av resultaten, men studien bidrar ändå med insikter som kan ligga till grund för vidare forskning och utveckling av undervisningspraktik.

Resultatdiskussion

Genom att kombinera Lithners (2008) modell för resonemangstyper med Sfards (2008) diskursperspektiv har det varit möjligt att belysa både elevernas kognitiva och språkliga deltagande i matematikundervisningen. Detta överensstämmer med de Ron (2023) och Taflin (2007), som betonar att problemlösning inte enbart är ett verktyg för att nå rätt svar, utan en process där förståelse, reflektion och kommunikation står i centrum.

Resultaten visar att eleverna använder en variation av strategier, där flera utvecklas från imiterande (IR) till kreativa resonemang (KR). Elever som använder KR, såsom C och F, uttrycker sig med ett mer ämnesspecifikt språk och uppvisar tecken på begreppslig förståelse, vilket stöder Sfards (2008) tes om att lärande sker genom deltagande i en matematisk diskurs, där språkligt deltagande är en indikator både på förståelse och på elevens identitet. Elever som främst använder IR, såsom A och D, tenderar att inta en mer passiv och reproducerande roll och använder ofta vardagliga uttryck för att beskriva sitt arbete, vilket tyder på begränsat deltagande i den matematiska diskursen (Bessoondyal, 2017).

En viktig iakttagelse är att resonemangen ofta förändras under problemlösningens gång. Flera elever (t.ex. B och E) inleder med imiterande strategier men övergår successivt till mer kreativa och utforskande angreppssätt. Detta bekräftar Lithners (2008) antagande att öppna uppgifter kan stimulera övergången från IR till KR och stöds av Taflin (2007), som framhåller att uppgifter utan givna lösningsmönster skapar utrymme för kreativitet och utforskande. Även de Ron (2023) och Yayuk et al. (2020) betonar att elever som ges möjlighet att pröva olika strategier utvecklar en djupare förståelse.

Resultaten indikerar att utvecklingen från imiterande till kreativa resonemang inte enbart är en kognitiv process, utan även en språklig och social sådan. När elever får möjlighet att formulera sina tankar, pröva idéer och motivera sina val skapas förutsättningar för djupare förståelse och engagemang i matematik. Problemlösning kan därför ses som en central arena för utveckling av både matematiskt tänkande och diskursivt deltagande. Genom att uppmuntra elever att samtala om sina strategier, förklara sina val och reflektera över sina misstag kan undervisningen främja övergången mot mer kreativa och meningsskapande former av matematiskt resonemang.

Vidare visar resultaten att elevernas inställning till problemlösning påverkas positivt när de får samarbeta och pröva sina idéer i en tillåtande miljö. Flera elever uttryckte att det var "roligt att tänka om", även när lösningen inte blev korrekt direkt, vilket överensstämmer med de Ron (2023), som framhåller att elever bör uppleva problemlösning som meningsfull och intellektuellt stimulerande. Studien stöder även Nieuwoudt (2015), som framhåller att lärarens aktiva vägledning och erbjudande av strukturerade strategier kan stärka både självförtroende och problemlösningsförmåga.

Sammantaget visar resultaten att elever i årskurs 3 uppvisar en bred variation av matematiska resonemang under problemlösningsaktiviteter. Elever som använder imiterande resonemang tenderar att inta en passiv och reproducerande roll, medan elever med kreativa resonemang uppvisar aktivt deltagande, reflektion och tilltro till sin förmåga. Detta tyder på att utvecklingen från IR till KR är både en kognitiv, språklig och social process, där deltagande i matematikdiskursen är avgörande för lärande.

Slutligen bör studiens tidsmässiga kontext beaktas. Eleverna befann sig i sin första termin i årskurs 3, vilket innebär att de ännu inte förväntas uppnå de kunskapskrav som gäller vid slutet av året (Skolverket, 2024). Detta kan ha påverkat resultaten, då elevernas resonemang

och språkliga uttryck sannolikt befinner sig i en utvecklingsfas. Att vissa elever främst använde imiterande strategier kan därför förstås som en naturlig del av lärandeprocessen snarare än ett tecken på bristande förståelse. Tidsaspekten understryker vikten av att se elevers resonemang som något som utvecklas över tid, i takt med att undervisningen ger fler möjligheter till reflektion och språklig fördjupning.

