



HÖGSKOLAN  
Dalarna

Lärarprogrammet  
Examensarbete, 15 hp  
ht 2007

---

Kurs: Pedagogiskt arbete III

# Problemlösning i matematiken

- Vad har 21 lärare för syn på problemlösning inom matematiken? -

Uppsatsförfattare: Linda Forssell Asp  
Handledare: Eva Taflin

## Sammanfattning

Syftet med studien var att undersöka hur ett antal grundskolelärare beskriver sin egen undervisning i matematik och hur de arbetar med problemlösning i matematik. Forskningsfrågan som jag formulerade för att nå mitt syfte var: Vad har lärarna för erfarenheter och inställning till matematik och vilket tillvägagångssätt använder de för att nå eleverna med problemlösning?

För att få svar på min forskningsfråga valde jag en hermeneutisk metod då jag arbetade med enkäter och intervjuer. Datasamlingsmetoden var dels 21 enkätsvar och dels 5 intervjuer med verksamma matematiklärare.

I studien skildras hur mina informanter beskriver sin undervisning i matematik och hur de arbetar med problemlösning. Läromedlet styr ofta undervisningen men alla arbetar bredvid läromedlet på olika sätt, bland annat genom problemlösning. Kommunikation mellan lärare och elever samt mellan elever och elever är något som genomsyrar hela denna studie. Ett resultat av studien är att elever via matematiska problem lär sig för livet. I vardagen löser både elever och vuxna människor vardagliga problem och matematiska problem ger eleven metoder för att finna lösning på ett problem även om det inte har med matematik att göra. Många av informanterna hänvisade också till läroplanen och kursplanen där det faktiskt står att elever skall lösa problem för att fungera som individer i det samhälle vi lever i. Mina informanters syn på problemlösning stämmer väl överens med vad som står i gällande styrdokument. Enligt informanterna är det är väldigt flexibelt hur man kan undervisa i problemlösning även om tillvägagångssätten ofta liknar varandra. Allt från att arbeta enskilt till klassvis förekom och infallsvinklarna för att finna problemlösning var många. Läromedel, internetsidor och arbetsmaterial från många olika håll användes för att arbeta med problemlösning.

## Nyckelord

Grundskola, matematik, matematikundervisning, problemlösningsmetoder, lärare, problemlösning.

---

## Tack

Jag vill tacka alla lärare som på ett trevligt, engagerat och vänligt sätt ställt upp med att svara på enkäter och medverka vid intervjuer. Speciellt tack till de lärare jag fick komma och besöka. Tack vare besöken fick denna studie ett djupare perspektiv. Extra stort tack till min trognaste läsare Linda Bichis Holmberg, att du orkade lyssna på mina utlägg, mina frustrationer och läsa mina kommentarer beundrar jag dig för! Givetvis sänder jag också ett stort tack till min handledare Eva Taflin för goda råd under arbetets gång.

---

# Innehållsförteckning

Sammanfattning .....	2
Innehållsförteckning.....	3
1 Inledning.....	4
2 Bakgrund.....	5
2.1 Begreppsdefinition av problem och problemlösning .....	5
2.2 Läroplan och kursplanen i matematik.....	6
2.3 Matematisk problemlösning som skolämne.....	7
2.4 Matematikundervisning genom problemlösning.....	8
2.5 Varför problemlösning i skolmatematiken? .....	10
2.6 Matematisk problemlösning i grupp .....	10
2.7 Lärares undervisning i matematik.....	12
3 Syfte och undersökningsfråga.....	14
4 Metod .....	14
4.1 Enkäter .....	14
4.2 Intervjuer.....	15
4.3 Metodreflektion.....	16
4.4 Etiska överväganden.....	16
4.5 Presentation av de intervjuade pedagogerna.....	17
5 Resultat.....	19
5.1 Lärarnas utbildning och skolår lärarna undervisar .....	19
5.2 Lärarnas kompetens kring matematisk problemlösning.....	20
5.3 Matematikundervisningen i klassrummet.....	20
5.4 Lärarnas definition av matematisk problemlösning.....	23
5.5 Fördelar med problemlösning i matematik.....	26
5.6 Problemlösning som mål och medel.....	27
5.7 Sammanfattning av resultat .....	32
6 Diskussion .....	33
6.1 Kommunikationens betydelse vid undervisning av matematisk problemlösning .....	33
6.2 Avsikten med att lösa matematiska problem .....	34
6.3 Tillvägagångssätt för matematisk problemlösning .....	35
6.4 Slutsats .....	37
7 Fortsatt forskning och avslutande reflektion.....	37
7.1 Fortsatt forskning.....	37
7.2 Avslutande reflektion .....	38
Referenser .....	39
Litteratur .....	39
Otryckt material.....	40
Primärkällor.....	40
Bilagor .....	40

# 1 Inledning

Enligt kursplanen för matematik har problemlösning en central roll. Elevers lust och förmåga att lösa matematiska problem ett viktigt mål för matematikundervisning. Problemlösning är både ett mål och ett medel för att stimulera elevers tänkande. (Emanuelsson, m.fl. 2000)

Jag vill med min studie undersöka hur problemlösning i matematiken används i grundskolan. Min förförståelse är att problemlösning lätt glöms bort i skolvardagen då många lärare väljer att arbeta med räkning i matematikbok. Jag anser att många lärare och lärarstudenter är av den uppfattningen att problemlösning generellt ges lite tid i förhållande till andra delar av ämnet matematik. Jag har, när jag varit ute på verksamhetsförlagd utbildning (VFU<sup>1</sup>), saknat grupparbeten, laborativt material, elevdiskussioner gruppvis och klassvis samt annat arbete som kan bedrivas utanför eller i anslutning till matematikläromedlet. Jag finner det därför intressant att fördjupa mina kunskaper i ämnet, och ta reda på hur några matematiklärare tänker om sitt ämne, för att se om min uppfattning stämmer eller om uppfattningen är felaktig.

I gällande kursplan för matematik står: Skolan skall i sin undervisning i matematik stäva efter att eleven förstår och kan formulera och ”lösa problem med hjälp av matematik, samt tolka, jämföra och värdera lösningarna i förhållande till den ursprungliga problemsituationen” (Skolverket 2000 s. 1). Eleven skall i slutet av femte skolåret ”ha förvärvat sådana grundläggande kunskaper och färdigheter i matematik som behövs för att kunna hantera situationer och lösa konkreta problem i elevens närmiljö” (Skolverket 2000 s. 2). Eleven skall i slutet av nionde skolåret ”ha förvärvat sådana kunskaper och färdigheter i matematik som behövs för att kunna hantera situation och lösa problem som vanligen förekommer i hem och samhälle och som behövs som grund i fortsatt utbildning” (Skolverket 2000 s. 2).

Jag har under mina år som lärarstudent läst mycket litteratur kring matematik och matematisk problemlösning. De flesta publikationer jag funnit behandlar värdet av problemlösning inom matematik och hur viktigt det är för eleverna att få möjlighet att räkna med problemlösning<sup>2</sup>. Många böcker ger konkreta tips om hur lärare kan arbeta med problemlösning och problemlösning lyfts tydligt fram i kursplanen. Under min utbildning har jag haft förmånen att ha VFU i fyra olika klasser i tre olika skolor. Min uppfattning efter att ha varit på dessa skolor, och efter att ha diskuterat problemlösning med andra studenter, är att problemlösning i sin helhet ges lite tid i grundskolan. Jag har fått en uppfattning om att alla lärare som undervisar i matematik vet att problemlösning är viktigt. Den forskning som finns visar *att* lärare låter elever arbeta med problemlösning, men jag undrar *hur* lärare arbetar med problemlösning i sin lärarvardag.

Mitt personliga syfte med studien grundar sig i min nyfikenhet över problemlösning och min personliga erfarenhet av att problemlösning inte lyfts fram tillfredställande i elevers grundskolevardag. Jag har också valt ämnet för att vidga mina egna kunskaper inom matematik i allmänhet och problemlösning i synnerhet.

---

<sup>1</sup> VFU – Verksamhetsförlagd utbildning, som tidigare kallades för praktik.

<sup>2</sup> När jag skriver problemlösning menar jag problemlösning inom matematiken. Detta gäller hela studien.

## 2 Bakgrund

Bakgrunden beskriver problemlösning, våra nu gällande och tidigare läroplaner samt hur lärares undervisning ser ut, utifrån olika teorier.

### 2.1 Begreppsdefinition av problem och problemlösning

Ahlberg (1995) skriver att när ordet problem används i vardagliga livet menar vi oftast en vardaglig händelse som kräver en tanke för att lösa. Enligt ordböcker tyder ordet problem på någon svårighet där det krävs en ansträngning för att lösa problemet. Ett problem kan också karaktäriseras som en uppgift som fordrar analytisk duglighet och tankearbete. När man pratar om problemlösning inom matematik i skolan är det så att ett problem som kan kräva stor ansträngning för några elever att utföra inte alls kräver någon ansträngning för andra. Vidare kan en uppgift som varit svår för en elev att lösa idag vara en uppgift av rutinkaraktär för samma elev om en vecka. ”Problemlösningens karaktär är således relativ, och det är relationen mellan eleven och uppgiften som avgör om uppgiften är ett genuint problem” (Ahlberg 1995 s. 55).

Hagland, m.fl. (2005) beskriver i boken *Rika matematiska problem* att ett

problem är en speciell typ av uppgift som

- 1) en person vill eller behöver lösa,
- 2) personen i fråga inte har en på förhand given procedur för att lösa och
- 3) det krävs en ansträngning av henne eller honom att lösa det (Hagland, m.fl. 2005 s. 27-28).

Ett problem kan således vara ett problem för somliga men inte för andra, beroende av individen och individens förkunskaper. Man kan alltså särskilja ett problem från en rutinuppgift (Hagland, m.fl. 2005). Lars Mouwitz (2007) konstaterar att ett problem är en uppgift där lösningen till uppgiften inte nås genom att använda sig av de standardmetoder man lärt sig, men att kunskap om standardmetoder för uträkningar kan vara till grund för lösning av ett specifikt problem. Mouwitz konstaterar precis som Ahlberg (1995) och Hagland, m.fl. (2005) att det inte är uppgiftens art som bestämmer om uppgiften är ett problem eller inte, utan relationen ”mellan uppgiften och den som skall lösa uppgiften” är avgörande (Mouwitz, 2007 nr.1 s. 61).

I artikeln *Problemlösningens natur* skriver Frank K Lester (2000) om att barn är problemlösare men att en rad faktorer spelar in för hur pass *utvecklad* deras problemlösningförmåga är. Lester menar att det finns minst fem faktorer som påverkar barns förmåga att lösa problem. Den första faktorn är; Individens kunskapande och användningsförmåga. Med det menas den kunskapen individen har och hur pass förmögen denne är att använda sig av kunskapen för att lösa problemet. Den andra faktorn är; Kontroll. Med kontroll menas individens förmåga att bedöma lösningens korrekthet, denna bedömningsförmåga har positiva effekter i problemlösning. Den tredje faktorn är; Individens uppfattningar av matematik. Vilka matematiska kunskaper har individen om de moment som används i uppgiften i förhållande till individens omgivning och person? Den fjärde faktorn är; Affekter. Vilken typ av känslotämningar uppkommer vid arbetet av den aktuella uppgiften. Den femte faktorn är; Socio-kulturellt sammanhang. Individens ursprung, skolgång och vilka lärare individen möter påverkar individens sätt att arbeta med matematik och blir en del av den matematikidentitet som individen använder vid lösning av problem. Lester baserar sina fakta om dessa fem faktorer delvis utifrån sin egen och andras forskning refererad i Lester (2000).

Författarna till *Matematik ett kommunikationsämne* menar att man genom att arbeta med problemlösning lär sig mycket mer än bara matematik. Man rustas för att förstå vad som händer i vardagen. Man lär sig inte bara matematik utan också generella, vardagliga, metoder för planering och upptäckter av samband. Individerna utvecklar sitt logiska tänkande och annat som kan vara till fördel, när man lever ett dagligt liv som människa och som medborgare i ett demokratiskt samhälle (Emanuelsson, m.fl. 2000).

## 2.2 Läroplan och kursplanen i matematik

I Läroplanen för det obligatoriska skolväsendet (Lpo 94), står under ”2. Mål och riktlinjer” om ”Mål att sträva mot”:

Skolan skall sträva efter att varje elev

- utvecklar nyfikenhet och lust att lära,
- utvecklar sitt eget sätt att lära,
- utvecklar tillit till sin egen förmåga,
- lär sig utforska, lära och arbeta både självständigt och tillsammans med andra, /.../
- tillägnar sig goda kunskaper inom skolans ämnen och ämnesområden, för att bilda sig och få beredskap för livet, /.../
- lär sig lyssna, diskutera, argumentera och använda sina kunskaper som redskap för att formulera och pröva antaganden och lösa problem, reflektera över erfarenheter och kritiskt ganska och värdera påståenden och förhållanden, /.../

Skolan ansvarar för att varje elev efter genomgången grundskola /.../ behärskar grundläggande matematiskt tänkande och kan tillämpa det i vardagslivet (Skolverket 2006 s. 9-10).

Vidare står under ”värdegrund och uppdrag” att alla elever har rätt till en likvärdig utbildning och att utbildningen skall anpassas till elevens förutsättningar och behov och att skolan särskilt har ansvar över de elever som har olika svårigheter med att nå målen (Skolverket 2006).

Med kursplanen för matematik som grund i sin undervisning bör lärare kunna ge eleven kvalifikationer för en bra utbildning. Wyndhamn (1997) menar att ett sätt att utveckla nyfikenheten, lusten och tilliten till sin egen förmåga är att arbeta med problemlösning i matematiken. Kursplanerna för matematik har länge gett problemlösning en central roll. I aktuell kursplan står under rubriken ”Ämnets syfte och roll i utbildningen”:

Matematiken är en viktig del av vår kultur och utbildningen skall ge eleven insikt i ämnets historiska utveckling, betydelse och roll i vårt samhälle. Utbildningen syftar till att utveckla elevens intresse för matematik och möjligheter att kommunicera med matematikens språk och uttrycksformer. Den skall också ge eleven möjlighet att upptäcka estetiska värden i matematiska mönster, former och samband samt att uppleva den tillfredsställelse och glädje som ligger i att kunna förstå och lösa problem. /.../

Utbildningen i matematik skall ge eleven möjlighet att utöva och kommunicera matematik i meningsfulla och relevanta situationer i ett aktivt och öppet sökande efter förståelse, nya insikter och lösningar på olika problem (Skolverket 2000 s. 1).

Enligt kursplanen skall eleven med glädje kunna förstå och lösa matematiska problem och finna nya insikter och lösningar. Vidare står att läsa under rubriken Mål att sträva mot: ”Skolan skall i sin undervisning i matematik sträva efter att eleven utvecklar sin förmåga att formulera, gestalta och lösa problem med hjälp av matematik, samt tolka, jämföra och värdera lösningarna i förhållande till den ursprungliga problemsituationen” (Skolverket 2000 s. 2) och under rubriken ”Ämnets karaktär och uppbyggnad står”:

Problemlösning har alltid haft en central plats i matematikämnet. Många problem kan lösas i direkt anslutning till konkreta situationer utan att man behöver använda matematikens uttrycksformer. Andra problem behöver lyftas ut från sitt sammanhang, ges en matematisk tolkning och lösas med hjälp av matematiska begrepp och metoder. Resultaten skall sedan tolkas och värderas i förhållande till det ursprungliga sammanhanget. Problem kan också vara relaterade till matematik som saknar direkt samband med den konkreta verkligheten. För att framgångsrikt kunna utöva matematik krävs en balans mellan kreativa, problemlösande aktiviteter och kunskaper om matematikens begrepp, metoder och uttrycksformer. Detta gäller alla elever, såväl de som är i behov av särskilt stöd som elever i behov av särskilda utmaningar. (Skolverket 2000 s. 1)

Elever skall i slutet av femte skolåret uppnå följande mål: ”Eleven skall ha förvärvat sådana grundläggande kunskaper i matematik som behövs för att kunna beskriva och hantera situationer och lösa konkreta problem i elevens närmiljö.” Vidare poängteras problemlösningens värde även under kriterier som inte uttryckligen använder ordet problem. Under ”Mål att sträva mot” står det att skolan skall arbeta för att eleven ”utvecklar intresse för matematik samt tilltro till det egna tänkandet och den egna förmågan att lära sig matematik och att använda matematik i olika situationer, /.../ utvecklar sin förmåga att förstå, föra och använda logiska resonemang, dra slutsatser och generalisera samt muntligt och skriftligt förklara och argumentera för sitt tänkande” (Skolverket 2000 s. 2). I slutet av det nionde skolåret skall eleven ”ha förvärvat sådana kunskaper i matematik som behövs för att kunna beskriva och hantera situationer samt lösa problem som vanligen förekommer i hem och samhälle och som behövs som grund för fortsatt utbildning.” I sin användning av olika matematiska uträkningar skall eleven använda både skriftliga räknemetoder och tekniska hjälpmedel som finns att tillgå (Skolverket 2000 s. 2).

### **2.3 Matematisk problemlösning som skolämne**

Jan Wyndhamn (1997) har undersökt hur matematikämnet sett ut genom tiderna. Han konstaterar i en av sina studier att problemlösning inom skolmatematiken haft en framträdande roll de senaste 100 åren. Redan i 1919 års undervisningsplan finns skillnader på beräkningsuppgift som då var en ren sifferuppgift och lästal vilket i nutid tolkas som ett matematiskt problem. Då eleven, vid lästal, först måste tolka uppgiften anses lästal vara en form av matematiskt problem.