Slutsats

Denna studie har undersökt hur elever i årskurs 3 resonerar matematiskt vid problemlösning, samt hur de beskriver och värderar sitt arbete med problemlösning i undervisningen. Genom att kombinera Lithners (2008) modell för matematiska resonemang med Sfards (2008) diskursperspektiv har studien kunnat belysa både det kognitiva och det språkliga deltagandet i matematikundervisningen. Resultaten visar att eleverna använder en variation av strategier, där både imiterande (IR) och kreativa resonemang (KR**)** förekommer. Flera elever rör sig mellan dessa kategorier under arbetets gång, vilket tyder på att problemlösningsuppgifter med öppet utforskande innehåll kan stödja utvecklingen av mer avancerade, motiverade och flexibla strategier. Samtidigt visar resultaten att elevers språkliga uttryck och identifikation i den matematiska diskursen har stor betydelse för hur de närmar sig problemlösningen. Elever som använder ett ämnesspecifikt språk och uttrycker tilltro till sin förmåga tenderar att också använda mer kreativa resonemang och ta en aktiv roll i problemlösningsprocessen.

En viktig slutsats är att problemlösning inte bara utvecklar elevers matematiska tänkande utan också deras självbild och relation till ämnet. När elever får arbeta undersökande, uttrycka sina tankar och samarbeta med andra, stärks både deras förståelse och deras engagemang. Därför bör undervisning i tidiga skolår inte begränsas till färdighetsträning och procedurer, utan även inkludera samtal, reflektion och öppna problem som inbjuder till utforskning och diskussion. Studiens bidrag ligger i att den tydliggör hur resonemang och diskurs samverkar i matematiklärande redan på lågstadiet, och hur undervisningen kan stödja denna utveckling genom medvetna didaktiska val. För att ytterligare förstå och främja denna utveckling behövs fortsatt forskning som följer elever över tid och som inkluderar fler klassrumssituationer samt lärarperspektiv.

Framtida forskning

Denna studie har bidragit till en ökad förståelse för vilka typer av matematiska resonemang elever i årskurs 3 använder vid problemlösning, samt hur de beskriver och värderar sitt arbete. För att fördjupa kunskapen inom detta område finns flera möjliga riktningar för framtida forskning. En viktig inriktning är att undersöka hur olika former av stöd från lärare och kamrater påverkar elevers utveckling av kreativa resonemang. Studien visade att både imiterande och kreativa resonemang förekommer parallellt, vilket Lithner (2008) framhåller som centralt i förståelsen av matematiskt lärande. Vidare lyfter D'Arcy och Olsson (2021) betydelsen av att lärare aktivt arbetar med att skapa undervisningsmiljöer där elever får möjlighet att resonera fritt, pröva idéer och reflektera kring sina strategier. Framtida studier

kan därför fokusera på vilka undervisningspraktiker och återkopplingsformer som bäst främjar övergången från imiterande till kreativt tänkande.

Vidare kan framtida forskning undersöka hur elevers metakognitiva strategier påverkar deras problemlösningsförmåga. Bessoondyal (2017) visar att elever med särskilda svårigheter i matematik gynnas av att utveckla medvetenhet om sina egna tankeprocesser och strategier. En djupare förståelse av hur yngre elever kan tränas i att reflektera över sitt lärande skulle kunna bidra till mer inkluderande undervisningsmodeller, något som även SPSM (2023) betonar som nödvändigt för att möta elevers individuella förutsättningar.

Därtill kan framtida forskning undersöka elevers utveckling över tid, för att följa hur deras självbild som matematiker och engagemang i problemlösning förändras, Skolverket (2022) framhåller vikten av att elever upplever matematik som meningsfull och möjlig att påverka genom eget tänkande. Långsiktiga studier kan därför bidra till ökad förståelse för hur undervisningen kan anpassas för att stärka både kunskap, motivation och självförtroende. Det finns även ett behov av att fördjupa kunskapen om undervisningens praktik. Boesen et al. (2014) samt Smith och Stein (2014) visar att det ofta finns en skillnad mellan den tänkta och den faktiska undervisningen, särskilt när det gäller att stimulera elevernas resonemang. Framtida forskning kan därför undersöka hur lärarens roll och sätt att leda matematiska diskussioner påverkar elevernas deltagande, något som även belyses av Shaughnessy et al. (2021). Ytterligare en forskningsinriktning är att bredda datagenereringen. Genom att inkludera fler elever och använda metoder som intervjuer, videoobservationer och elevreflektioner kan forskningen ge en mer nyanserad bild av de individuella och sociala processer som präglar problemlösningsarbetet (Bryman, 2018; Morgan, 2007). En sådan ansats kan även bidra till att synliggöra hur kommunikativa och kulturella faktorer samspelar i klassrummet (Säljö, 2014; Sfard, 2008).

Slutligen vore det relevant att undersöka hur elever med olika bakgrund och i olika skolmiljöer utvecklar matematiska resonemang. Skolverket (2018, 2024) och Skolinspektionen (2018) betonar vikten av att undervisningen främjar delaktighet och likvärdighet. Forskning som tar hänsyn till elevernas kulturella och språkliga mångfald, i linje med De Ron (2023) och Yayuk et al. (2020), kan bidra till en mer rättvis och inkluderande matematikundervisning. Sammanfattningsvis finns det således ett behov av forskning som belyser hur undervisningens utformning, sociala interaktioner och individuella faktorer tillsammans påverkar elevers matematiska resonemang. Genom att kombinera kvantitativa och kvalitativa metoder (Eriksson Barajas et al., 2013; Fejes & Thornberg, 2019) kan framtida studier bidra med både bredd och djup i förståelsen av hur elever utvecklar sina strategier, sitt självförtroende och sin kreativitet i problemlösning.

Referenslista

Bessoondyal, H. (2017). *Meta-Cognitive Strategies in Problem Solving for Children with Learning Difficulties in Mathematics at the Primary Level*. Hämtad: https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ1237133.pdf

Boesen, J., Helenius, O., Bergqvist, E., Bergqvist, T., Lithner, J., Palm, T., & Palmberg, B. (2014). Developing mathematical competence: From the intended to the enacted curriculum. *The Journal of Mathematical Behavior, 33*(1), 72–87. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2013.10.001

Bryman, A. (2018). *Samhällsvetenskapliga metoder* (3 uppl.). Liber.

D'Arcy, D. & Olsson, J. (2021). *Kreativa resonemang i matematikundervisningen: Forskningsrön i praktiken*. Studentlitteratur.

De Ron, A. (2023). *Problemlösning i matematikdidaktik och lärarutbildning: ett mångdisciplinärt utforskande och affirmativ kritik*. Diss. (sammanfattning) Stockholms universitet, 2023.

Dimenäs, J. (2021). *Vetenskapliga arbeten i utbildningsvetenskap*. Studentlitteratur.

Eriksson Barajas, K., Forsberg, C. & Wengström, Y. (2013). *Systematiska litteraturstudier i utbildningsvetenskap: vägledning vid examensarbeten och vetenskapliga artiklar*. (1 uppl.). Natur & Kultur.

Fejes, A., & Thornberg, R. (Red.). (2019). *Kvalitativ forskning och vetenskapsteori*. Studentlitteratur.

Kvale, S., & Brinkmann, S. (2014). *Den kvalitativa forskningsintervjun*. Studentlitteratur.

Larsson, M. & Ryve, A. (2018). Matematiklärarens roll i strukturerade problemlösningslektioner. I O., Helenius & M., Johansson (Red.), *Att bli lärare i matematik* (s. 39–60). Liber.