I en artikel i Svensk Lärartidning från år 1884 (1884 i Wistedt & Johansson, 1991) konstaterar en dåtida pedagog och läroboksförfattare; JP Velander, att en elev utvecklar både omdöme och förstånd om uppgifterna tas ifrån verkliga livet, men att räknande utifrån färdiga exempel däremot gör att eleven hejdas att utvecklas. Han betonar konkretisering av uppgifterna för att öka intresset hos eleven. Den inflytelserika matematikdidaktikern Frits Wigforss, verksam under 30-50-talet (1952 i Wistedt & Johansson, 1991), ansåg också att problem tagna från vardagen är ett nödvändigt komplement till läroboken. Wigforss menade att läraren alltid måste arbeta med eleverna utanför läroboken för att komplettera den, eftersom läroboken inte kan ge eleven tillräcklig kunskap. Vidare poängterar han att uppgifter i läroboken sällan har med elevens verkliga förutsättningar att göra. Wigforss ger exempel på uppgifter från läroboken, där eleven har flera givna förutsättningar, men menar att människan i vardagen inte alltid har alla förutsättningar serverade. Genom verkliga problem får eleven bättre insikt i vad problemlösning handlar om och eleven utvecklas framgångsrikare om eleven får söka information för att finna lösning (Wistedt & Johansson, 1991).

Elsa Ericsson, småskollärare och läromedelsförfattare under 20-talet (1925 i Wistedt & Johansson, 1991), gav i ett föredrag år 1925 flera förslag på hur man kan engagera eleverna i matematikundervisningen. I ett exempel berättar hon hur hon och eleverna klippte ur tidningar för att skapa underlag till tal. I tidningar fanns mycket att hämta. Man kunde till exempel använda notiser, sifvertabläer och prisuppgifter på saker och ting. Hon använde sina metoder för sin undervisning till elever både i de lägra åldrarna och i de högre åldrarna och menade att hon genom sin undervisning skapade människor förberedda för livet efter skoltiden (Wistedt & Johansson 1991).

Wyndhamn, m.fl. (2000) fastslår att det finns skillnader i hur problemlösning i matematik uppfattas vid jämförelse av de olika läroplanerna<sup>3</sup>. I Läroplan för grundskolan från 1969 (Lgr 69) och i läroplaner före Lgr 69 ansågs att elever skulle behärska matematikens tekniker så pass bra, att eleven kunde lösa uppgifter som innebar problemlösning. Målet för undervisningen var, att lärare skulle undervisa *för* problemlösning. I Läroplan för grundskolan från 1980 (Lgr 80) undervisar man direkt *om* problemlösning. I stället för att ge elever metoder för problemlösning, görs uppgifter där eleven måste hitta egna lösningsstrategier. I den nuvarande läroplanen, Läroplan för det obligatoriska skolväsendet, förskoleklassen och fritidshemmet (Lpo 94), undervisar man *genom* problemlösning. För att undervisa genom problemlösning i matematiken krävs att läraren besitter förmåga att välja och använda uppgifter för problemlösning, så att elever på bästa sätt kan stärka och bredda sina kunskaper för att finna nya begrepp och samband (Hagland, m.fl. 2005).

Wyndhamn, m.fl. (2000) menar att skillnaderna i strategier följaktligen blir att eleven i Lgr 69 lär sig problemlösning i matematik genom att imitera sig fram till en lösning. I Lgr 80 vänder och vrider eleven på informationen för att finna en lösning, medan eleven i Lpo 94 tänker sig fram till vad som händer och löser uppgiften genom att använda helheten och de begrepp och metoder eleven behärskar.

## **2.4 Matematikundervisning genom problemlösning**

I artikeln *Problemlösning som mål och medel* (Dahlgren, m.fl. 1991) presenterar fyra lärare och lärarutbildare hur vardagsproblem kan bli skoluppgifter i matematisk problemlösning. Artikelförfattarna vill att elever skall utveckla en samverkan mellan begrepp och problemlösningsförmåga. De menar att eleven, vid problemlösning, ställs inför en process, där eleven först måste förstå problemet, sedan planera hur de skall lösa problemet och genomföra en lösning för att slutligen värdera resultatet. Genom att utnyttja vardagsbetraktelser, de begrepp eleven lär sig i övrig matematik och genom problemlösning, skapas förmåga att lösa nya problem. Författarna visar ett exempel på ett problem med ättiksgurka. Eleven får ett recept och en fråga: Lönar det sig att lägga in ättiksgurka själv? För att lösa problemet måste eleven ställa sig en rad frågor. Eleven måste förhålla sig till receptet och först se att han eller hon förstår vilka ingredienserna är och hur mycket av varje ingrediens som behövs. Eleven måste fundera kring hur mycket ättiksgurka som får plats i varje burk och hur många burkar det kan tänkas behöva. Eleven måste sedan förstå och planera processen med hjälp av sina egna uppskattningar och bedömningar (Dahlgren, m.fl. 1991).

Vidare beskriver författarna uppgifter på mätning av temperatur. De poängterar att ett dilemma uppstår när elever tror att de är smarta och använder sig av redan kända räknesätt

---

<sup>3</sup> Lgr 69 är Läroplan för grundskolan, gällde för Sveriges grundskola mellan år 1969-1980.

Lgr 80 är Läroplan för grundskolan, gällde för Sveriges grundskola mellan år 1980-1994.

Lpo 94 är nu gällande läroplan, gäller från 1994, kallas; Läroplan för det obligatoriska skolväsendet.

och tankegångar när de möter nya frågeställningar. Ett exempel som belyser detta dilemma är när eleverna får mäta temperaturer. Olika ställen i en fastighet har olika temperaturer och framför allt är det skillnad på inomhus- och utomhustemperatur. Eleverna kan, eftersom de själv mätt temperaturen, förstå hur många graders skillnad det är mellan olika ställen i byggnaden. När eleverna sedan går från att räkna verklig temperatur till att räkna en temperaturuppgift i boken händer ibland något märkligt. I det exempel som beskrivs skall eleven berätta hur stor skillnad det är mellan +5 och -2, då svarar eleven 3 grader, med förklaringen att det står 5-2. Det är här dilemmat uppstår. Eleven ser då plötsligt talet 5-2 och inte hur det ser ut på termometern, det vill säga skillnaden mellan +5 och -2 grader. Dilemman likt detta kan ske vid olika tillfällen och som resultat blir ofta lösningarna felaktiga. Exempel på händelser för felaktiga uträkningar:

- När eleven är inställd på det som författarna benämner ”snabba klipp”, alltså något som eleven relaterar till för att de arbetat med liknande moment
- när eleven finner kodord i texten (i detta fall + och – som förvirrar eleven) eller
- när eleven använder information från tidigare uppgifter på ett felaktigt sätt.

Författarna menar att det svåra i undervisningen är att få eleverna förstå begreppen och ta dessa till hjälp för att klara av problemlösning utan att bli lotsade (av tidigare uppgifter) eller använda sig av ”snabba klipp” som är ofta blir elevens felaktiga metoder. Författarna konstaterar att elever utvecklas när de får räkna med uppgifter likt ättiskgurkan och när de genomför mätning, men att elever måste få chans att se sambandet mellan de praktiska övningarna och läroboksmodellen för att övervinna missförstånd likt termometerräkningen med 5-2 (Dahlgren, m.fl. 1991).

Ett sätt att förstå begreppen och nödvändigheten av strategier och därmed undvika snabba klipp och elevs sökande efter kodord är att låta elever formulera liknande problem. Hagland, m.fl. (2005) beskriver i boken *Rika matematiska problem* att elever kan ha lättare att se det matematiska sambandet om de själva får formulera ett problem i anslutning till en tidigare uppgift. Genom att själv formulera en uppgift likt en uppgift eleven nyss löst får de möjlighet att både se själv om de har förstått, men också visa för läraren att de förstått uppgiften i ett sammanhang.

För att underlätta och skapa positivt förhållningssätt elever emellan och för att skapa goda relationer, är ett bra klassrumsklimat något att stäva efter. Ett bra klassrumsklimat, där alla elever vågar berätta vad de tänker och tycker, är gynnsamt för både lärare och elever. Läraren och elever har även glädje av att förstå hur en elev med en felaktig lösning har tänkt, eftersom eleven, när den beskriver sin uträkning, kan komma med många viktiga aspekter. Det är genom att samtala om matematik och hur elever tänker som diskussionen och förståelsen kring begrepp uppkommer. När eleverna förstår begreppen blir det lättare att utveckla förståelsen för olika typer av problem. Författarna konstaterar slutligen i sin artikel att lärare måste arbeta med problemlösning på ett sådant sätt att eleverna förstår att det är en del av matematiken, en del av den vardag vi möter och inte bara ett moment som kallas ”kluringar” eller ”veckans problem”. Eleverna måste medvetandegöras om vilka mål som finns och varför de arbetar som de gör. Om eleverna blir medvetna, får arbeta med begreppsutveckling och problemlösning i samverkan, kan de lära sig att ta ansvar för sin egen kunskapsutveckling (Dahlgren, m.fl. 1991).

För att förstärka den matematiska förståelsen bör elever få tillfälle att reflektera och diskutera sådant de arbetar med i matematiken. Genom att arbeta med uppgifter som utgår från elevs närhet kan lärare fånga upp tillfällen att ge eleverna matematisk förståelse. Eleverna får ofta lättare att reflektera och diskutera om uppgiften utgår från elevens egen vardag. Det matematiska tänkandet utvecklas i mötet mellan elevernas vardag och problemets innehåll. Ahlberg (1995) menar i sin bok *Barn och matematik* att lärare skall möta

eleverna med problem av olika slag, men att problemlösning med utgångspunkt från elevens vardag inte är tillräckligt för att ge eleven goda förutsättningar för att nå målen. För att en elev skall utvecklas inom matematiken måste läraren ge eleven olika former av undervisning. Ahlbergs teorier överensstämmer alltså med Dahlgrens, m.fl. teorier. En blandning av vardagsmiljö i uppgifterna och uppgifter av mer matematisk struktur är viktig. Än viktigare är att eleverna tillsammans med kamrater eller lärare får reflektera och diskutera uppgifternas innehåll. Genom att diskutera kan eleven uppmärksamma matematiska tankegångar och därmed lära sig metoder och strategier.

## **2.5 Varför problemlösning i skolmatematiken?**

Flera svar på frågan; ”Varför man skall arbeta med problemlösning i skolmatematiken?” behandlas i boken *Rika matematiska problem* (Hagland, m.fl. 2005). Författarna konstaterar att elever genom problemlösning lär sig olika typer av strategier för att hitta lösningar till ett problem och att eleverna på så vis förbereds för olika situationer som kan uppstå senare i livet. Genom problemlösning får elever insikt i logiskt, strukturerat och systematiskt tänkande eftersom deras förmåga att lösa problem hela tiden utvecklas. Problemlösningen innebär ofta en utmaning för eleven och inte så sällan blir eleven nyfiken på mer, eftersom de måste tänka runtomkring för att lösa problemet.

Lester (2001) konstaterar i sin artikel införd i Nämnaren TEMA att barn är problemlösare av naturen och att lärare borde arbeta utifrån barnens naturliga förmåga att arbeta med problem. Om läraren utgår från det som barnen redan har kunskap om, kan läraren leda barnen att utvecklas och leda barnen att utnyttja de förmågor de redan har. Ett sätt att arbeta framåt med denna typ av utveckling är att arbeta med problemlösning.

Mouwitz (2007) skriver i en artikel införd i Nämnaren att elever med svårigheter i den vanliga skolmatematiken kan vara utomordentliga på att lösa matematiska problem. Beroende på hur man arbetar i skolmatematiken kan problemlösning vara en fördelaktig väg att gå för att möta talen i matematik. En elev med svårigheter kanske inte alltid kan komma med de mest framgångsrika lösningar på långa ekvationer. Men problemlösning kan vara en vändning för elever med svårigheter i matematik, då de via problemlösning får tillfälle att tänka hur man skall lösa en uppgift i stället för att ”bara” titta på siffror i ett tal.

De senaste läroplanerna har betonat att elever skall lära sig söka kunskap. I ett föränderligt samhälle är matematisk problemlösning ett sätt för lärare att leda elever till att söka kunskap. Wyndhamn (1997) menar i rapporten *Om matematik och matematikämnet i de senaste läroplanerna* att även om problemlösning ger eleverna tillfällen att diskutera matematik med varandra, argumentera för och emot olika lösningar, måste lärare uppmärksamma individen. Eleverna måste förstå helheten och vidga sitt perspektiv för att kunna tillgodogöra sig nya typer av problem. Läraren har en viktig roll i att förstå eleven, hur eleven tänker och hur läraren kan leda eleven vidare.

## **2.6 Matematisk problemlösning i grupp**

I vardagen löser vi ofta problem tillsammans med någon. I skolan är ofta problemlösning inom matematiken formulerad så att eleverna arbetar själva. En vanlig matematiklektion börjar med att läraren har genomgång och fortsätter med att eleverna enskilt skall räkna uppgifter från en matematikbok, där uppgifterna är relaterade till genomgången läraren gjort. Den kommunikation som sker är mellan de elever som ställer frågor och läraren. Detta arbetssätt är många gånger fullt dugligt vid matematikundervisning. Att ibland, och gärna vid problemlösning, låta eleverna arbeta i mindre grupper ses dock som ett sätt att utveckla eleven då de i dialog med andra, både elever och lärare, kan komma till nya insikter (Ahlberg 1991).

Det normala klassrumsbeteendet är att eleverna vänder sig till en lärare för att få svar på frågor. Det är sedan läraren som bestämmer vinklingen i diskussionen beroende på hur eleven svarar. Ahlberg beskriver en studie, av elevers kommunikation vid lektionstillfällen utan lärarhandledning, som gjorts av Barnes och Todd (1977 i Ahlberg, 1991). Det som händer i denna studie vara att eleverna, i frånvaro av lärare, diskuterade och sökte information bland det som redan var känt. När elever själva skall samtala i grupp utan lärare, måste de själva vara överens om vad det talas om, hur man talar och vem som skall tala. Eleverna måste själva bedöma relevans i varje gruppmedlems bidrag till diskussionen kring det aktuella problemet. Genom att eleverna själva löste problem kom Barnes och Todd fram till att eleverna blev medvetna om hur de själva tänker, eftersom de måste beskriva hur de tänker inför andra, så att andra förstår (Ahlberg 1991).

För att beskriva hur lärare på lågstadiet tar till vara olika elevers förmåga att lösa problem berättar Ahlberg om två andra forskare Easley och Stake (1984 i Ahlberg, 1991) som studerat hur lärare låter eleverna samtala kring lösningar i helklass. Först arbetar eleverna kring problemet i en grupp, sedan väljer man ut några lösningar som visas för hela klassen. Det viktiga sedan i redovisningen blir inte att visa *att* eleverna löst problemet, utan *hur* man löst problemet. Samtalet handlar om olika lösningsstrategier. Studien gjord av Easley och Stake visar att elever ”som konfronterar sin egen problemlösning med kamraternas, tränar upp sin förmåga att kombinera olika lösningsstrategier och utvecklar därigenom sitt matematiska tänkande” (Ahlberg 1991).

Vidare beskriver Ahlberg (1991) andra studier som gjorts om att lösa matematiska problem i grupp och betonar att eleverna behöver ”tala matematik” som ett led i sin inläring. Lärarens roll och inställning till grupparbeten och problemlösning är av stor betydelse, då det är läraren som styr elevernas arbetssätt. Utifrån en studie gjord av Ljung (1990 i Ahlberg, 1991) beskriver Ahlberg att det visat sig att många lärare sällan eller aldrig låter elever arbeta i grupp. Ahlberg menar att det kan finnas flera olika orsaker till detta. En orsak kan vara lärares osäkerhet över att se vad den enskilda individen presterar. En annan att lärare anser att det blir hög ljudnivå i klassrummet vid gruppövningar. Lärarens attityd är av stor vikt både när det gäller inställning till problemlösning och val av undervisningsmetod. För att få elever till bra samarbete vid problemlösning måste läraren visa för eleven att läraren är intresserad av vad eleven kommer fram till, att läraren lyssnar på deras idéer och att läraren värdesätter elevernas tänkande. Läraren har möjlighet att vara till stöd och uppmuntra grupperna att kommunicera för att få eleverna att lyssna på varandra och våga berätta hur de tänker. Slutligen konstaterar Ahlberg att många elever som får arbeta med problemlösning i grupp får ett reflekterande förhållningssätt till matematik, men betonar att problemlösning i grupp bara är en väg att gå för att nå målen i matematik. Elevers förmåga att lösa problem förbättras inte med automatik bara för att de får lösa problem i grupp, men det är ett användbart tillvägagångssätt för att komplettera annan lärarledd undervisning.

Precis som Ahlberg konstaterar författarna till *Matematik ett kommunikationsämne* att lärarens inställning är viktig. När eleverna ser och förstår att läraren har roligt, då kan också eleverna förstå att problemlösning är roligt och viktigt. Genom att som lärare och klass arbeta fram en kreativ och trygg miljö, skapas goda förutsättningar för att utveckla elevens problemlösningsförmåga. När elever får arbeta med problemlösning i grupp kan de utnyttja varandras tankegångar. En elevs idé kan leda en annan elev vidare på samma spår och på så vis kan man möta och lösa problem tillsammans. Även elever som själva inte kan komma fram till en lösning kan, om stämningen i gruppen är god, ställa ”varför-frågor” och på så vis vara del i att leda gruppen vidare i sina funderingar. Gruppens sammansättning är viktigt för att få bästa möjliga kunskaper utifrån arbetet. Eleverna måste ge varandra trygghet,

känna förtroende för varandra och de måste kunna uppmuntra och stödja varandra (Emanuelsson, m.fl. 2000).

## **2.7 Lärares undervisning i matematik**

I Skolverkets rapport 251, *Den nationella utvärderingen* från 2003<sup>4</sup>, framgår att eleverna anser att matematik är ett viktigt ämne, att eleverna lär sig mycket, men att de vill lära sig mer. Vidare anser eleverna som ingick i rapporten att de får mycket läxor och prov och att lektionerna kan vara ganska röriga (Skolverket, 2005). Till Skolverkets rapport 251 finns en samtalsguide som utkom år 2007. I samtalsguiden konstateras att lärare som undervisar i matematik är engagerade lärare. Eleverna är nöjda med den undervisningen de får, men det framkommer att elever nästan alltid sitter och arbetar enskilt i matematikboken (Myndigheten för skolutveckling, 2007). I Skolverkets nationella utvärdering konstateras att det finns vissa förändringar i attityden kring matematik jämfört med tidigare studier som gjordes i början av 1990-talet. Elever anser i den senare rapporten att det är viktigt att alla elever räknar alla uppgifter i matematikboken, men att det inte spelar någon roll vilken matematikbok man har. När undersökningen genomfördes 2003 hade det blivit vanligt med olika svårighetsgrader av läromedel inom samma årskurs. Utredarna konstaterar, i och med elevernas inställning till läromedlet, att undervisningen är mer läromedelstyrd nu mot vad undervisningen var i början på 1990-talet. Vidare konstateras att elever i allmänhet anser att de är medvetna om vilka mål som finns och vad som krävs för att få de olika betygen (Skolverket, 2005).

I samma studie framgår av elevers svar, olika kriterier för en bra lärare. Enligt studien är en bra lärare, en lärare som är engagerad och kan förklara. En bra lärare kan skapa intresse för ämnet och lyfta fram matematiken i samhället utanför skolan. När lektionerna är lugna och fylls med olika arbetsformer, inte bara uppgifter från ett matematikläromedel, när eleverna är klara över mål och betygsriterier och när läraren använder annat kunskapsprövande än traditionella prov, då är läraren en bra lärare. De elever som har bra lärare enligt dessa kriterier tycker matematik är roligt. En mindre bra lärare är en lärare som bara låter eleverna arbeta i matematikboken, en lärare som inte är tillgänglig vid arbete med problemlösning och en lärare som inte gör något för att förbättra arbetsmiljön i klassrummet. De eleverna som har de senare åsikterna om matematikläraren tycker att matematik är jobbigt och svårt.

Vidare har Skolverket i sin studie undersökt närmare hur lärare med nöjda elever arbetar. Vad har eleverna för kriterier för vad en bra lärare är? Skolverket har kommit fram till att lärare som har nöjda elever arbetar varierat, både när det gäller undervisning och när det gäller metoder för bedömning. De flesta av dessa lärare tycker undervisningen i matematik är rolig, de tycker att det finns en positiv stämning på lektionerna, eleverna är engagerade, men att arbetet kan vara krävande. Gemensamt för dessa lärare är att de har både fullvärdig lärarutbildning och att de har läst minst 20p matematik på högskolenivå (Skolverket, 2005).

I en nationell granskning som Skolverket gjorde under åren 2001-2002 framgår många intressanta aspekter på undervisningsmiljöer. Av granskningen framgår att undervisningen för de lägre åldrarna upp till skolår 5-6 fungerar tillfredsställande och att elever är nöjda med sin undervisning. I denna studie, precis som den jag refererar till ovan, beskrivs att när lärare och elever hittar utrymme för att arbeta med flera sinnen, är miljön för lärandet lyckosamt. De lärare som arbetar med olika metoder och inte har en fastställd modell för hur undervisningen skall bli gynnsam för elevens utveckling, är de som enligt studien lyckas

---

<sup>4</sup> Rapporten genomfördes år 2003, den presenteras i skolverkets rapport 251 som kom ut år 2005

bäst med en positiv undervisningsmiljö. Flexibla lärare tycks vara mönstret. De flesta lärare som arbetar med elever i lägre åldrar, använder olika tillvägagångssätt för att möta eleverna och det tycks fungera. När eleverna sedan går i skolår 7-9 verkar något hända med undervisningen. Den glädje eleverna hade i de tidigare åldrarna tycks vara borta. De elever som tidigare gett matematikundervisningen positivt omdöme minskar. Från att ha arbetat med flera sinnen i de tidigare åldrarna går undervisningen i de högre åldrarna över till mekanisk räkning i ett läromedel, eleverna får räkna individuellt och möjligheten till att se, känna och höra matematik minskar. De flesta elever arbetar bra på lektionerna och den hjälp som läraren ger, sker individuellt till den elev som vill ha hjälp. Gemensamma genomgångar är få, likaså arbete i grupp. I studien konstateras att eleverna i lägre åldrar ser en koppling mellan matematik och verkligheten i elevens vardag, men att synen på detta förändras när eleven blir äldre. Eleverna som ingick i studien förstod, inte när de blev äldre, sambandet mellan matematiken i skolan och matematiken i vardagens samhälle (Skolverket, 2003).

Emanuelsson, m.fl (2000) anser att lärare kan hämta inspiration till problemlösningssuppgifter genom att gå till elevers vardag och till andra skolämnen. Genom klassfester, teman och utflykter finns mycket som kan inspirera till problemlösning. Både lärare och elever kan finna situationer eller händelser som ligger till grund för intressanta uppgifter. Några exempel på uppgifter som rör elevers vardag finns i Nämnaren TEMA. Till exempel finns uppgifter beskrivna som handlar om att anpassa olika problem efter något som är aktuellt just nu eller något som bättre passar elevgruppen. Ett exempel på frågeställning: "Hur många husdjur finns det?" Frågan är i grunden mycket öppen och läraren och/eller eleverna har möjlighet att själva anpassa frågan till vilka husdjur som avses (Sveriges husdjur, de husdjur som ägs av elever på skolan, husdjur i klassen), vems husdjur som avses och hur man skall gå tillväga för att lösa problemet och dess avgränsningar. Ett problem som är taget ur elevers vardag och hänvisar till något som är aktuellt för en specifik elev skulle kunna vara: "Hur mycket tyg skall Lisa köpa till dukarna vi skall göra på pysseldagen?" Problem likt detta är taget ur elevens direkta skolvardag och kan med fördel användas till problemlösning. Tidskriften Nämnaren<sup>5</sup> har problemsamlingar i varje nummer.

---

<sup>5</sup> Ges ut av Nationellt Centrum för Matematik med 4 nummer per år. (<http://ncm.gu.se/>)

### 3 Syfte och undersökningsfråga

Syftet med studien är att undersöka hur ett antal grundskolelärare beskriver sin egen undervisning i matematik och hur de arbetar med problemlösning i matematik. Följande forskningsfråga vill jag undersöka och besvara: Vad har några utvalda lärare för erfarenheter och inställning till matematik och vilket tillvägagångssätt använder de för att nå eleverna med problemlösning?

För att komma fram till svaret på min fråga har jag använt mig av följande delfrågor:

- Hur undervisar ett urval lärare i matematik?
- Vilken uppfattning har ett urval lärare om varför elever ska lösa problem?
- Hur arbetar dessa lärare med matematisk problemlösning?

### 4 Metod

För att få svar på mina forskningsfrågor har jag använt mig av enkäter och intervjuer. Studien baseras på min tolkning av inkomna enkäter och de intervjuer som gjorts. Jag har använt en hermeneutisk metod när jag arbetat med de svar jag fått. Patel & Davidson (1994) menar att studien blir hermeneutisk när materialet som använts tolkas utifrån forskarens erfarenheter, synsätt och värderingar samt att förförståelse ses som en tillgång för studien. Jag valde att arbeta med enkäter och intervjuer eftersom jag ansåg att mina forskningsfrågor lämpade sig för att använda ett hermeneutiskt tillvägagångssätt.

Att arbeta med enkäter gjorde att jag nådde en större grupp lärare, eftersom alla inte hade tid för en intervju. Min studie är begränsad till de lärare som svarat på min enkät. Det är endast fem av de lärare som svarat att de gick med på en intervju som intervjuades och det är endast två av de lärare som svarat i enkäten att jag fick komma på ett besök som besöktes. De lärare som endast svarat på enkäten har inte haft möjlighet att utveckla sina svar vidare, utan det är min tolkning av deras svar som ligger till grund för mina resultat av enkäterna.

För att komplettera enkätundersökningen valde jag att arbeta med intervjuer, de var nödvändiga för att få en djupare förståelse kring hur lärare arbetar med matematik och matematisk problemlösning och för att kunna svara på min undersökningsfråga. De kvalitativa intervjuerna innebar att jag hade fasta utgångsfrågor men att jag kunde variera frågorna utifrån personen jag intervjuade, för att få ett utvecklat svar på varje fråga. Detta gjordes då jag hade för avsikt att analysera och förstå alla svar för att se om jag kunde finna likartade synsätt hos mina informanter och intervjupersoner. Målsättningen med denna kvalitativa bearbetning är som Patel & Davidson (1994) beskriver, att hitta mönster, teman och kategorier som sedan ligger till grund för min rapportering.

#### 4.1 Enkäter

Enkäterna arbetade jag fram utifrån undersökningsfrågan. Till hjälp för att formulera frågorna använde jag mig av *Matematik årskurs 9* (Kjellström 2005) och *Matematikproblem i skolan – för att skapa tillfälle till lärande* (Taflin 2007). Att använda enkäter gav studien en standardiserad form eftersom att alla fick samma frågor. Enkäten hade dock en låg grad av strukturering då informanten kunde svara fritt på enkätfrågorna, utan att vara styrd av någon form av svarsalternativ, enkäten hade inga graderingar och få ja- och nejfrågor. (Patel & Davidson 1994).

Jag har använt mig av tre olika sätt för att komma i kontakt med grundskolelärare. Dessa tre är både slumpvis och medvetet utvalda. Jag sände ut enkäter till lärare som gått kursen

kursen *Matematisk problemlösning i skolan*<sup>6</sup>. Samtliga personer som deltagit i kursen *Matematisk problemlösning i skolan* 5 p under år 2005 och 2006, totalt 119 personer fick via en lärare på Högskolan Dalarna, e-post<sup>7</sup> med enkäten samt en påminnelse<sup>8</sup> med e-post. Jag kontaktade, via telefon och e-post<sup>9</sup>, åtta rektorer i en kommun i Dalarna som vidarebefordrade min enkät till lärare som undervisar i matematik. Till rektorerna sändes ingen påminnelse ut. Samt att jag kontaktade lärare som ingår i nätverket *matematikutvecklarna*<sup>10</sup>. 60 personer som angivit sin e-postadress på nätverket för *matematikutvecklarna*'s hemsida, region Karlstad fick e-post<sup>11</sup> med enkäten samt en påminnelse via e-post<sup>12</sup>. Totalt e-postades 179 enkäter. I påminnelsen beskrev jag tydligare vilka som kunde svara på enkäten, det vill säga, alla lärare som undervisar i matematik i grundskolan. Min medvetenhet med dessa val låg i att jag ville få svar från lärare i allmänhet (de som kontaktades via rektorer) och lärare som hade förförståelse för problemlösning (de som gått kursen *Matematisk problemlösning i skolan*). Mitt slumpade urval låg i att jag behövde fler informanter och fick möjlighet att komma i kontakt med ett nätverk av lärare (*matematikutvecklarna*).

Insamling av enkätsvaren skulle ske en vecka efter utlämnandet, efter påminnelse fick sedan informanterna (de ovan nämnda) ytterligare en vecka på sig att svara. Totalt fick jag alltså in 22 enkäter, 20 av dessa e-postades till mig, två enkäter postades. Jag har använt alla enkäter som kom in utom en. Den enkät jag valde att inte ta med i studien var skriven av en lärare som undervisade på komvux och passade därmed inte in med mitt syfte då studien undersöker lärare som arbetar på grundskolan.

## 4.2 Intervjuer

För att hitta lärare att intervjua kontaktade jag 10 lärare, som på enkäten angivit att jag fick kontakta dem, för intervju. Sedan intervjuades alla som hade tid för intervju under två specifika veckor under hösten år 2007. Jag intervjuade 5 lärare. Det var ytterligare 5 lärare som hade svarat att de gick med på intervju, men det blev inte någon intervju med dessa för att: 1) vi fick inte ihop någon tid (några som svarat ja tillfrågades ej då jag själv hade tidsbrist), 2) läraren undervisade på komvux och stämde därmed inte in i mina urvalskriterier för studien, 3) läraren arbetade som resurs och inte som lärare, varför jag kände att frågorna inte skulle vara relevanta för den läraren. Urvalet av intervjupersoner hade alltså att göra med tillgänglighet.

Tre av intervjuerna utfördes per telefon och två av intervjuerna skedde i samband med besök på skolan. De skolbesök som utfördes utgick från lärarens eget godkännande i enkäten. De jag valde att besöka intervjuades vid samma tillfälle som besöket och de som intervjuades i samband med mitt besök arbetade på en skola inom en radie av 5 mil<sup>13</sup> från min bostadsort. Vid alla intervjuer ställde jag frågor och antecknade svaren, jag antecknade svaren direkt i min dator eftersom jag skriver fortare på tangentbord än med penna och papper. Bandinspelning skedde endast vid de två intervjuerna där jag träffade

---

<sup>6</sup> Kursen "Matematisk problemlösning i Skolan" finns som 5p kurs vid Högskolan Dalarna, både som distansutbildning och som campusutbildning.

<sup>7</sup> Se bilaga 1 och 2

<sup>8</sup> Se bilaga 3

<sup>9</sup> Se bilaga 1 och 2

<sup>10</sup> Matematikutvecklarna är ett nätverk i Sverige indelat i regioner. Alla som ingår i nätverket är lärare, lärarutbildare eller på annat sätt intresserade av matematik. Jag kontaktade Region Karlsdad. Alla mailadresser finns listade på <http://www.matematikutvecklarna.se>

<sup>11</sup> Se bilaga 1 och 2

<sup>12</sup> Se bilaga 3

<sup>13</sup> Denna avgränsning gjordes då jag ville ha ett rimligt avstånd till dem jag intervjuade. Jag ville inte åka för långt för en intervju.

intervjupersonerna. Inspelningen gjordes som en extra säkerhet för att jag under bearbetningsprocessen av intervjuerna skulle kunna gå tillbaka till det inspelade materialet, om det behövdes. Jag använde dock aldrig det inspelade materialet. Ingen av de intervjuade hade sett intervjufrågorna före intervjun. Alla lärare jag intervjuade kommer från olika skolor och olika kommuner. Frågorna till intervjuerna baseras på min forskningsfråga.

Intervjuernas grad av standardiseradisering var relativt låg, frågorna var skapade på förhand och förutsättningarna för varje enskild intervju var därmed likvärdig. Intervjuerna anpassades utifrån den dialog som fördes mellan mig och den intervjuade, för att på så vis få så utvecklade svar som möjligt. Jag valde att göra kvalitativa intervjuer för att få ett vidgat perspektiv på mina enkätfrågor. Enkät svar blir ofta kortfattade och vid intervju kunde de som svarade berätta mer runt omkring sitt svar (Patel & Davidson 1994).

Anledningen till att jag ville besöka några av mina intervjupersoner var att jag ville träffa några lärare i deras egen miljö, träffa deras klass, vara med på en lektion och se lärarens omgivning kring ett undervisningstillfälle. Besöken skedde i samband med en intervju och jag var med under en lektion per lärare och skola. I och med besöken fördjupades förståelsen kring de lärare som intervjuades. När jag såg hur de undervisade, kunde jag också bilda mig en vidare uppfattning kring de svar som läraren gav mig vid intervjun.

### **4.3 Metodreflektion**

Jag valde att arbeta med både enkäter och intervjuer. Enkäter för att nå flera informanter och intervjuer för att få en djupare förståelse. Tack vare enkäterna fick jag en uppfattning om hur flera lärare såg på undervisning i matematik och problemlösning inom matematiken. Jag anser att intervjuerna var nödvändiga för att få en djupare förståelse för studien. Genom att intervjua kunde jag föra en dialog och på så vis få utförligare svar och därmed lättare kunna få svar på mina frågor baserade på min frågeställning.

Jag anser att studiens upplägg skapade ett urval jag själv inte riktigt kunde styra över. Eftersom jag kontaktade informanterna via mail låg det i informantens makt att svara. Jag tror därmed att lärarna gjorde ett eget urval och att det kan ha påverkat denna studie. Ponera att de lärare som valt att svara, är lärare som är intresserade av matematisk problemlösning, lärarnas intresse för problemlösning är i så fall det som styr resultatet i denna studie. Då detta är mitt antagande förstärks en tes om att denna studie är gällande för de lärare jag kommit i kontakt med snarare än vetenskapliga fakta. Denna fundering finns då resultatet inte riktigt stämmer överens med mina förväntningar. Givetvis är jag glad över resultatet eftersom det ger en mer positiv bild över problemlösning inom matematiken än vad mina förväntningar var.

Kanske hade studien visat ett annat resultat om jag valt ut några skolor och observerat några utvalda klasser under ett par veckors tid. Detta är dock inget jag har vetenskapliga belägg för, funderingarna utgår helt och hållet utifrån mina tolkningar av det som framgått utifrån syfte och undersökningsfrågor. Hela studien baseras på mina egna tolkningar av de enkäter, intervjuer och besök jag gjort. Studien är därmed gjord ur mitt perspektiv och med mina tolkningar. Jag ser det som en svaghet i denna studie.