Liljedahl, P. (2016). Building Thinking Classrooms: Conditions for Problem-Solving. In: Felmer, P., Pehkonen, E., Kilpatrick, J. (eds) *Posing and Solving Mathematical Problems. Research in Mathematics Education*. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-319-28023-3_21

Lithner, J. (2008). A Research Framework for Creative and Imitative Reasoning. *Educational Studies in Mathematics, 67*(3), 255–276. https://doi.org/10.1007/s10649-007-9104-2

Morgan, A. (2007). Using video-stimulated recall to understand young children's perceptions of learning in classroom settings. *European Early Childhood Education Research Journal*, *15*(2), 213–226. https://doi.org/10.1080/13502930701320933

Nieuwoudt, S. (2015). *Developing a model for problem-solving in a Grade 4 mathematics classroom.* Hämtad: https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ1209515.pdf

Palmér, H., van Bommel, J. (2019). *Problemlösning som utgångspunkt: Matematikundervisning i förskoleklass* (2 uppl.). Liber

Sfard, A. (2008). *Thinking as communicating: Human development, the growth of discourses, and mathematizing*. Cambridge University Press.

SFS, *Svensk författningssamling* 2010:800. (2018). Retrieved from https://www.riksdagen.se/sv/dokument-lagar/dokument/svensk-forfattningssamling/skollag-2010800_sfs-2010-800

Shaughnessy, M., Garcia, N.M., O'Neill, M.K., Selling, S.K., Willis, A.T., Wilkes II, C.E., Salazar, S.B., & Ball, D.L. (2021). Formatively assessing prospective teachers' skills in leading mathematics discussions. *Educational Studies in Mathematics, 108*(3), 451–472. https://doi.org/10.1007/s10649-021-10070-z

Smith, M. & Stein, M. (2014). *5 undervisningspraktiker i matematik: för att planera och leda matematiska diskussioner*. Natur & Kultur.

Specialpedagogiska skolmyndigheten. (2023). *Individuella förutsättningar och svårigheter i matematik: Matematikängslan*. https://www.spsm.se/stodmaterial-matematiksvarigheter/upptacka-behov-av-stod-i-matematik/individuella-forutsattningar

Stein, M., Engle, R., Smith, M., Huges, E. (2008). Orchestrating Productive Mathematical Discussions: Five Practices for Helping Teachers Move Beyond Show and Tell. *Mathematical Thinking and Learning*, 10(4), 313–340. https://www-tandfonline-com.www.bibproxy.du.se/doi/full/10.1080/10986060802229675?scroll=top&needAccess=true#d1e338

Skolinspektionen. (2009). *Undervisning I matematik: Utbildningens innehåll och ändamålsenlighet*. Kvalitetsgranskning rapport 2009:5. Skolinspektionen. Hämtad. 2025, 26 april från: https://www.skolinspektionen.se/globalassets/02-beslut-rapporter-stat/granskningsrapporter/tkg/2009/undervisning-i- matematik/granskningsrapport-matematik.pdf

Skolinspektionen. (2018). *Att skapa förutsättningar för delaktighet i undervisningen* [Elektronisk resurs]. Skolinspektionen Hämtad. 2025, 6 maj från: http://www.skolinspektionen.se/sv/Beslut-och-rapporter/Publikationer/Granskningsrapport/Kvalitetsgranskning/att-skapa-forutsattningar-for-delaktighet-i-undervisningen

Skolverket. (2012). *PISA 2012: Digital problemlösningsförmåga hos 15-åringar i ett internationellt perspektiv*. Skolverket. Hämtad. 2025, 18 april från: https://www.skolverket.se/download/18.6bfaca41169863e6a65ad9b/1553965461180/pdf3204.pdf

Skolverket. (2022). *Kommentarmaterial till kursplanen i matematik*. Skolverket. Hämtad 2025, 10 april från: https://www.skolverket.se/download/18.7f8c152b177d982455ed22/1615464415349/pdf7840.pdf

Skolverket. (2024). *Läroplan för grundskolan samt för förskoleklassen och fritidshemmet*. Hämtad 2025, 5 april från: https://www.skolverket.se/undervisning/grundskolan/laroplan-och-kursplaner- for-grundskolan/laroplan-lgr22-for-grundskolan-samt-for-forskoleklassen-och-fritidshemmet

Skott, J., Jess, K., Hansen, H. C., & Lundin, S. (2010). *Matematik för lärare, delta Didaktik*. Gleerups Utbildning AB.

Stein, M., Engle, R., Smith, M., Huges, E. (2008). Orchestrating Productive Mathematical Discussions: Five Practices for Helping Teachers Move Beyond Show and Tell. *Mathematical Thinking and Learning*, 10(4), 313–340. https://www-tandfonline-com.www.bibproxy.du.se/doi/full/10.1080/10986060802229675?scroll=top&needAccess=true#d1e338

Stukát, S. (2011). *Att skriva examensarbete inom utbildningsvetenskap* (2 uppl.). Studentlitteratur.

Säljö, R. (2014). *Lärande: En introduktion till perspektiv och metaforer*. Gleerups.

Taflin, E. (2007). *Matematikproblem I skolan – för att skapa tillfällen till lärande*. [Doktorsvahandling], Umeå universitetet, institutionen för matematik och matematisk statistik. https://www.diva- portal.org/smash/get/diva2: 140830/FULLTEXT01.pdf

Trost, J. (2014). *Kvalitativa intervjuer* (5. uppl.). Lund: Studentlitteratur.

UNICEF Sverige. (2020). *Barnkonventionen – Förenta nationernas konvention om barnets rättigheter*. https://unicef.se/barnkonventionen

Vetenskapsrådet. (2017). *God forskningssed*. https://www.vr.se

Yayuk, E., Purwanto, As'ari, A. R., & Subanji. (2020). Primary school students' creative thinking skills in mathematics problem solving. *European Journal of Educational Research*, 9(3), 1281–1295. https://doi.org/10.12973/eu-jer.9.3.1281

Bilaga A

Informationsbrev

Information om forskningsstudie i matematikundervisning i årskurs 3.

Du tillfrågas härmed om deltagande i denna undersökning.

Hej!
Jag heter Stina Selander och är student vid Grundlärarprogrammet F–3 på Högskolan Dalarna. Som en del av mitt examensarbete kommer jag under höstterminen 2025 att genomföra en forskningsstudie i årskurs 3 på xx-skolan.

Syfte och innehåll

Syftet med studien är att undersöka vilka matematiska resonemang som uppstår när elever arbetar med problemlösning i matematik samt hur de själva beskriver och värderar detta arbete. Genom att ge eleverna möjlighet att sätta ord på sina tankar och erfarenheter vill jag bidra till ökad förståelse för hur yngre elever deltar i och uppfattar undervisning genom problemlösning.

Hur går undersökningen till?

Totalt deltar cirka 6–8 elever. Urvalet sker i samråd med klasslärare, utifrån att eleverna deltagit aktivt under lektionerna.
Deltagandet innebär två moment:

1. Observationer: Jag kommer att vara med som deltagande observatör under tre matematiklektioner där eleverna arbetar med problemlösningsuppgifter. Under dessa lektioner antecknar jag vad som sker i klassrummet och fotograferar elevernas skriftliga uppgifter. Det tas inga fotografier på eleverna själva, endast deras arbete dokumenteras.
2. Individuella intervjuer: Efter lektionerna kommer de deltagande elever att en i taget bjudas in till en kort intervju (ca 20 minuter), som sker under skoltid i samråd med undervisande lärare. Intervjun handlar om hur eleven har tänkt och gått tillväga under arbetet med matematikuppgifterna. Som stöd i samtalet används fotografier av elevens eget arbete. Denna typ av visuell återkoppling gör det lättare för eleven att minnas sina tankar och förklara hur hen resonerat. Intervjuerna ljudinspelas och skrivs sedan ut i textform (transkriberas).

   Det genererade materialet analyseras därefter med fokus på hur elever uttrycker sina tankar och strategier inom matematik och problemlösning. Alla uppgifter avidentifieras, och inga namn eller andra kännetecken kommer att användas i den färdiga studien.

Möjliga risker och fördelar

Det finns inga förväntade risker med att delta. Observationerna sker under ordinarie undervisning och syftar inte till att påverka undervisningen. Deltagande kan bidra till att stärka elevernas reflektion kring lärande.