### **4.4 Etiska överväganden**

Jag har gjort etiska överväganden efter genomgång av *Forskningsetiska principer för humanistisk-samhällsvetenskaplig forskning* (ISBN:91-7303-008-4) samt *Forskningsetik* (HDA 2007). Jag har följt de anvisningar och rekommendationer samt delgett mina informanter med hänsyn till de punkter som tas upp i informations-, samtyckes-, konfidentialitets- och nyttjandekraven. Alla personer som deltagit i denna studie via enkäter eller intervjuer har informerats om syftet med denna studie. De är införstådda med att deltagandet är frivilligt

och att de hade alla möjlighet att avbryta sin medverkan. Ingen av uppgiftslämnarna är under 15 år. De elever jag träffat för att få en djupare förståelse kring läraren Erikas lärarvardag är över 15 år.

Alla inlämnade enkäter och materialet till de intervjuer som gjorts kommer att behandlas med anonymitet. Studien hänvisar till intervjusvar med fingerade namn och inte till specifika personer eller specifika skolor. Jag har namngett intervjupersonerna enligt följande princip: Intervjun av mannen som deltog har fått ett maskulint namn och intervjuerna som besvarats av kvinnor har fått feminina namn. Intervjuperson 1 har fått ett namn på A, intervjuperson 2 har fått ett namn på B, intervjuperson 3 har fått ett namn på C och så vidare.

## **4.5 Presentation av de intervjuade pedagogerna**

I detta avsnitt presenteras pedagogerna. Här beskrivs vilka skolåldrar de arbetar med, vilken utbildning de har och hur jag kom i kontakt med dem.

### **4.5.1 Pedagog Anna**

Anna är 48 år gammal och tog sin lärarexamen 1987. Hon är utbildad till mellanstadielärare i Svenska och SO och hon arbetar just nu på en skola i Dalarna som klasslärare i år 6. Hon anser att hennes undervisning präglas av Lgr 80, eftersom Lgr 80 var det gällande läroplan hennes utbildning grundade sig på. Hon menar dock att hennes sätt att koppla till Lpo 94 alltid finns med i bakhuvudet. Hennes egen skolgång präglades till största del av Lgr 69.

Klassen hon undervisar består av 32 elever och intervjun skedde på hennes arbetsplats i ett grupprum i anslutning till hennes klassrum. Tack vare närheten till hennes klassrum kunde jag få se både läromedel och annat material hon använder i sin undervisning. Efter intervjun var jag med på en av Annas matematiklektioner. Kontakt med Anna fick jag genom att rektorn på hennes skola. Rektorn på hennes skola var en av dem jag fick kontakt med när jag ringde runt till olika skolor för att söka informanter till in enkät.

### **4.5.2 Pedagog Bea**

Bea är 50 år gammal och har arbetat som lärare i snart 11 år. Hon tog sin lärarexamen 1997 och har, sedan hon tog sin examen, gått flera fortbildningskurser både för att utvecklas som lärare och för att utvecklas inom ämnen. Bland annat har hon gått kursen *Matematisk Problemlösning i skolan 5p* på distans. Den kursen anser hon verkligen har öppnat ögonen för problemlösning och matematikundervisning i sin helhet.

Bea arbetar som klasslärare i klass 5 på en skola i norra delen av Stockholms län. Intervjun gjordes per telefon. Bea kom jag i kontakt med eftersom hon gått kursen *Matematisk problemlösning i skolan*. Eftersom intervjun utfördes per telefon fick jag ingen vidare inblick i hennes sätt att arbeta, även om vi hade en mycket givande dialog.

### **4.5.3 Pedagog Cia**

Cia har arbetat som lärare i matematik i 12 år. Hon tog sin lärarexamen 1995 och är 41 år gammal. Sedan Cia avslutade sin lärarutbildning har hon tagit del av flera fortbildningskurser. Exempel på matematikrelaterad fortbildning: *Grundkurs IT för lärare*, *Datorn som didaktiskt verktyg i matematik*, *Matematisk problemlösning i skolan*, *Geometri* och *Matematik för verksamma lärare*. Hon tycker fortbildning är både viktigt och roligt. Cia arbetar som ämneslärare och undervisar endast i matematik för elever i skolår 7-9 på en skola i Stockholms innerstad med klasser i år F-9. Intervjun gjordes per telefon varför jag inte har

någon uppfattning om miljön kring Cia och hennes undervisning. Cia har precis som Bea gått en kurs i *Matematisk problemlösning i skolan* och det var genom den kursen jag fick kontakt med Cia.

#### **4.5.4 Pedagog Dan**

Dan har arbetat som ämneslärare i matematik, kemi, teknik, biologi och fysik i 4 år. Just nu arbetar han med elever i skolår 7-9 på en skola i Västmanland. Dan är 37 år och tog sin lärarexamen år 2004. Han ingår i ett nätverk som kallas *Matematikutvecklarna* som träffas 4 gånger per år. Tack vare Dans medverkan i *Matematikutvecklarna* kom jag i kontakt med honom. Intervjun skedde per telefon, vilket gjorde att jag inte fick möjlighet att se Dans undervisning ur ett bredare perspektiv.

#### **4.5.5 Pedagog Erika**

Erika är 44 år gammal och tog sin lärarexamen 2003. Hon undervisar skolår 7-9 i matematik, fysik, kemi, biologi och teknik i en skola i Dalarna. Erika har alltsedan sin examen för fem år sedan fortbildat sig på olika sätt. Förutom att hon är med i *Matematikutvecklarna* är hon med i ett projekt som skall skapa matematikpiloter för att utbilda förskollärare att använda mer matematik. Erika läser alltid någon kurs eller är del av något projekt utöver sitt arbete som lärare. Varje sommar läser hon sommarkurser. Mest har hon läst biologi, men även pedagogik, på distans. Jag kom i kontakt med Erika eftersom hon är med i *Matematikutvecklarna*. Intervjun skedde på hennes skola och jag fick möjlighet att vara med på en av hennes matematiklektioner. Efter lektionen träffade jag först några av hennes elever och sedan intervjuade jag Erika. Eftersom Erika och jag pratade mycket runt omkring intervjun, tog intervjun 1 timme. Jag anser att jag tack vare den långa intervjun samt att jag fick träffa några av hennes elever, fick en god bild av hur Erika är som lärare.

## 5 Resultat

Resultatredovisning av enkätsvar och intervjuer från 21 verksamma lärare inom grundskolan. Informationen i resultatbeskrivningen utgår från frågorna i enkäterna och intervjuerna. Rubrikerna bildar kategorier som är skapade utifrån den information jag fått fram. Intervjupersonernas svar är rubricerade i kategorierna utifrån svar på mina frågor.

### 5.1 Lärarnas utbildning och skolår lärarna undervisar

Enkätinformanterna undervisade på olika stadier inom grundskolan. Spridningen i ålder för informanterna var stor och därmed grundade sig de olika lärarnas egna grundskoleutbildningar på olika läroplaner. Spridningen för vilken läroplan som dominerat under lärarens egen grundskoleutbildning var från Läroplan för grundskolan 1962 (Lgr 62<sup>14</sup>) till Läroplan för grundskolan 1980 (Lgr 80). Ingen av informanterna har gått i grundskola baserad på Läroplan för den obligatoriska skolan 1994 (Lpo 94), den yngsta informanten var född 1972. Majoriteten av dem som svarade tog sin lärarexamen efter Lpo 94's införande. Se diagram 1.1 nedan.

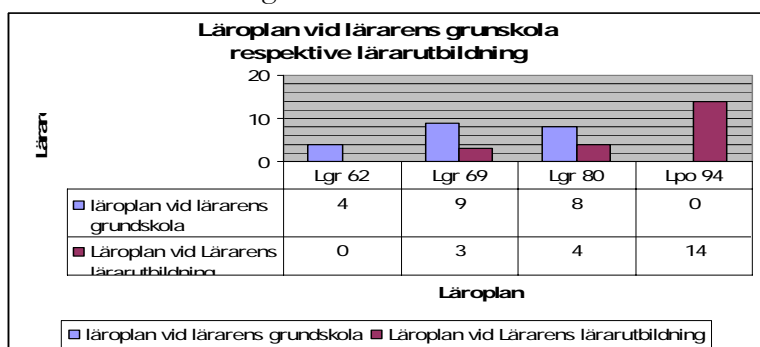


Diagram 1.1 läroplansfördelning

Diagrammet ovan visar vilken läroplan som till största del gällde när informanterna gick i grundskolan. Fyra lärares grundskoleutbildning grundar sig på Lgr 62, nio lärares grundskoleutbildning grundar sig på Lgr 69 och åtta lärares utbildning grundar sig på Lgr 80, ingen har grundskola baserad på Lpo 94. När lärarna sedan gick lärarutbildningen var det 14 av 21 som fick en utbildning baserad på Lpo 94. Bara 3 lärares utbildning baserades på Lgr 69 och 4 lärares utbildning baserades på Lgr 80.

Diagrammet nämnt *Lärarna undervisar följande skolår* nedan visar fördelningen över åldrar på eleverna som informanterna för enkäterna undervisade. Ingen av lärarna undervisade enbart skolår 1-3. Flera av dem som angav att de undervisade i grundskolans tidigare år, skrev att de undervisade skolår 2-6, ingen informant hade alltså skolår 1. Då några undervisade grundskolans tidigare år 4-6 har jag valt att gruppera dessa som två olika svarsgrupper.

Lärarna som undervisade skolår 4-6 var jämt fördelade med de lärare som undervisade skolår 7-9, med nio respektive åtta lärare. De som undervisar i skolår 2-6 var 4 st. Se diagram 1.2 till höger.

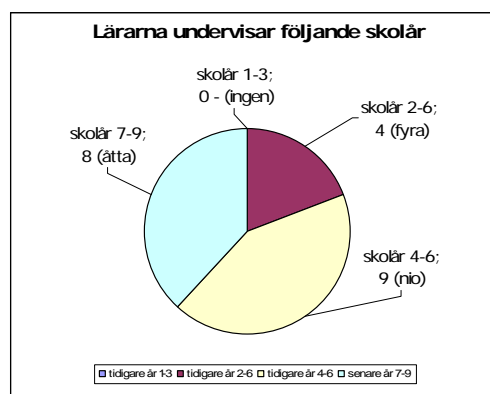


Diagram 1.2 visar vilka åldrar lärarna undervisar

<sup>14</sup> Lgr 62 är den läroplan som var gällande i Svensk grundskola före Lgr 69.

## 5.2 Lärarnas kompetens kring matematisk problemlösning

Lärarna svarade mycket olika kring vilken kompetens de hade kring problemlösning. Ungefär hälften anser att de fick någon form av undervisning kring problemlösning i anslutning till annan matematikundervisning under sin lärarutbildning. Några anser att de fick god kompetens i problemlösning och några anger att de inte fick specifik utbildning i problemlösning. Flera av dem som svarade anser att de genom den egna grundskolan fick infallsvinklar till problemlösning, men att fortbildning till stor del påverkat hur deras syn på problemlösning har utvecklats.

## 5.3 Matematikundervisningen i klassrummet

### Pedagog Anna

Anna undervisar en klass i år 6, hon utgår från sitt läromedel *Matteborgen*. Läromedlet är nytt för henne detta år och lärarhandledningen används ibland. Hon tycker lärarhandledningen ger inspiration, tips och idéer. Läroboken är huvudmaterialet i undervisningen, men tabellträning och problemlösning arbetar de ofta med utanför läromedlet.

Anna anser att hon, genom studiedagar, diskussioner med kollegor och samtal om matematik med eleverna, gör att hon hela tiden utvecklas i sitt matematiska tänkande. Hon anser att hennes undervisning präglas av Lgr 80, eftersom Lgr 80 var det gällande läroplan hennes utbildning grundade sig på. Hon menar dock att hennes sätt att koppla till Lpo 94 alltid finns med i bakhuvudet. Hennes läraridentitet har påverkats av hennes egen skolgång. I klassrummet hade hon en pärm från sin egen skoltid. Den pärmen var från hennes eget skolår 6. Hon bläddrade och visade att många av dessa uppgifter är uppgifter som eleverna även arbetar med idag. Hon visade att matematikuppgifterna påminner om uppgifter som hennes elever räknar med i sitt nuvarande läromedel.

På skolan arbetar lärarna tillsammans fram en lokal kursplan som gäller för hela skolan utifrån Lpo 94. Hon tycker att arbetslaget diskuterar en hel del matematik och berättar:

Vi diskuterar en hel del matte med arbetslaget, föräldrarna och eleverna. Senast på studiedag med högstadielärare – då pratar vi om vad man skall kunna när man kommer till högstadiet. Nivåerna har förändrats om man ser tillbaka i tiden. Nu vill man veta vad man skall kunna.

På föräldramöten brukar hon visa hur eleverna i skolan arbetar med matematik. På föräldramöten passar hon också på att visa föräldrarna hur de skall räkna för att kunna hjälpa eleverna med läxor. Anna tycker att hon får bra respons från eleverna men kan känna sig frustrerad över spridningen i klassen, då kunskapsnivån i hennes klass 6 har en spridning från skolår två till skolår åtta.

### Pedagog Bea

Bea, som undervisar i en klass 5, använder precis som Anna läromedlet *Matteborgen*. Hon tycker att *Matteborgen* är bra och att läromedlet är tydlig med sina mål. Lärarhandledningen använder hon ibland och hon använder den främst för att se författarnas tanke med läromedlet, samt för att få tillgång till de extrauppgifter som finns. *Matteborgen* använder hon som bas i sin undervisning, men hon går alltid utanför läromedlet för att konkretisera och förankra uppgifterna med verkligheten. Till exempel berättar hon följande:

Lokal busstidtabell används i stället för att bara kolla läromedlet. Först jobba med den verkliga tabellen sedan jobba med boken. Arbetet i boken blir då att bekräfta det man kan. Verklighetsförankring är bra. Sjötorp i boken är inte samma sak som bussen i min kommun. Nyttan av att kunna läsa en riktig tabell.

Bea anser att eleverna lättare förstår, om de räknar tider och tittar i en tabell för bussar de åker med i verkligheten, i stället för att räkna med de uppgifter om tidtabeller som finns i boken. Bea anser att matteböcker är tidsfördriv för lärare, men att eleverna vill ha matteboken som en tävling, de vill ligga först. Bea upplever att matteboken för hennes elever är en trygghet i den ganska kaotiska värld de lever i. Matteboken är en lärobok som Bea uppfattar att hennes elever gillar.

Läroplanen Lpo 94 och kursplanen för matematik är något som hela tiden finns i bakhuvudet. Hon tycker att hon jobbar med kursplanen löpande, eftersom hon gick sin utbildning när Lpo 94 var precis ny. Bea anser att hon utgår från läroplanen när hon planerar läsåret, men vill också framhäva att läromedlet *Matteborgen* är bra. Hon känner sig trygg att ha *Matteborgen* som grund, eftersom den är uppbyggd på Lpo 94. Hon tycker att det finns en svaghet i Lpo 94 eftersom den är kortfattad och kan därför tolkas väldigt olika. Hon anser dock att styrkan ligger i att hon som lärare har stor frihet och att hon hela tiden kan anpassa vägarna att nå målen för de olika elevgrupper hon har.

### **Pedagog Cia**

Cia arbetar som ämneslärare i bland annat matematik och undervisar elever i skolår 7-9. Cia berättar att hon använder:

... flera olika läromedel, huvudläromedlet är XYZ. Men jag använder även Mattedirekt och Tetra. Hämtar dessutom problem från 4 olika problemlösningböcker. Jag använder lärarhandledningen väldigt lite.

Cia är inte speciellt förtjust i Lpo 94. Hon anser att reformen som gjordes inte var tillräckligt genomtänkt och läraren har lämnats merarbete jämfört med tidigare, eftersom de som tog fram läroplanen och kursplanen lämnade mycket öppet för lärares egna tolkningar. Hon anser att både läroplanen och kursplanen är abstrakt skrivna. Eftersom konkretisering måste göras av den enskilda läraren, anser hon att det är en svaghet, då läraren kan tolka läroplanen på olika sätt.

Cia lägger sin undervisning på en nivå där eleverna känner sig trygga och hon väljer att lägga en grund i matematik för elevers fortsatta utbildning på gymnasiet och högskola, snarare än att strikt följa läroplanen. Hon anser att hennes läraridentitet, på det sätt hon bedriver undervisning, utgår från målen, men att hon inte kan hitta svaren för att nå målen i kursplanen. Hon måste lita till sig själv och själv hitta en väg att leda eleverna mot målen. ”Det eleverna måste kunna har jag med mig och jag lär eleverna så att de får förutsättningar för att själva värdera lösningar och lösningsmetoder” menar Cia. Hon anser att dialogen som finns mellan eleverna är väldigt viktig för elevernas fortsatta utveckling.

Cia's tror att hennes arbetssätt grundar sig i hennes läraridentitet som formas av hur hon är som person, hennes lärarutbildning och den fortbildning hon tagit del av under åren som lärare. Hon anser inte att hennes egen skolgång påverkat henne nämnvärt.

### **Pedagog Dan**

Dan arbetar som ämneslärare i matematik för skolår 7-9. Hans undervisning utgår från läromedlet XYZ. Det händer att han arbetar med lärarhandledningen för att se hur de har tänkt i ett område. Ibland använder han eget material och andra gånger fördjupar han sig i handledningen för att vidga boken. Det som är positivt med XYZ's lärarhandledning är att det finns bra diagnoser. Det finns också bra förslag på olika aktiviteter som engagerar eleverna utanför boken, till exempel laborationer och gruppaktiviteter av olika slag. Dan arbetar med lärarhandledningens diagnoser till utvalda kapitel och han tar del av

lärarhandledningens infallsvinklar för att se hur man kan jobba med ett specifikt kapitel. Emellanåt använder han lärarhandledningen bara som inspiration och gör egna aktiviteter utifrån handledningens grund.

Dan berättar att han nu har många elever i skolår nio och då arbetar de nästan inte alls med boken, utan det blir många problemlösningssuppgifter utifrån gamla nationella prov. Detta eftersom både han och eleverna anser det nyttigt att öva på dessa inför nationella provet som kommer till våren. Den senaste tiden har de arbetat så mycket utanför boken, att eleverna börjat fråga om de måste hinna med att räkna alla sidor i boken också. Eleverna har svårt att förstå att de arbetar för att nå målen och inte för att räkna ut läroboken.

Dan tillhör de lärare i sin kommun som ingår i nätverket *Matematikutvecklarna*. Han anser att han får mycket fortbildning utifrån nätverket. Han engageras och upplever starkt stöd från skolan han arbetar på, då de uppmuntrar honom till att vara med på olika aktiviteter. Dan berättar att han använder läroplanen mest för att känna en stabil värdegrund, men att kursplanen för matematik används kontinuerligt. Alla mål utifrån kursplanen finns uppkopierade i klassrummet, varpå han och alla elever ständigt blir påmind om vad de arbetar mot. Dan uppmärksammar strävansmål och uppnåendemål, så att eleverna blir medvetna om målen och förstår skillnaderna mellan strävansmål och uppnåendemål. Vid genomgångar och vid elevers frågor kan han ofta relatera till kursplanen.

Dan anser att fortbildning är något som ständigt skall vara återkommande i lärarens vardag. Han tycker att han har god kompetens för att undervisa i problemlösning, men att han hela tiden välkomnar nya infallsvinklar. Han anser vidare att hans egen skolgång påverkat honom positivt. Han minns att de ofta arbetade med olika experiment och att de sällan satt tyst och räknade i boken. Dan berättar att han vid ett tillfälle fick räkna omkretsen runt jordklotet. Han minns också att de arbetade med gamla grekiska problem. Han tror att hans egen skolgång gav honom en bra grund att stå på och att den märks i den undervisning han håller, är han helt övertygad om.

### **Pedagog Erika**

Erika undervisar i matematik för skolår 7-9 och är därmed ämneslärare. Hon använder läromedlet *Mattedirekt* och det läromedlet har hon använt i 3 år. Innan *Mattedirekt* arbetade hon, och alla andra lärare som undervisar i matematik på skolan, med läromedlet *XYZ*. Erika var inte nöjd med det läromedlet, då hon inte ansåg att det utmanade hjärnan tillräckligt. Hon ansåg att *XYZ* arbetar statiskt och hon tycker inte själv att boken är rolig. Hon bestämde för tre år sedan, tillsammans med en kollega, att gå över till *Mattedirekt*. Hon och kollegan arbetar sedan dess med *Mattedirekt* och anser att det är en flexibel bok som vänder upp och ner på begreppen. Hon medger dock att det var svårt för de elever som arbetat i *XYZ* under skolår sju och åtta att gå över till *Mattedirekt* i nian. Det blev jobbigt för niondeklassarna eftersom de upptäckte att de måste tänka själva. En fördel med *Mattedirekt* är att målen med undervisningen blir tydliga i boken. Erika konstaterar dock att hennes egen inställning till läromedlet är av stor vikt. Hon tycker boken är bra och diskuterar gärna matematik utifrån boken med sina elever. Lärarhandledningen används frekvent av lärarna, speciellt arbetsbladen.

Utöver läromedlet jobbar hon efter de nationella proven. Erika försöker anpassa undervisningen genom att se hur de nationella proven är uppbyggda. Genom att arbeta med gamla nationella prov kan hon se vad eleverna kan och vad eleverna behöver arbeta med inför nästa nationella prov. Denna termin använder hon dessutom kluringar från

Nämnares adventskalender<sup>15</sup>. Vidare försöker Erika prata matematik på ett sätt som skall få eleverna att förstå att matematik är mer än ett ämne i skolan. Hon vill visa att matematik är en del i världen utanför skolan. Hon är av den uppfattningen att eleverna mest räknat i boken på mellanstadiet, varför hon nu ser det som sin uppgift att visa hur matematiken ser ut i verkligheten. Erika tycker att hon har många klassrumsdiskussioner som är utvecklande för både henne och eleverna. Kursplanen i matematik och läroplanen används inte dagligen, men hon går igenom den med eleverna:

Kursplanen i matematik använder jag inte dagligen men i början av terminen går jag igenom den med eleverna och diskuterar den och eleverna får läsa den. Det är det vi gör med eleverna. Jag vill utifrån den jobba med olika arbetsområden utifrån kursplanen. Jag väljer vad vi skall göra. Vi följer matematikböckerna och kurserna som de ser ut. Vi känner att vi kan fylla på det läromedel som finns för att få eleverna att nå målen.

Eftersom *Mattedirekt* är ett läromedel hon tycker är bra, anser hon att det är lätt att arbeta med olika arbetsområden utifrån kursplanen. Hon gick lärarutbildningen när Lpo 94 var inarbetad och känner att läroplanen finns nära. Under lärarutbildningen fick hon uppfattningen att lärare i allmänhet använde kursplanen och läroplanen mer än verkligheten visat att man gör.

Erika berättar att hon inte är så säker på hur hennes skolgång påverkat henne som lärare. Men hon anser att lärare både nu och förr borde ha öppnat sin dörr lite oftare. Hon menar att lärare i stort ofta arbetar mot varandra, i stället för med varandra. Själv bjuder hon gärna in andra vuxna i sitt klassrum. Hon menar att alltför många lärare blir klasslärare och undervisar i fler ämnen än de är behöriga till. En sådan skola skulle fungera om alla lärare hade gjort upp med sitt förflutna, för det är endast då lärare kan arbeta enligt läroplan och kursplan. Om lärare inte har gjort upp med sitt förgångna och dessutom inte är behörig i ett ämne, menar hon att lärare i allmänhet undervisar på det sätt de själva blev undervisade på. Erika tror att de elever hon fått som ”bara räknat i boken”, är elever som haft lärare som inte gjort upp med sitt förflutna. Hon säger: ”För att ha en bra klassrumsmiljö och kunna leva upp till läroplanen och kursplanen måste vi veta vad som står i dem och inte förlita oss på vår egen grundskoleutbildning.”

#### **5.4 Lärarnas definition av matematisk problemlösning**

Lärares definition av problemlösning är av stor vidd, men mycket av det lärarna skriver är återkommande. Det vill säga, många svarar samma eller ungefär samma sak. Utifrån enkätsvaren kan jag dock göra följande lista över vad lärarna anser att problemlösning är:

- något spännande som väcker nyfikenhet
- när eleven ställs inför ett problem och inte vet hur den skall ta sig an problemet men har ett intresse av att lösa det
- när eleven tillsammans med andra eller själv skall lösa uppgifter som kräver flerstegslösningar, ibland sker det i moment utöver den vanliga undervisningen
- när uppgiften innebär att eleven kan komma med flera lösningar, uppgifter som ger utrymme för reflektion och uppgifter som väcker nyfikenhet
- när uppgiften innebär att man får klura en del på hur man skall lösa den och att man kan lösa uppgiften på flera olika sätt
- en uppgift som handlar om att man måste hitta vägar och strategier för att komma förbi problemet och sedan kunna lösa uppgiften

---

<sup>15</sup> Nämnares adventskalender följer med tidskriften *Nämnares*, men finns också att hämta på:  
<http://ncm.gu.se/node/1533>

En av mina informanter beskriver sina tankegångar enligt följande:

Kommunikationen är viktig. Visserligen kan det vara bra att arbeta individuellt med problemlösning, men jag anser att barnen får större behållning om de i så fall får diskutera sina strategier, använda begrepp och förklara sina tankar. Oftast tycker jag att problemlösning lämpar sig som pararbete eller i små grupper.

De flesta lärare menar att en problemlösningssuppgift är en textuppgift och att kommunikationen är viktig. Många anser att kommunikation och grupparbete är en stor del av själva problemlösandet, men att eleven kan vinna på att börja lösa uppgiften enskilt. En bra strategi enligt många lärare är att börja enskilt, fortsätta parvis eller i små grupper, och avsluta klassvis. Vid lösning klassvis är det bra om flera lösningar kommer fram och att eleverna då får diskutera olika strategier och hur de kommit fram till en lösning. Genom att arbeta i helklass vid slutet av en problemlösningssuppgift, kan problemets olika lösningar och strategier för att nå lösning, delas med andra och därmed nå fler elever.

### **Pedagog Anna**

Anna anser att problemlösning inom matematiken är en grund för vad som i livet komma skall. I framtiden skall man komma på lösningar, förstå tekniska saker och så vidare. Hon berättade att hon, en gång när klassen var ute och gick, berättade att asfalten de går på är matematik. När eleverna inte förstod hur asfalten kunde ha med matematik att göra förklarade hon:

Jag berättade för eleverna att någon har räknat ut hur mycket asfalt som behövs för att just den där trottoaren skall se ut just så. Jag försöker få eleverna att förstå att mycket bygger på matematiken.

Sedan måste hon som lärare strukturera upp vad varje individ behöver. Hon anser att hon genom att diskutera vardagsnära problem ger eleven en generell förståelse för vad matematisk problemlösning är.

### **Pedagog Bea**

Bea anser att elever skall lösa problem för att de skall kunna använda matematiken i andra situationer än lärobokssituationer. Det är bra att eleverna får tänka till och att svaret inte alltid är givet. Hon anser också att problemlösning utvecklar olika förmågor hos eleven, inte bara inom matematiken. Bea menar att

...om eleverna bara räknar i boken och bara följer ett kapitel rakt upp och ner, använder de bara de givna strategier som boken behandlar. Om eleven däremot får ett problem att lösa, måste de använda de kunskaper de lärt sig hittills och själva behöva fundera fram vilka strategier som måste användas.

Hon uppfattar att eleverna tycker att problem som inte direkt anknyter till boken är mer spännande. Vidare anser hon att problemlösning gynnar både dem som bara räknar på och dem som tycker det mesta är jobbigt.

När elever arbetar med problem måste de också kunna förklara för någon annan. Dessa förklaringar gynnar både starka och svaga elever och de kan ha nytta av varandra. Genom den problemlösning Bea använder får de arbeta i olika grupper. Hon har alltid 2-3 elever i en grupp och det är aldrig fasta grupper. På så vis får eleverna lära sig jobba ihop med andra och även med elever de inte brukar jobba ihop med. Det skapar tillfällen för eleverna

att argumentera för sin sak. Det ger också förståelse för de elever som inte ligger först i matteboken, eftersom alla oavsett styrka i matematik kan komma med fantastiska lösningar.

### **Pedagog Cia**

Cia menar att elever skall lösa problem för att ”det står så i läroplanen”. Elever skall kunna argumentera, kunna se på sin lösning av ett problem och kunna ta del av andras lösningar. De skall kunna jämföra lösningar med varandra och kunna välja mellan olika metoder. Cia anser att dessa mål i läroplanen endast kan uppfyllas genom problemlösning. Hon tycker att det är trevligt när eleverna finner uppgifter spännande och när de tycker att arbetet är roligt. Hon ser glädjen hos eleverna när de jobbar med något som de inte riktigt vet hur de skall lösa. Cia menar att hon ser skillnad hos eleverna i arbete med problemlösning. Då ser hon att eleverna gläds åt uppgifterna de arbetar med. När de räknar rakt upp och ner i boken ser hon att de tycker arbetet är tråkigt. Vidare försöker hon arbeta med att låta eleverna skapa egna problem och hon menar att enda vägen för elever att förstå hur de skall arbeta fram egna problem är att jobba aktivt med problemlösning.

### **Pedagog Dan**

Dan tycker att elever genom problemlösning hittar många olika vägar att gå. Elevernas lösningar har inga begränsningar. Elever kan visa många olika sätt att uttrycka sig på. Han berättar:

...man får fram så mycket annorlunda lösningar som kan vara underbara att titta igenom. Lösningar kan komma från de mest oväntade håll. /.../ Det kan vara att de har löst det på ett fint sätt genom att pröva sig fram och eleverna kanske tycker att det är låg nivå men jag tycker att det är hög nivå.

Några av Dans elever tycker att metoden ”prova sig fram till ett resultat” är en metod på låg nivå, men Dan är nyfiken på att ta reda på *hur* eleverna provat sig fram för att komma dit. Han menar att det kan vara väldigt positivt att se en sådan förklaring och förstå hur de har kommit fram till resultatet. När de berättar om sina upptäckter kan han som lärare anse att det är hög nivå på lösningen, fast eleverna tror att det är låg nivå bara för att de provat sig fram. Dan tycker att problemlösning stärker eleven i och med att det kan finnas så många olika strategier att angripa problemet med.

Dan anser att eleven stärks när eleven får möjlighet att visa de olika strategierna. När de tar sig an ett problem bakifrån och framifrån och provar sig fram, upptäcker de ibland själva att det finns många olika sätt att lösa uppgiften på. Han anser att problemlösning stimulerar eleven till att förstå att matematik inte bara är ett skolämne.

### **Pedagog Erika**

Erika arbetar aktivt med problemlösning men vill lära sig mer hela tiden. När hon arbetar med sina elever med problemlösning tänker hon, att hon vill träna eleverna i att använda matematik i sitt vardagsliv utanför skolan. Hon vill lära dem att förstå att det finns många matematiska metoder och att det finns många olika sätt att lösa problem på. Vidare anser hon att hon måste bidra med variation, både för sin egen del och för sina elevers skull. Att bara arbeta med problemlösning är inte hållbart på grund av arbetsbelastningen, men hon kan använda problemlösning som en del av sin undervisning och genom problemlösning kan hon vidga läromedlet.

## 5.5 Fördelar med problemlösning i matematik

Alla som svarat på enkäten anser att de kan undervisa i matematik genom problemlösning. De tillfrågade lärarna menar att de kan diskutera matematik genom problemlösning och att eleverna har glädje av att hitta strategier för att möta problemen. Matematik som är vardagsnära blir viktigt och när eleverna själva hittar strategier ser läraren att eleven förstått och kan tillämpa det läraren undervisat om. Läraren Cia, som jag också intervjuade, skriver i sitt enkätsvar att problemlösning bidrar till att eleven:

- får en bättre matematisk förståelse
- dras till kreativitet och arbetsglädje
- skapar tålamod och bättre självförtroende och tillåter differentiering
- får motivation och omväxling i undervisningen
- utvecklar sin begreppsbyggnad
- får möjlighet att inta ett reflekterande förhållningssätt till matematik
- talar matematik
- utvecklar en nyfikenhet och lust att lära
- lär sig att arbeta tillsammans med andra
- ser att det finns olika sätt att lösa ett problem

Cia ser också problemlösning som en möjlighet till ämnesfördjupning, hon tycker att problemlösning ger eleven överblick och sammanhang, ger eleven tid att tänka, att mogna i sitt matematiska tänkande och att eleven ges möjlighet att arbeta i lugn och ro. Vidare anser Cia att problemlösning tränar eleverna i att skriva, rita och redovisa sina lösningar så att andra förstår och hon menar därmed att problemlösning är ett redskap för uppfyllande av flera av målen för undervisningen enligt läroplanen.

En annan informant beskriver att hon kan hjälpa elever att lära sig matematik genom att:

... verklighetsanknyta, anpassa svårighetsgraderna till olika elever. Se till att de blir varierade uppgifter. Vi försöker att prata mycket matematik och använder material om det behövs en stor fördel vid problemlösning och mer tillåtelse. [så]

En lärare anser att eleverna får använda sitt matematiska tänkande när de löser olika problem. Eleverna tänker friare när det är uppgifter som inte har med läroboken att göra och de använder andra strategier än vad de skulle ha gjort om samma uppgift stod i en mattebok i anslutning till ett tema där. Samma lärare menar att en bra problemlösare inte nödvändigtvis är samma elev som den eleven som kommit längst fram i matematikboken vilket är positivt, några elever är bra problemlösare och andra elever arbetar snabbt i boken.

Vidare anser många av dem som svarat på enkäten att uppgifter som innebär problemlösning kan innehålla ett stort antal av de kunskapsmål som eleverna skall uppnå enligt kursplanen. Friheten kring att anpassa problem efter grupp är också betydelsefullt. Flera informanter menar att ett matematiskt problem går att verklighetsanknyta och det går att anpassa svårighetsgraderna till olika elever. Flera lärare skriver att de sätter stor vikt vid att poängtera att de är intresserade av elevernas lösningar oavsett hur eleven/eleverna gjort för att lösa uppgiften. Detta eftersom läraren vill lyfta fram och poängtera hur eleven tänkt, snarare än att se att eleven hittat *rätt* lösning. Genom att läraren lyfter fram elevernas lösning i en dialog kan både eleven själv och eleverna runt omkring ta del av en lösning och lära sig utav det som framkommit. Några av dem som svarat på enkäter berättar också att de tar problemet till en vidare diskussion och diskuterar matematiken i problemet för att därmed belysa för och nackdelar med respektive lösning.

## 5.6 Problemlösning som mål och medel

De flesta som svarat på enkäterna ser problemlösning som en del i sin undervisning. Några arbetar minst en gång i månaden med olika typer av problemlösning och andra har ett matematikpass i veckan avsatt för problemlösning. Arbetssätten liknar varandra och de flesta lärarna låter sina elever arbeta i grupper om två och två, alternativt att de delar in klassen i flera mindre grupper. Hälften av dem som svarat skrev att de arbetade enskilt, gruppvis och klassvis med problemlösning, men det framgick inte av enkätsvaren om de alltid arbetade enligt den modellen eller om de arbetade på olika sätt vid olika tillfällen. En av mina informanter beskriver hur hon arbetar med problemlösning så här:

På många olika sätt och de löser uppgifterna på många olika sätt t ex genom att rita bilder, drama osv: [så!] Våra läroplaner säger ju att eleverna ska få möta många olika arbetssätt och uttrycksformer.