Hantering av generat material

Det material som samlas in består av fotografier av elevers arbetsmaterial, ljudinspelade intervjuer och anteckningar. All data behandlas konfidentiellt. Det innebär att endast jag som forskare har tillgång till materialet och att all identifierbar information avidentifieras i analys och presentation. Materialet förvaras på en lösenordskyddad enhet och raderas efter avslutad studie. Högskolan Dalarna är ansvarig för behandlingen av personuppgifter i samband med examensarbetet**.** Som deltagare i undersökningen har du enligt Dataskyddsförordningen (GDPR) rätt att få information om hur dina personuppgifter behandlas. Du har också rätt att ansöka om ett så kallat registerutdrag samt att få eventuella fel rättade. Vid frågor om detta kan du vända dig till Högskolans dataskyddsombud via www.du.se/gdpr.

Resultat och publicering

Undersökningen kommer att presenteras i form av en examensuppsats vid Högskolan Dalarna. Du kommer att kunna ta del av resultaten genom de publicerade texterna.

Frivillighet

Ditt deltagande i undersökningen är helt frivilligt. Du kan när som helst avbryta ditt deltagande utan att behöva ange någon orsak. Undervisningen påverkas inte av om du väljer att delta eller inte.

Ansvariga för studien

Stina Selander
Student
Grundlärare F-3 vid Högskolan Dalarna

Kristofer Sidenvall
Huvudhandledare
Doktorand pedagogiskt arbete / Univ. adjunkt matematikdidaktik, Högskolan Dalarna.

Vänliga hälsningar Stina Selander

Bilaga B

Vill du vara med i studien?

Jag har fått veta vad studien handlar om och har fått möjlighet att ställa frågor.

Jag förstår att det är frivilligt att vara med, och att jag kan sluta när jag vill.

Jag kryssar i det som stämmer för mig:

☐ **Ja, jag vill vara med i studien**
☐ **Nej, jag vill inte vara med**

Namn:

Datum:

Ansvariga för studien

Vid frågor kan du kontakta:

Stina Selander
Student
Grundlärare F-3 vid Högskolan Dalarna
Kontakt: XX

Kristofer Sidenvall
Huvudhandledare
Doktorand pedagogiskt arbete / Univ. adjunkt matematikdidaktik, Högskolan Dalarna.
Kontakt: XX

Bilaga C

Samtyckesformulär för vårdnadshavare

Jag har tagit del av skriftlig information om Stina Selanders forskningsstudie vid Högskolan Dalarna, som handlar om hur elever i årskurs 3 resonerar kring matematiska problemlösningsuppgifter.

Jag samtycker till att mitt barn får delta i studien.

Jag är medveten om att:

- deltagandet är frivilligt och kan avbrytas när som helst,
- allt generat material behandlas konfidentiellt och avidentifieras,
- personuppgifter (ljudinspelningar) hanteras enligt Dataskyddsförordningen (GDPR),
- materialet raderas efter avslutad studie.

Barnets namn:

Vårdnadshavares namn:

Ort och datum:

Underskrift:

Kontakt vid frågor

Stina Selander – student, Högskolan Dalarna
XX

Kristofer Sidenvall – handledare
XX

Högskolan Dalarna (personuppgiftsansvarig):
023-77 80 00 registrator@du.se
www.du.se/gdpr

Bilaga D1

Lektion 1: Hur delar vi godispåsar?

Syfte/mål/kunskapskrav:

Träna logiskt tänkande, dela upp tal, och hitta flera lösningar (Skolverket, 2022).

Tid: 40 min	**Moment**
0–5 min	Introduktion. Visa problemet på tavlan. Påminn om att det finns många lösningar.
5–15 min	Eleverna arbetar **enskilt** – rita, skriv, testa.
15–25 min	**Pararbete**: jämför lösningar, diskutera med varandra och hitta nya lösningar tillsammans.
25–30 min	**Några par presenterar** sina lösningar. Läraren frågar: Hur tänkte ni? Finns det andra sätt?
30–40 min	Avslutande reflektion. Vad har vi lärt oss? Enskilt reflektionsuppgift.