Och en annan beskriver sitt arbete på detta vis:

Dels kan jag lära dem att lösa problem genom olika metoder. Jag kan få dem att inse att svaret inte alltid är det viktigaste utan det är vägen dit som är intressant. På det sättet kan jag motivera varför en uträkning och tankegång måste skrivas ned och att det går att jämföra olika tankegångar och lösningar med varandra och på det sättet befästa olika matematiska metoder och strategier.

När eleven får ett verktyg till genom att lära sig teckna ned vad eleven tänker och räknar så blir också eleven själv mer medveten om sin tankeprocess och på det viset blir eleven mer trygg i sina matematikkunskaper. Förhoppningsvis kan det leda till att eleven får fler verktyg och ett självförtroende till att använda matematik i nya situationer. [så!]

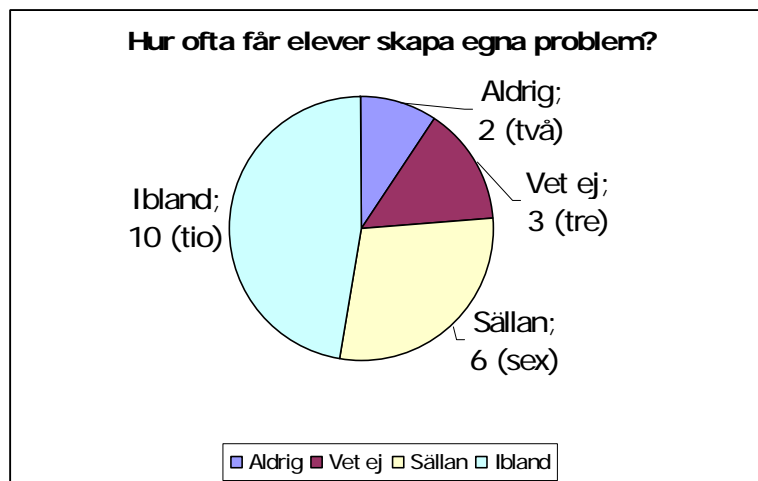
Majoriteten av dem som svarade använder den problemlösning som läromedlet i matematik bjuder på. Hälften av lärarna skriver att de använder olika källor till sina problemuppgifter. Det kan vara en blandning av de uppgifter som finns i läromedlet och annat material. Inspirationen kan bland annat komma från *Rika matematiska problem*<sup>16</sup>, *Nämnan*<sup>17</sup>, *lektion.se*<sup>18</sup> men också från andra läromedel än det läromedel man använder i undervisningen. Endast en lärare svarade att de arbetar med problemlösning genom att använda datorn. Hur de arbetar med problemlösning via datorn framgår inte. Några lärare anger att de går igenom olika lösningar vid lektionens slut. En fråga, som generellt gav korta svar, var frågan; Hur ofta får elever skapa egna problem? Svaren på frågan framgår i cirkeldiagrammet nedan.

---

<sup>16</sup> Hagland, K., Hedrén, R. & Taflin, E. (2005) *Rika matematiska problem - inspiration till variation* Stockholm: Liber

<sup>17</sup> *Nämnan* – tidskrift för matematikundervisning, utgiven av Nationellt centrum för matematikundervisning, Göteborgs Universitet. [www.ncm.gu.se](http://www.ncm.gu.se)

<sup>18</sup> Genom att bli medlem på [www.lektion.se](http://www.lektion.se) kan man få tillgång till många lärares material.



*Diagram 1.3 Skapa egna problem.*

Under kategorin *Aldrig* har jag placerat de 2 enkätsvar där läraren svarat att de aldrig provat att låta elever skapa egna problem. I kategorin *Vet ej* har jag placerat de 3 enkätsvar som bara skrivit ett frågetecken, alternativt texten ”vet ej”.

I kategorin *Sällan* har jag placerat alla de sex personer som svarat att de låtit elever formulera egna problem, men där svaret på enkäten känns tveksamt. Flera av formuleringarna var: ”Det gör de sällan” och ”Inte så ofta”. En lärare specificerade svaret med: ”någon gång när vi behöver konkretisera det till mer verklighet.” En annan svarade: ”Det är ett moment som jag skulle kunna lyfta fram mer. Det har hänt i samband med ”problem-uppgifter”, och ger oftast en ännu bättre förståelse, eftersom du kanske får lov att ”tänka från andra hållet” ”. En lärare svarade att hon försökt få eleverna att formulera ett liknande problem i anslutning till en viss uppgift, men att det inte har fungerat så bra.

Av de enkätsvar jag benämnt *Ibland* ingår tio enkätsvar. På dessa enkäter är det lättare att se att de verkligen har låtit eleverna formulera egna problem. De beskriver i sina svar att de låter sina elever arbeta med att skapa egna problem ”någon gång i månaden”, eller att deras elever får formulera egna problem ”i anknytning till ett visst tema”. En lärare svarar att hon låter eleverna formulera egna problem om någon elev frågar ”går denna metod att använda flera gånger?” Genom att skapa ett eget problem kan då eleverna se att det går att använda samma metod på något liknande. Flera svarar att de arbetar med ”Rika matematiska problem<sup>19</sup>” och att de då låter eleverna skapa egna problem. En lärare svarar att eleverna får skapa egna problem när de arbetar med material som heter Problemkul<sup>20</sup>, respektive Räknebågen.

### **Pedagog Anna**

Problemlösning arbetar Anna bland annat med genom inspiration från Nämnnaren och dess kängurusida<sup>21</sup>. Just nu har de en matematiklådan i klassrummet. Matematiklådan heter logiska lådan och är lånad från framtidsmuséet i Borlänge. Lådan finns i klassrummet hela terminen. Matematiklådan består av många olika typer av material som ligger till grund för

<sup>19</sup> Min tolkning är att de då utgår från tankesättet kring boken: Hagland, K., Hedrén, R. & Taflin, E. (2005) Rika matematiska problem - inspiration till variation Stockholm: Liber

<sup>20</sup> Jag har ingen referens till Problemkul och Räknebågen, då informanten ej lämnat vidare information i sitt enkätsvar.

<sup>21</sup> Kängurusidan finns i stutet av Nämnnaren, Tidskrift för matematikundervisning. Kommer ut 4 nr per år.

praktisk problemlösning. Där finns tangram, pyramidspel med kulor, olika logiska block både två- och tredimensionella samt olika tärningsspel.



Bild 1.1 Innehåll i logiska lådan – arbetsmaterial för problemlösning i Annas klass.

Anna arbetar också med vardagsnära problemlösning. Den dagen jag intervjuade henne fick jag närvara vid en av hennes lektioner. På denna lektion fick eleverna frågan: ”Hur många laxar har ni sålt?” Eleverna hade sålt lax för att samla pengar till en klassresa till Stockholm där de skulle gå på Gröna Lund. Eleverna var i klassrummet placerade kring gruppbord. Varje grupp fick räkna ut hur många laxar de sålt tillsammans per grupp. Eleverna fick berätta hur mycket pengar de fick till klasskassan för varje lax och sedan räkna ut hur mycket de hittills tjänat på laxförsäljning. De fortsatte att arbeta i helklass, med handuppräknning och Anna ställde frågor som;

Hur mycket kostar ett åkband på Gröna Lund; Hur många åkband får vi för de pengar vi tjänat på laxarna; Hur mycket pengar har vi i klasskassan sedan tidigare; Hur många åkband får vi då totalt; Hur mycket pengar behöver vi för att hela klassen skall få varsitt åkband; Vad kan vi göra för att tjäna mer pengar?

Den ena uträkningen följde den andra och eleverna fick tala om hur man skulle ställa upp och vilket räknesätt som skulle användas för att räkna ut de olika uppgifterna. Anna skrev alla uträkningar på tavlan och eleverna fick genom diskussion berätta hur hon skulle skriva och vad som skulle komma näst.

### **Pedagog Bea**

Bea använder sig av olika typer av tankenötter. Bea utgår ibland från boken Rika matematiska problem<sup>22</sup>. Hon använder boken som inspiration och gör om de problem som finns för att anpassa dem efter klassen. Eleverna har en speciell arbetsbok för problemlösning där de skriver in alla övningar de arbetat med. De arbetar med problemlösning ett pass i veckan. Först får eleverna tänka ett tag själva och sedan delar Bea in dem i grupper om 2-3 elever i varje grupp. Det brukar ta ett tag för eleverna att lösa uppgifterna. Eleverna arbetar inte i samma grupp varje gång. Arbetsgången är att de, när de blivit indelade i grupper, diskuterar sig fram till en lösning och sedan får de skriva ner den i sin problemlösningssbok. Beas ambition är att de skall gå igenom olika lösningar

---

<sup>22</sup> Hagland, K., Hedrén, R. & Taflin, E. (2005) Rika matematiska problem - inspiration till variation Stockholm: Liber

tillsammans vid lektionens slut, men det är ytterst sällan de hinner det. Hon berättar att hon:

Saknar att gå vidare att ta upp deras olika lösningar. Kan vara 7-10 grupper men vi hinner inte alltid gå igenom. Barnen vill ha vuxen som kollar. Man hinner inte avsluta lektionen med prat kring lösningar men då blir passet för långt och nästa mattelektion är lite långt borta.

Då eleverna arbetar i 7-10 grupper, och gärna vill ha stöd av Bea under arbetets gång, är det svårt för henne att hinna med en genomgång med hela klassen i slutet av lektionen. När nästa lektion börjar tycker hon att förra veckans problemlösning och energi kring den lektionen är långt borta och hon är då tveksam till om en diskussion kring den förra problemlösningen är relevant. Bea önskar också att det skulle finnas mer tid för eleverna för att formulera egna problem. När det gäller att eleverna skall formulera egna problem är det inte bara tiden som inte räcker till. Bea har också svårt att finna arbetssätt för eleverna på en nivå som passar dem, där uppgifterna varken är för lätta eller för svåra och det är något hon vill utveckla.

### **Pedagog Cia**

Cia berättar att de nu arbetar med ett intressant klassiskt problem. Det aktuella problemet finns beskrivet i boken *Rika matematiska problem*<sup>23</sup>, problemet kallas ”klippa gräs”. Hon berättar:

Har använt den och diskuterat jättemycket. Jag har upptäckt en metod för att lösa den typen av problem. Och är väldigt glad över den nya metoden eftersom den hjälper till att även få andra problem lättare. Har redan löst problemet på minst 2 olika sätt, men har kommit på en till lösning som gör att den typen av problem och liknande problem blir lättare att lösa.

Cia har jobbat med denna uppgift mycket och diskuterat den med både elever och kollegor. Hon berättar om att hon och hennes elever funnit en, för henne, ny metod<sup>24</sup> att lösa den typen av problem. Metoden går att använda på många typer av klassiska problem och går ut på att gå från det stora till det lilla, i stället för tvärtom. Hon menar att problemet blir lättare att lösa om man utgår från vad de upptäckt.

Cia berättar att hon och hennes elever lärt sig följa samma strategi på liknande uppgifter av klassiska problem. Till exempel beräkningar som innebär att man skall fylla ett badkar med kranar som rinner i olika hastighet. Eller om man skall fylla ett badkar och att viss mängd vatten åker ut samtidigt som vatten fylls på.

Cia anser att hennes undervisning motsvarar målen för eleverna, men berättar också att det varit en mognadsprocess. Det är först efter kursen *Matematisk problemlösning i skolan* som hon anser att hennes undervisning i matematik verkligen står upp till målen. Hon tycker att mycket har klarnat efter den kursen. Nu förstår hon hur hon kan arbeta med eleverna och tycker att kursen bidragit till att berika matematiklektionerna både för henne och för eleverna. Hon ser positivt på att eleverna inte blir nöjda med uppgifter som bara kräver ett svar. Hennes elever *vill* berätta *hur* de kommit fram till lösningen.

---

<sup>23</sup> Hagland, K., Hedrén, R. & Tafin, E. (2005) *Rika matematiska problem - inspiration till variation* Stockholm: Liber

<sup>24</sup> Cias lösning på Klippa gräset finns som bilaga 5.

## **Pedagog Dan**

För att arbeta aktivt med problemlösning har Dan gjort i ordning en matematikverkstad. Nationellt Centrum för Matematik<sup>25</sup> har en hemsida som fått bidra med mycket material till verkstaden. Han har då främst utgått från det som ingår i Strävorna<sup>26</sup>. Matematikverkstaden passar hela skolan eftersom materialet från Strävorna utgår från målen i kursplanen. Skolan är en år 4-9 skola och alla elever kan därför använda sig av Dan's matematikverkstad.

När Dan's klass arbetar med problemlösning sker det ibland med hjälp av ett papper som de delar i fyra delar:

Jag arbetar med fyrfältsblad. En bild, dvs göra en bild av problemet, en text, dvs hur de löst och sedan med symboler samt formler. Typ KLAG. Gå olika vägar. Eleverna fick se att man kan beskriva händelser matematiskt på olika sätt.

På fyrfältsbladet skall eleverna sedan visa hur de löst problemet på fyra olika sätt, med bild, med symboler, med formler och med text. Genom att arbeta med gamla nationella prov har eleverna fått redovisa, dra slutsatser, generalisera och diskutera, för att sedan bedöma sina provuppgifter och kamraternas uppgifter utifrån matriser. Dan tyckte att arbetssättet var både behagligt och lättsamt för eleverna, eftersom de då själva kunde förstå vad de kan och inte kan. Arbetet kompletterades med betygskriterier för att få ökad förståelse hos eleverna. Dan tycker att de arbetar med problemlösning löpande, men berättar att hans arbetssätt kunde

... förbättras lite, eftersom jag borde göra det lite oftare och mer variationsrikt, det måste in oftare. Problem som löses enskilt parvis och gruppvis. Och att redovisa för varandra. Då kommer det in bra diskussioner eftersom man har en naturlig situation att utgå ifrån. Man hittar olika vägar och former som man hela tiden tar med sig. "detta kan jag förbättra" man hittar sätt som man vill utveckla, det vill jag jobba vidare med och så kan jag göra annorlunda. Jag tycker jag kan ha en dialog med eleverna om att matematik är mer än bara tal.

Han menar att problemlösningssuppgifterna kunde arbetas med oftare, även vid andra tidpunkter än inför det nationella provet. Han vill framför allt få in fler problem som först löses enskilt eller parvis och sedan gruppvis för att redovisa för resten av klassen. Han menar att klassen då kommer in i givande diskussioner, eftersom eleverna har en naturlig situation att utgå ifrån. De kan hitta olika vägar och former som de hela tiden tar med sig och dela med sig av. Han känner också ofta, under arbetets gång, att det finns saker han vill förbättra och göra annorlunda en annan gång. På det stora hela anser dock Dan att han har en bra dialog med eleverna om att matematik är mer än bara tal.

## **Pedagog Erika**

Erika arbetade nyligen med en uppgift som har sitt ursprung i Primgruppens<sup>27</sup> arbete. Det handlar om att göra en väska utifrån en tygbit. Eleverna får bygga en väska med hjälp av papper, men Erika skulle gärna vilja utveckla den uppgiften. Hon berättar att de får

...bygga den med hjälp av papper och häftapparat. Vill utveckla den. Ritar ut tygbiten och delar upp. En del använder hela tygbiten. Använder man sömsån för att komma vidare? Osv. /.../ kan Erika fråga för att be eleven utveckla sina svar.

---

<sup>25</sup> NCM - <http://ncm.gu.se/>

<sup>26</sup> Strävorna - <http://ncm.gu.se/node/1055>

<sup>27</sup> Information om primgruppen finns på: <http://www1.lhs.se/prim/>

Hon menar att det skulle vara spännande att se eleverna sy väskan, för att ge eleven möjlighet att se och förstå om elevens ritning stämmer överens med verkligheten. När eleverna får göra uppgiften med pappersmodeller glömmer några alltid att räkna med sömsmån. Om de fick sy upp sin väska, i stället för att bara arbeta med pappersmodellen, anser Erika att eleverna skulle få större förståelse för problemet. Då Erika är Matte- och NO-lärare tycker hon dock det är svårt att förverkliga en sådan idé, eftersom tiden inte räcker till.

I läromedlet de använder, *Mattedirekt*, finns många bra uppgifter. Eleverna uppmuntras genom läromedlet att diskutera matematiken och lösningar kring olika uppgifter. Vidare arbetar de med nationella provuppgifter, diskuterar dem och möjliga lösningar både enskilt och i grupp.

## **5.7 Sammanfattning av resultat**

Sammanfattande resultat och svar på frågan: Vad har några utvalda lärare för erfarenheter och inställning till matematik och vilket tillvägagångssätt använder de för att nå eleverna med problemlösning?

- Alla informanter har en grundskola som baseras på Lgr 80 eller tidigare läroplaner, men 14 av 21 informanter har en lärarutbildning baserad på Lpo 94.
- Hälften av informanterna anser att de fick kompetens kring problemlösning i matematiken under sin utbildning, men de flesta informanterna anser att fortbildning till stor del påverkat hur deras syn på problemlösning utvecklats.
- De allra flesta informanterna menar att en problemlösningssuppgift är en textuppgift och att kommunikationen vid lösning av uppgiften är viktig. Många anser att kommunikation och grupparbete är en stor del av själva problemlösandet.
- Många av informanterna menar att de kan diskutera matematik genom problemlösning och att eleverna har glädje av att hitta strategier för att möta problemen.
- Flera Informanterna anser att uppgifter som innebär problemlösning kan innehålla ett stort antal av de kunskapsmål som eleverna skall uppnå enligt kursplanen.
- De flesta av informanterna ser problemlösning som en del i sin undervisning.
- Hälften av informanterna låter regelbundet problemlösningssuppgifterna leda till att eleverna får skapa egna problem.
- Intervjuinformanterna menar att problemlösning inom matematiken är en grund för vad man behöver lära sig för att klara sig i livet och att problemlösningstrategier gör att man lär sig använda matematiken i andra situationer än lärobokssituationer.
- Källan till problemlösningssuppgifter är bred. Många olika sätt att finna uppgifter föreslås, både var man kan finna uppgifter och hur man kan hitta på egna uppgifter.

## 6 Diskussion

Diskussionen styrs av de svar som inkommit av informanterna och intervjupersonerna men bygger på studiens forskningsfråga. Uppgifter från litteraturgenomgången kopplas samman med informanterna och intervjupersonernas berättelser, mycket bekräftas, med det finns också information man kan fundera vidare kring.

### 6.1 Kommunikationens betydelse vid undervisning av matematisk problemlösning

Enligt kursplanen (Skolverket, 2006) skall eleven med glädje kunna förstå och lösa problem och eleven skall kunna finna nya insikter och lösningar på olika problem. Då detta tas upp redan i inledningen till kursplanen anser jag att problemlösningens roll i matematikundervisningen förstärks. De lärare som svarat på mina enkäter och de lärare jag fick möjlighet att intervjua har en syn på problemlösning inom matematiken som överensstämmer med den litteratur jag läst i ämnet. Till viss del är jag förvånad eftersom det budskap mina informanter ger, inte stämmer överens med den bild av undervisningen jag har med mig från de olika skolorna jag sett under mina praktikperioder.

Utifrån enkätsvaren kan jag se att lärarnas syn på problemlösning stämmer väl överens med Haglands, m.fl. (2005) definition av vad ett matematiskt problem är. Ett problem är något som behöver lösas, men att den som skall lösa problemet inte har en färdig strategi för hur problemet kan lösas. Vidare tycks uppgiftslämnarna ha god insikt i vad som står i läroplanen och kursplanen, då de anser att problemlösning inom matematik är en del av undervisningen. Alla som svarat på mina frågor i enkäter och intervjuer anser att de kan undervisa i matematik genom problemlösning, men bland svaren framgår inte om de verkligen arbetar som de skriver och berättar att de gör.

Av enkäterna framgår att lärarna tycker gruppdialogen i klassen är viktig. Ett sätt att ha gruppdiskussioner, allt från två elever till helklass, är att arbeta med problemlösning. Genom enkäterna får jag en uppfattning om att lärarna skulle vilja arbeta mer med gruppövningar än vad de gör. Lärarnas enkätsvar om hur de arbetar med problemlösning med elever i grupper är något som stöds av Ahlbergs (1991) forskning och den forskning hon refererar till. Ahlberg poängterar vikten av att lärarna ger elever talutrymme när de arbetar i grupp. I enkätsvaren framgår att lärarnas tanke med grupparbeten är att eleverna skall få mer talutrymme och få möjlighet att tala matematik. Ett sätt att uppnå detta är att just arbeta i grupp vid problemlösning. Många av mina informanter anser att kommunikationen och grupparbetet är en stor del av själva problemlösandet, men att eleven kan vinna på att börja lösa uppgiften enskilt. En bra strategi, enligt flera som svarat på enkäten, är att eleverna får börja arbeta enskilt, fortsätta parvis eller i små grupper och avsluta i helklass. Lärarna välkomnar att flera lösningar diskuteras och att eleverna då får argumentera för olika strategier och hur de kommit fram till en lösning.

Utifrån mina intervjuer får jag en ganska bra bild över vad lärarna som jag intervjuade har för syn på problemlösning. Alla fem lärare jag intervjuade använder problemlösning frekvent i sin undervisning och tycker att de lever upp till kursmålen för matematik enligt Lpo 94, men jag förvånades över att två av dem jag intervjuade anser att de arbetar utifrån målen men inte riktigt följer Lpo 94. Cia menar att Lpo 94 lämnar mycket för den enskilde läraren att ta ställning till och hon menar att det inte alltid blir bra. Anna anser att det är Lgr 80 som hon kan på djupet, eftersom det var Lgr 80 som gällde då hon gick sin lärarutbildning. Både Cia och Anna tycker dock att de kan leva upp till målen för Lpo 94 även om de klargör att de inte är Lpo 94 som styr undervisningen. Det är deras personlighet utifrån kursmålen som styr undervisningen.

Tre av de lärare jag intervjuade undervisade grundskolans senare år (år 7-9). Alla tre betonade att de arbetade utifrån målen för att ge eleverna en bra utbildning. Genom att de arbetade utifrån målen, ansåg de alla att problemlösning var en naturlig del av matematikundervisningen. Alla utgick från ett läromedel, men alla arbetade med problemlösning på olika sätt oavsett om det fanns problemlösningssuppgifter i boken eller inte. Anna och Bea som arbetar med klasser i skolår sex respektive klass fem talar inte lika tydligt om målen som de andra tre lärarna gör, men de klargör ändå via sina svar att problemlösning är en del av matematikvardagen i skolan. Att elever utvecklas av att arbeta med problemlösning är de intervjuade lärarna överens om. Lärarnas syn på varför elever bör arbeta med problemlösning stämmer väl överens med Haglands, m.fl. (2005) konstateranden. Hagland, m.fl. menar att eleverna genom arbete med problemlösningssuppgifter, som att leta strategier och finna lösningar, utvecklar eleven och förbereder eleven för framtiden, både i och utanför skolan.

De intervjuade lärarnas syn på problemlösning stämmer bra överens med läroplanen. På det sätt de beskriver sitt sätt att arbeta med problemlösning ges en bild av att de på ett naturligt sätt klarar av att blanda läromedel med problemlösningssuppgifter av olika slag. Tack vare den inställning som de tycks ha klarar de av att ge elever förmåga att relatera till matematik och problemlösning, samt att ge undervisningen en koppling till vardagsnära händelser, helt i enighet med vad som står i kursplanen (skolverket 2000).

## **6.2 Avsikten med att lösa matematiska problem**

Av enkäterna framgår många skäl till att elever skall lösa problem. Gemensamt för informanterna är deras åsikt om att problemlösning vidgar elevens förmåga att förstå och att det ger variation i undervisningen. Att ge eleverna ett vardagsperspektiv på matematiken genom problemlösning är något som flera lärare tar upp. Vardagsperspektivet, som en del av matematikundervisningen, betydelsen och relevansen av detta, är något som Wistedt och Johansson (1991) tar upp i sin artikel. Där visar Wistedt och Johansson hur vardagsanknytning tas in i matematiken i ett historiskt perspektiv och att det finns ett stort värde i att vardagsanknyta matematiken.

Vidare framgår av enkäterna att lärare når olika elever när de arbetar med olika typer av matematik. Flera enkätsvar visare att lärare ser skillnad på elever vid arbete med olika moment. De elever som ligger främst i matematikboken är inte alltid de som har de klurigaste diskussionerna när det gäller problemlösning. Problemlösningen som sådan kan därmed lyfta elever som annars anser sig svaga. Detta är något som uppmärksammas av Mouwitz (2007) som menar, att vissa elever som har svårigheter i den traditionella läroboksmatematiken kan vara fenomenala på att tänka fram lösningar på ett problem. Enligt läroplanen Lpo 94 (Skolverket 2006) skall eleverna lära sig att söka kunskap. Många av mina informanter menar att elevens förmåga att arbeta med olika begrepp och sökandet av olika strategier till ett problem, hjälper dem att nå kunskap. Det framgår av både Lpo 94 och kursplanen för matematik att undervisningen är till för alla elever, både de som är i behov av särskilt stöd, som de som behöver särskilda utmaningar. Flera av dem som svarat på mina enkäter anser att problemlösningssuppgifter ger undervisningen ett vidgat perspektiv. Genom att matematisk problemlösning innebär räkning och utmaning på olika nivåer, finns något att hämta för alla. De svaga eleverna kan stärkas för att de är bättre vid just ett visst problem än vad kamraterna förväntat sig. De starka eleverna kan utmanas genom att klara av problemet och kunna hjälpa andra. Enligt kursplanens mål för årskurs nio i matematik (Skolverket 2000) står att eleverna skall kunna lösa sådana problem som förekommer i vardagen, i hem och i samhälle, samt matematiska problem som behövs som

grund för fortsatt utbildning. Flera av mina informanter ser en tydlig koppling mellan vardagslivet och problemlösningsprocessen och anser att det utvecklar eleverna.

Ahlberg (1991) och Dahlgren, m.fl. (1991) beskriver alla att den process som problemlösning innebär är utvecklande för eleven. Genom skola, vardag, matematik, vardagsbetraktelser och problemlösning inom matematiken skapar eleverna en förmåga att lösa nya problem. När elever arbetar med problemlösning är det genom att fundera, reflektera och konstatera som de utvecklas. Detta är något som alla de fem intervjuade lärarna är inne på, när de beskriver varför elever skall lösa problem. Alla fem beskriver ungefär samma sak fast med olika ordval. Anna menar till exempel att hon kan börja prata problem med sina elever när de är ute och går tillsammans med klassen. Hon gillar att prata matematik och koppla elevernas vardag till problemlösning. Bea anser att hennes elever uttrycker lust och glädje då de arbetar med problem, eftersom problemlösning oftast är uppgifter utanför läromedlet. Hennes elever gillar att frångå läromedlet eftersom de då måste hitta egna strategier att möta problemet och det ser Bea som utvecklande. Cia svarar rakt på min fråga. Elever skall arbeta med problemlösning eftersom det står så i läroplanen. Men under intervjun får jag en förståelse för att hon själv tycker att det är roligt att se elevers entusiasm vid arbete med problemlösning och hon tycker att hon tydligare ser glädjen hos eleverna när de arbetar med problem. Dan berättar att han är intresserad av elevernas lösningar och att de bästa lösningarna ibland kommer från oväntade håll. Han ser det som positivt för eleverna att de bästa svaren inte alltid ges av samma person. Dan anser att hela arbetet med problemlösning stärker individen, eftersom det finns så många olika sätt att bearbeta ett problem på. Erika menar att hon genom att arbeta med problemlösning, vidgar det läromedel de normalt använder.

Lärarna anser, precis som det står i läroplanen, att eleverna behöver lära sig att söka kunskap. Lärarnas beskrivningar av varför eleverna skall lösa matematiska problem stämmer också väl överens med Wyndhamns (1997) tolkning av den senaste läroplanen. Där menar han att eleverna måste få tillfällen att diskutera matematik med varandra, argumentera för och emot olika lösningar och att lärare genom problemlösning kan arbeta med kommunikationen för att på så vis uppmärksamma individen.

### **6.3 Tillvägagångssätt för matematisk problemlösning**

Flera lärare svarar att de sätter stor vikt i att poängtera sitt intresse av elevernas lösningar oavsett hur eleverna gjort för att lösa uppgiften. Flera av lärarna menar att de är intresserade av att se hur eleverna tänkt, snarare än att se att eleverna hittat *rätt* lösning. Några av dem som svarat på enkäter berättar också att de tar problemet till en vidare diskussion och diskuterar matematiken i problemet för att därmed belysa för och nackdelar med respektive lösning. Både Ahlberg (1991), Skolverket (2005) och Myndighet för skolutveckling (2007) lyfter fram lärarens attityd och engagemang kring elevernas egna lösningar som något viktigt för att elever skall nå framgång inom problemlösning, men också när det gäller matematikundervisning i sin helhet.

Många av de lärare som svarade på min enkät svarade att de ser problemlösning som en naturlig del i sin undervisning. På olika sätt kommer problemlösningen in i deras elevers skolvardag och oftast som ett komplement till den räkning man annars använder genom sitt läromedel. Lärarnas positiva attityd till problemlösning och deras sätt att arbeta med problemlösning utanför läromedlet i sin matematikvardag går dock till viss del emot den forskning Skolverket (2005) genomfört. I den Nationella utvärderingen som Skolverket gjorde under 2003 framgår att eleverna oftast räknar i boken och att det viktigaste för eleverna är att räkna alla tal i hela boken. Men då det i samma rapport framgår att de lärare som eleverna tycker är bra lärare, är de lärare som är engagerade, är det svårt att tolka vad

en bra lärare gör för att bedriva bra undervisning. Skolverkets rapport beskriver lärare och elevers syn på kunskap, snarare än att den ger en beskrivning av hur lärare arbetar med problemlösning.

Hagland, m.fl. (2005) menar att lärare kan få förståelse för hur elever utvecklats när det gäller strategier, begrepp och förståelse genom att i samband med en problemlösningssuppgift be eleverna efter slutförd problemuppgift skapa ett liknande problem. Bland de lärare som svarade på mina enkäter, svarade nästan hälften att de låter elever skapa egna problem. De lärare som låter sina elever skapa egna problem gör detta någon gång i månaden. En av mina enkätinformanter berättade att eleverna får formulera egna problem när någon elev undrade om en metod gick att använda flera gånger. Hon menade att eleverna genom att skapa ett eget problem då kunde se att det går att använda samma metod på en liknande uppgift.

Lärarnas sätt att arbeta med problemlösning är enligt intervjuvaren väldigt flexibelt. Alla fem lärare använder olika metoder och olika typer av problem för att nå upp till målen med eleverna. Arbetet sker enskilt och i grupp, smågrupper och i helklass. Några arbetar med problem över en längre tid och några tar ett problem som inledning till en lektion. Som jag uppfattar intervjuvaren är det bara Cia som verkligen arbetar med att låta eleverna skapa egna problem utifrån problem man tidigare arbetat med. Erika har precis som Cia funnit en väg att arbeta med elevers problemlösning som både hon och eleverna tycker om. Jag har dock fått uppfattningen att Erika inte låter sina elever arbeta lika mycket som Cia med att låta eleverna skapa egna problem. Av Bea och Dan får jag uppfattningen att man inte riktigt hinner klart med det som läraren har för avsikt att arbeta med. Bea menar att när de inte hinner klart förloras möjligheten till att skapa eget problem och hon tycker att det är svårt att finna rätt nivå på problem som man kan arbeta med vid flera tillfällen, när man bara arbetar med problemlösning en gång per vecka. Av Dan får jag den uppfattningen att han har mycket visioner över hur han vill arbeta och att han följer många av dessa, men att han inte är helt nöjd med det utrymme problemlösningen ges och skulle vilja hitta flera tillfällen att arbeta med problemlösning. Annas sätt att arbeta med problemlösning känns lite annorlunda än de andra lärarnas, hon arbetar mer impulsivt. I hennes undervisning blir problemlösningen ofta en del av en matematiklektion oavsett om det är läroboksproblem, klassrumsdiskussion eller matematiklådan. Formulering av egna problem sker i Annas klass då det dyker upp i läromedlet *Matteborgen*.

I gällande läroplan framgår att man *skall* arbeta med problemlösning men inte *hur*. Jag anser ändå att de lärare jag intervjuat följer de kriterier som finns i läroplan och kursplan. Min studie visar inte elevers resultat eller prestation, men utifrån lärarnas svar menar jag att de intervjuade lärarna alla arbetar efter både Lpo 94 (2006) och Kursplan för matematik (2000). Min tolkning av intervjuerna är dock att lärarna undervisar både *om* och *genom* problemlösning enligt de beskrivningar som ges av både Hagland, m.fl. (2005) och Wyndhamn, m.fl. (2000) kanske för att alla lärare jag intervjuat har erfarenhet (genom egna studier eller lärarutbildningen) av både Lgr 80 och Lpo 94. Att som Anna via undervisning från tavlan diskutera klassresa, laxförsäljning och åkband på ett sätt som får eleverna att fundera, reflektera, räkna och diskutera tycker jag är ett bevis på att undervisa genom problemlösning, då hon arbetar med verkliga problem på ett sätt som beskrivs av både Wistedt och Johansson (1991) och i Nämnaren Tema (2000). Anna samtalar med klassen och klassen diskuterar med varandra med gott klimat. Anna har lyckats skapa ett bra klassrumsklimat när det gäller samtal, helt i enighet med de teorier som beskrivs av både Dahlgren, m.fl. (1991) och Ahlberg (1995). När lärare som Dan och Erika använder gamla nationella prov för att lära eleverna problemlösning anser jag enligt mina tolkningar av litteraturen och de svar intervjupersonerna ger att de snarare arbetar *om* problemlösning.

Det framgår dock både från Dan och Erikas enkätsvar och intervjusvar att användningen av gamla nationella prov bara är en del av deras arbetssätt kring problemlösning i matematiken.

## **6.4 Slutsats**

Syftet med studien var att undersöka hur ett antal grundskolelärare beskriver sin egen undervisning i matematik och hur de arbetar med problemlösning i matematik. Den forskningsfråga jag använde för att specificera syftet var: Vad har lärarna för erfarenheter och inställning till matematik och vilket tillvägagångssätt använder de för att nå eleverna med problemlösning? Jag har redogjort för hur mina informanter beskriver sin undervisning i matematik och hur de arbetar med problemlösning.

Min första delfråga var; Hur undervisar ett urval lärare i matematik? I denna studie framgår hur de lärare jag kom i kontakt med via enkäter och intervjuer arbetar med matematik. Läromedlet styr ofta undervisningen men alla arbetar bredvid läromedlet på olika sätt, bland annat genom problemlösning. Kommunikation mellan lärare och elever samt mellan elever och elever är något som genomsyrar hela denna studie.

Min andra delfråga var; Vilken uppfattning har ett urval lärare om varför elever ska lösa problem? Enligt mina informanter är vägen via matematiska problem ett sätt att lära för livet. I vardagen löser vi vardagliga problem och matematiska problem ger eleven metoder för att finna lösning på ett problem även om det inte har med matematik att göra. Många av informanterna hänvisade också till läroplanen och kursplanen där det faktiskt står att elever skall lösa problem för att fungera som individer i det samhälle vi lever i.