Antal elever/grupper: Alla elever. Enskilt sen i par två och två.

Miljö: Klassrummet.

Möblering + placering: Efter önskemål för att kunna genomföra studien.

Material: Bild på godispåse, A4, penna, sudd och skriva ut exit ticket.

Problem:

Du har **12 godisbitar** som ska delas i **tre påsar**.
I varje påse ska det ligga **olika antal godisbitar**.

- ✔ Hur kan du göra?
- ✔ Finns det fler sätt?
- ✔ Hur vet du att du hittat alla?

Avslut: Reflektion, vad har vi lärt oss? Exit ticket. 10 min.

Mål: Elever får resonera, pröva och samtala om sina tankar, vilket enligt Palmér och van Bommel (2019) är centralt för att skapa förståelse och mening i matematik.

Bilaga D2

Lektion 2: Bygg ett torn med klossar

Syfte/mål/kunskapskrav:

Träna mönster, taluppdelning och strategiskt tänkande (Skolverket, 2022).

Tid: 40	**Moment**
0–5 min	Presentera uppgiften med konkreta klossar eller bilder.
5–15 min	Eleverna arbetar **självständigt** – rita, bygg, prova.
15–25 min	**Samarbete i par**: jämför lösningar, förbättra eller skapa nya.
25–30 min	**Några Presenterar sina lösningar** – vilka olika torn har eleverna byggt?
30–40 min	Gemensam diskussion: Hur vet vi att lösningen stämmer? Hur var det att tänka så här? Därtill avslutande exit ticket.

Antal elever/grupper: Alla elever. Enskilt sen i par två och två.

Miljö: Klassrummet.

Möblering + placering: Efter önskemål för att kunna genomföra studien.

Material: klossar eller bild på klossar, A4, penna, sudd och skriva ut exit ticket.

Problem: Du har **10 klossar**. Du ska bygga ett **torn i 4 våningar**.
Varje våning ska ha **färre klossar än den under**.

- ✔ Hur kan du bygga tornet?
- ✔ Finns det fler sätt att bygga?
- ✔ Vilket torn blir högst?

Avslut: Reflektion, vad har vi lärt oss? Exit ticket. 10 min.

Mål: Uppgiften bygger på att pröva, upptäcka mönster och resonera tillsammans, vilket Palmér och van Bommel (2019) framhåller som nycklar till meningsfull problemlösning.

Bilaga D3

Lektion 3: Hur många ben i hagen?

Syfte/mål/kunskapskrav:

Träna logiskt resonemang, kombinatorik och problemlösningsstrategier (Skolverket, 2022)

Tid: 40	**Moment**
0–5 min	Introduktion. Läraren ställer frågan muntligt eller visar bild.
5–15 min	**Enskilt arbete** – eleverna ritar, provar olika antal.
15–25 min	**Pararbete**: jämför lösningar, diskutera om alla är möjliga.
25–30 min	Flera lösningar skrivs upp på tavlan. Diskutera: Hur visste ni att lösningen fungerade?
30–40 min	Sammanfatta: Hur tänkte vi? Vad gjorde uppgiften klurig? Exit ticket 10 min.

Antal elever/grupper: Alla elever. Enskilt sen i par två och två.

Miljö: Klassrummet.

Möblering + placering: Efter önskemål för att kunna genomföra studien.

Material: Bild på häst och kycklingar, A4, penna, sudd och skriva ut exit ticket.

Problem:

I en hage finns hästar och kycklingar.
Tillsammans har de **20 ben**.

- ✔ Hur många hästar och hur många kycklingar kan det vara?
- ✔ Finns det fler kombinationer?
- ✔ Hur vet du att du hittat alla?

(Hästar har 4 ben, kycklingar har 2)

Avslut: Reflektion, vad har vi lärt oss? Exit ticket. 10 min.

Mål: Elever får här arbeta med ett öppet problem, där de utvecklar egna strategier och upptäcker att det finns flera möjliga svar, något Palmér och van Bommel (2019) lyfter som en viktig del i meningsfull matematik.