Min tredje fråga var; Hur arbetar dessa matematiklärare med problemlösning? Det är väldigt flexibelt hur lärarna arbetar med problemlösning även om tillvägagångssätten ofta liknar varandra. Allt från att arbeta enskilt till klassvis förekom och infallsvinklarna för att finna problemlösning var många. Läromedel, internetsidor och arbetsmaterial från många olika håll användes för att arbeta med problemlösning.

Mitt personliga syfte med studien var min nyfikenhet över problemlösning och min personliga erfarenhet av att problemlösning inte lyftes fram tillfredställande i elevers grundskolevardag. Jag har i och med denna studie fått en mycket bredare bild av matematikämnet i sin helhet. Min erfarenhet av att problemlösning ges för lite tid i skolvardagen visade sig inte stämma överens med de informanter jag fick tillgång till. Min syn på hur man kan arbeta med matematik har vidgats och jag har fått många nya infallsvinklar till min egen framtida undervisning.

## **7 Fortsatt forskning och avslutande reflektion**

### **7.1 Fortsatt forskning**

Studien har visat lärares uppfattning om matematikämnet och problemlösning inom matematiken. Jag anser att jag fått fram dessa lärares perspektiv i frågan. Jag är mycket nyfiken på hur eleverna till dessa lärare ser på matematikundervisningen och problemlösning inom matematikundervisningen. Jag skulle gärna göra en djupare studie med denna studie som utgångspunkt, där jag utvecklar resonemanget för att förstå hur eleverna till dessa lärare ser på problemlösning inom matematiken. Att observera lektioner under en längre tid och intervjua elever till de intervjuade lärarna skulle vara mycket intressant. Genom att observera många lektioner och intervjua både elever och lärare kan man få en tydligare bild av hur problemlösning används och vad elever får ut av att arbeta med problemlösning.

## 7.2 Avslutande reflektion

De lärare som svarat på mina enkäter och de lärare jag fick möjlighet att intervjua har en syn på problemlösning inom matematiken som överensstämmer med den litteratur jag läst i ämnet. Till viss del är jag förvånad, eftersom de budskap mina informanter ger, inte stämmer överens med den bild av undervisningen jag har med mig från min praktik. Samtidigt känner jag glädje för de elever som lyckats få så engagerade lärare. Kanske är det så att urvalet, det vill säga lärarnas egen förmåga och vilja att svara på enkäter om problemlösning, som styr mitt resultat. Men den frågan kan jag aldrig få ett riktigt svar på, även om jag kan fundera över hur studien hade sett ut om jag själv valt ett antal skolor och intervjuat de lärare som där undervisade i matematik.

Den läroplan och den kursplan dagens lärare skall arbeta för, är mycket öppen. Det är lärarens egen tolkning och arbetssätt som bestämmer vad eleverna lär sig och vilken typ av undervisning eleverna får. Det går inte att säga att de lärare jag mött genom intervjuer, telefonintervjuer och enkäter arbetar rätt eller fel. Det går inte heller att hävda att de är representativa för lärare i allmänhet, då denna studie är liten och har få informanter. Av det som framkommit har jag lärt mig otroligt mycket och jag tycker att alla som varit med i studien varit engagerade och tillmötesgående, både när de gäller hur de arbetar med sina elever och på det sätt jag blivit bemött.

Alla som svarat på enkäten och deltagit i mina intervjuer anser att de kan undervisa i matematik genom problemlösning, men bland svaren i enkäterna framgår inte om de verkligen arbetar som de skriver och säger att de gör. Av mina intervjuer, och framför allt de två besök jag fick möjlighet att göra, visades en tydligare bild av hur de lärarna arbetade med matematik och problemlösning. Vid mina besök kunde jag göra en egen bedömning av lärarens attityd mot eleverna och lärarens bemötande av eleverna. Dessa möten stärkte lärarnas trovärdighet då jag, även om det bara var ett möte per klass, fick en god uppfattning av stämningen i klasserna.

Mina informanters syn på problemlösning går i ton med vad som står i gällande läroplan och kursplan för matematik. De anser att elever skall arbeta med problemlösning för att utvecklas matematiskt, såväl som människa och individ i ett föränderligt samhälle. För att uppnå kursmålen och arbeta med problemlösning används många olika metoder och aktiviteter. Jag anser att det enda som sätter begränsningar för metod inom problemlösning är lärarens engagemang, entusiasm, kunskap och framför allt vilken läraridentitet de har.

## Referenser

### Litteratur

- Ahlberg, A. (1995) *Barn och matematik*. Lund: Studentlitteratur.
- Ahlberg A. (1991) »Att lösa problem i grupp« i Emanuelsson, G., Johansson, B. & Ryding, R. (red.) *Problemlösning*, s. 85-99. Lund: Studentlitteratur.
- Dahlgren, L-O., Fritzén, L., Sjöström, B., Wallebäck, M. (1991) »Problemlösning som mål och medel« i Emanuelsson, G., Johansson, B. & Ryding, R. (red.) *Problemlösning*, s. 67-84. Lund: Studentlitteratur.
- Emanuelsson, G. m.fl. (red.) (2000) *Matematik - ett kommunikationsämne. Nämnaren Tema*. Göteborg: Göteborgs universitet.
- Hagland, K., Hedrén, R. & Taflin, E. (2005) *Rika matematiska problem - inspiration till variation* Stockholm: Liber.
- Lester, F. (2000) » Problemlösningens natur « i Emanuelsson, G. m.fl. (red.) (2000) *Matematik - ett kommunikationsämne. Nämnaren Tema*. s. 85-91 Göteborg: Göteborgs universitet.
- Mouwitz, L. (2007) DPL 33: Vad är problemlösning?. *Nämnaren* årg 34 nr 1 (s. 61).
- Myndigheten för skolutveckling. (2007) *Matematik, En samtalsguide om kunskap, arbetssätt och bedömning*. Stockholm: Liber.
- Patel, R. & Davidson, B. (1991) *Forskningsmetodikens grunder*. Lund: Studentlitteratur.
- Skolverket (2000) *Grundskola. Kursplaner och betygskriterier 2000, matematik*. <http://www.skolverket.se> (2007-12-18)
- Skolverket (2006) *Läroplan för det obligatoriska skolväsendet, förskoleklassen och fritidsbarnet - Lpo 94*. <http://www.skolverket.se> (2007-12-18).
- Skolverket, Rapport nr. 221. (2003) *Lust att lära - med fokus på matematik* Stockholm: Fritzes.
- Skolverket, Rapport nr. 251. (2005) *Matematik årskurs 9*. Kjellström, K. Stockholm: Fritzes.
- Taflin, E. (2007) *Matematikproblem i skolan – för att skapa tillfällen till lärande*. Umeå: Umeå Universitet.
- Wistedt, I & Johansson, B. (1991) »Undervisning om problemlösning – ett historiskt perspektiv « i Emanuelsson, G., Johansson, B. & Ryding, R. (red.) *Problemlösning*, s. 13-22. Lund: Studentlitteratur.
- Wyndhamn, J., Riesbeck, E. & Schoultz, J. (2000). *Problemlösning som metafor och praktik*. Linköpings universitet. Institutionen för tillämpad lärarkunskap.

Wyndhamn, J. (1997). *Om matematik och matematikämnet i de senaste läroplanerna*. Linköpings universitet. Institutionen för tillämpad lärarkunskap.

### **Otryckt material**

*Forskningsetiska principer, Humanistisk-samhällsvetenskaplig forskning:*

[http://du.se/Templates/InfoPage\\_\\_\\_\\_4238.aspx?epslanguage=SV](http://du.se/Templates/InfoPage____4238.aspx?epslanguage=SV) (2007-11-09)

*Forskningsetiska principer, Humanistisk-samhällsvetenskaplig forskning:*

<http://www.vr.se/huvudmeny/forskningsetik.4.3840dc7d108b8d5ad5280004294.html>  
(2007-11-09)

*Matematikutvecklarna* <http://www.matematikutvecklarna.se>. Region Karlstad (2007-11-08)

*Tidskriften Nämnaren* <http://ncm.gu.se/>

### **Primärkällor**

Intervju med Anna 2007-12-05 \*

Intervju med Bea 2007-12-04

Intervju med Cia 2007-12-04

Intervju med Dan 2007-12-05

Intervju med Erika 2007-12-07 \*

\* Bandupptagningar från intervjuerna finns sparade hos författaren.

### **Bilagor**

Bilaga 1: Enkät

Bilaga 2: E-postbrev till enkäten

Bilaga 3: E-post påminnelse till enkäten

Bilaga 4: Intervjufrågor

Bilaga 5: Cias Klippa gräset uppgift.

## Enkäter till Uppsats om problemlösning i matematik

### *Bakgrund till min uppsats:*

Enligt kursplanen för matematik har problemlösning en central roll. Jag vill med min studie undersöka hur problemlösning i matematiken används i skolan. Detta är en 10 p uppsats på c-nivå. Jag läser min sista termin på lärarprogrammet i Falun.

Jag har funnit mycket litteratur kring problemlösning i matematiken. De flesta publikationer jag funnit behandlar värdet av problemlösning inom matematiken och hur viktigt det är för eleverna att räkna med problemlösning<sup>28</sup>. Många böcker ger konkreta tips om hur lärare kan arbeta med problemlösning. Jag saknar forskning kring hur verksamma lärare använder sig av problemlösning i matematikvardagen och jag finner det därför intressant att se hur lärare ser på denna del av matematikundervisningen.

### *Syfte:*

Syftet med studien är att undersöka hur matematiklärare i skolår 4-6 arbetar med problemlösning. Vad de har för inställning till problemlösning och vilket tillvägagångssätt de använder för att nå ut till eleverna med problemlösning.

Hur ser kopplingen ut mellan lärares inställning till matematisk problemlösning, lärarens faktiska undervisning i matematisk problemlösning och vilken läroplan lärarens utbildning grundar sig på?

### *Hur jag behandlar dina uppgifter:*

Deltagandet är frivilligt och du kan när som helst välja att avbryta ditt deltagande. Om du avbryter ditt deltagande försäkrar jag att alla uppgifter du lämnat in kommer att avlägsnas.

Alla enkäter kommer att behandlas med anonymitet. Studien hänvisar till enkätsvar<sup>29</sup>, och inte till specifika personer eller specifika skolor. Alla medverkande får givetvis en kopia av den färdiga uppsatsen.

### *Frågor och funderingar*

Du bestämmer själv hur stort utrymme du behöver för att svara på frågorna.

Om du har frågor eller funderar kan jag nås på 023-215 03, 0733-662266 eller via mail: [h05linfa@du.se](mailto:h05linfa@du.se). Svara gärna via mail, men post går också bra.

### ***Sista svarsdag:***

Jag behöver dina svar senast **torsdag 29 november**. Om du svarat ja på fråga 5 och om jag känner att jag behöver utveckla enkäten med en intervju/besök, kommer jag att kontakta dig under vecka 49.

Tack för att du är med och hjälper mig med underlag till min uppsats!  
Vänligen,

---

<sup>28</sup> När jag skriver problemlösning menar jag problemlösning inom matematiken. Detta gäller hela studien.

<sup>29</sup> T ex. Enkät 1, Enkät 2 osv.

**Mina frågor till dig:**

**Namn:**

*Kommer ej med i studien, behövs endast för ev. följdfrågor*

**Skola:**

*Kommer ej med i studien, behövs endast för ev. följdfrågor*

**Födelseår:**

*Behövs för att kunna analysera svaren på fråga 2.2.*

1. Om din profession:

1.1. Vilket år tog du din lärarexamen?

1.2. Hur länge har du arbetat som lärare?

1.3 Är du klasslärare eller ämneslärare?

1.4 Vilka åldrar undervisar du i matematik för?

1.5. Vilka åldrar anser du dig vara behörig att undervisa matematik för?

2. Om din utbildning:

2.1 När du gick din lärarutbildning, vilken kompetens fick du då kring problemlösning?

2.2 När du själv gick i skolan, arbetade ni med problemlösning då, i så fall hur?

3. Om problemlösning:

3.1 Vad är problemlösning för dig?

*Ge exempel.*

3.2 Kan du som lärare hjälpa dina elever att lära matematik genom problemlösning, i så fall hur?

3.3 På vilket sätt arbetar dina elever med problemlösning?

*T ex enskilt, gruppvis, klassvis, lärobok eller eget material*

3.4 När formulerar dina elever själva matematiska problem?

4. Använder du matematik i andra ämnen?

5. Fortsatt kontakt:

5.1 Får jag intervjua dig som ett komplement till denna enkät? Intervjun tar ca 20 minuter och kommer att göras i form av en telefonintervju alternativt att vi möts på din skola, vid en tid som passar dig, under vecka 49?

5.2 Får jag besöka dig vid något undervisningstillfälle?

*Fungerar endast om du bor inom 7 mil från Falun*

5.3 Hur kontaktar jag dig lättast om du svarat ja på fråga 5.1, 5.2?

*T ex tider (dagtid/ kvällstid), telefonnummer och annan nödvändig information.*

## **Bilaga 2: e-post till enkäten:**

HEJ!

Jag håller på med en uppsats som handlar om problemlösning inom matematiken. Jag behöver komma i kontakt med lärare som undervisar i matematik i skolåren 4-6.

Just nu samlar jag in mailadresser till lärare som kan vara intressanta för studien. Jag kommer att sända ut enkäten i slutet på denna vecka eller i början på nästa vecka. Svarstiden blir ca 1 vecka.

Kan du/ni hjälpa mig att samla in mailadresser?

Om du/ni har möjlighet att hjälpa mig, Vänligen maila mig mail-adresser som kan vara aktuella.

Tack på förhand!

Hälsningar

Linda Forssell Asp

## **Bilaga 3: Påminnelsemail till enkäten**

Hej!

I början på veckan fick du ett mail med enkätfrågor.

Jag ber igen om att just du skall svara. Jag vet att alla har mycket att göra, men jag tror också att ni som svarar får något ut av att hjälpa mig, eftersom ni får en kopia av min färdiga uppsats.

Alla som undervisar (oberoende av grundutbildning) i matematik kan svara. Det spelar ingen roll vilken klass du undervisar i så länge du undervisar på grundskolan.

Jag ber om ursäkt för att detta mail även går till er som svart, ni är få, men jag hoppas ni har överseende med att det blir enklare för Kerstin Hagland om hon kan sända till alla.

Svara när ni kan, jag ger er 1 vecka till men även om ni svarar efter den 8 december mottages era enkätsvar mycket tacksamt.

Tack på förhand

## Bilaga 4: Intervjufrågor

### Intervju till lärare

*(namn och skola kommer ej med i studien, är endast med här för identifiering)*

**Namn**

**Skola**

1. Använder du matematikläromedel?

Om ja:

1.1.1 Vilket läromedel använder du?

1.1.2 Använder du lärarhandledningen?

1.1.3 Arbetar du utanför läromedlet?

1.1.4 Använder du laborativt material?

1.1.5 Kan du ge ett exempel på något inom problemlösning du arbetat med nyligen?

Om nej:

1.2.1 hur lägger du upp din undervisning?

1.2.2 Vilka infallsvinklar använder du?

1.2.3 Använder du laborativt material?

1.2.4 Kan du ge ett exempel på något inom problemlösning du arbetat med nyligen?

2. Har du tagit del av någon fortbildning efter din examen och/eller skulle du vilja det?

Varför?

3. Hur använder du kursplanen i Matematik?

4. Hur använder du läroplanen?

5. Varför och hur ska elever lösa problem?

6. Hur ser du på din undervisning inom matematisk problemlösning?

7. Tror du din egen skolgång märks i din undervisning? Jag har själv under lärarutbildningen hört att man som lärare ofta lär på det sätt man själv blev lärd, hur ser du på det?

8. Kan du ge något/några skäl till varför problemlösning skulle vara väsentlig i matematikundervisningen?

9. Anser du att du har tillräcklig kompetens för att undervisa i matematisk problemlösning?

## Bilaga 5: Cias matematikproblem om att klippa gräs

Hej Linda! Här kommer sista problemet vi använt i klassen:

Jenny klipper gräsmattan hos Bo på 2 timmar. Mona gör det på 4 timmar. Hur lång tid tar det om de hjälps åt? Och några av elevlösningar:

### Algebraisk lösning

Antag att gräsmattan är  $x \text{ m}^2$  stor och att det tar  $y$  timmar att klippa den när Jenny och Mona hjälps åt.

Jenny klipper  $x/2 \text{ m}^2/\text{h}$   
Mona klipper  $x/4 \text{ m}^2/\text{h}$

När de hjälps åt tar det  $y$  timmar att göra hela jobbet.

Jenny klipper då  $x/2*y \text{ m}^2$   
Mona klipper då  $x/4*y \text{ m}^2$

$$x/2*y + x/4*y = x$$

MGN för 2 och 4 är 4. Vi förlänger första bråket med 2 och får

$$\begin{aligned} 2x/4*y + x/4*y &= x \\ 3x/4*y &= x \\ y &= 4x/3x \\ y &= 4/3 \text{ h} \end{aligned}$$

Vi gör om till minuter

$$4/3*60 = 80 \text{ min}$$

**Svar:** det tar 80 min om de hjälps åt.

### Logisk/språklig

Låt dem arbeta i 4 timmar. Då hinner Jenny med två gräsmattor och Mona med en. Tillsammans gör dem tre gräsmattor på 4 timmar. Då tar det  $4/3 \text{ h}$  att göra en tillsammans.

**Svar:** det tar 80 min om de hjälps åt.

### Konkreta lösningen

De små arbetade med en lättare variant:

Jenny klipper gräsmattan hos Bo på 3 timmar. Mona gör det på 6 timmar.

*Genom att använda konkret material och visa med händerna hur mycket de hinner på en timme ser dem att det tar två timmar*