Bilaga E

Intervjuguide – Matematik och problemlösning årskurs 3

Introduktion:
Hej! Mitt namn är Stina och idag ska vi prata lite om hur du jobbar med matte och problemlösning. Det finns inget som är rätt eller fel, jag är bara nyfiken på vad du tycker och tänker. Du kan ta den tid du behöver för att svara, och om det är något du inte vill svara på eller om du vill sluta när som helst är det helt okej. Det viktigaste är att du känner dig trygg och bekväm. Jag kommer att ställa några frågor och ibland visa bilder på dina lösningar för att prata om hur du tänkte. Om något är svårt att förstå säger du bara till så förklarar jag.

Frågor och vägledning:

1. **Kan du berätta hur du tänkte när du löste den här uppgiften?**
   Lyssna efter vilka strategier eleven använder och om hen förklarar sitt resonemang steg för steg. Följ gärna upp med "Kan du berätta mer om det?" för att få djupare svar.
2. **Vilka steg gjorde du för att komma fram till svaret?**
   Fokusera på om eleven använder rutiner eller hittar egna lösningar. Notera om eleven visar kreativitet eller följer ett givet mönster.
3. **Var det något som var svårt eller klurigt med uppgiften?**
   Se om eleven kan identifiera problem eller hinder och hur hen hanterar dessa. Det visar på metakognitiv förmåga.
4. **Hur gjorde du när du fastnade eller inte visste vad du skulle göra?**
   Vänta efter exempel på problemlösningsstrategier, som att fråga någon, prova något annat eller ta en paus.
5. **Tycker du att det är roligt att lösa problem i matte? Varför eller varför inte?**
   Lyssna på elevens motivation och känslor inför matematik. Detta kan påverka deras engagemang.
6. **Hur brukar du tänka när du jobbar med matte i skolan?**
   Få en bild av elevens generella arbetssätt och inställning till ämnet.
7. **Kan du ge exempel på något som hjälper dig att förstå matte bättre?**
   Notera om eleven tar hjälp av något särskilt – lärare, klasskamrater, verktyg eller tankestrategier.
8. **Hur känns det när du lyckas lösa ett svårt matteproblem?**
   Se om eleven uttrycker stolthet, glädje eller andra känslor som visar hur viktigt matematik är för hen.

Avslutning:

Tack för att du berättade så mycket för mig idag! Det var verkligen intressant att höra hur du tänker när du jobbar med matte. Tack för att du var med!

Bilaga F

Namn: Reflektionsuppgift

✍ *Skriv eller rita hur du tänkte när du löste uppgiften. Det viktiga är att du försöker förklara hur du tänkte.*

🟢 1. Vad var det första du gjorde?

Vad tänkte du? Vad provade du först?

_____
_____

🟢 2. Ändrade du något under tiden?

Gick något fel? Testade du ett nytt sätt?

_____
_____

🟢 3. Pratade du med en kompis? (Ja / Nej)

Vad hjälpte det dig med?
Vad kom ni på tillsammans?

_____
_____

🟢 4. Förstod du varför ditt svar blev rätt?

Kan du förklara det?

_____
_____

🟢 5. Vad lärde du dig av uppgiften?

Något nytt du vill prova nästa gång?

_____
_____

Bilaga F

Vill du hellre rita?

Rita hur du tänkte när du löste uppgiften.
Visa gärna:

- Vad du gjorde först
- Om du ändrade något
- Vad du lärde dig

Bilaga G

Kodningsmall Lithner (2008): Resonemangstyp (IR/KR)

Elev	Uppgift / kontext	Kodad strategi *(t.ex. algoritmbaserad, prova sig fram, mönsterigenkänning, rita*	Beskrivning av handling eller citat	Motivering till kodning *(Varför bedöms det som IR eller KR?)*

Bilaga H

Kodningsmall Sfard (2008): Diskursanalys

Elev	Uppgift / citat	Kodad komponent *(Ord, Narrativ, Rutiner, Identifiering)*	Beskrivning / exempel	Tolkning av elevens positionering *(t.ex. aktiv, osäker, reflekterande)*